

2021 年云南省中考数学试卷

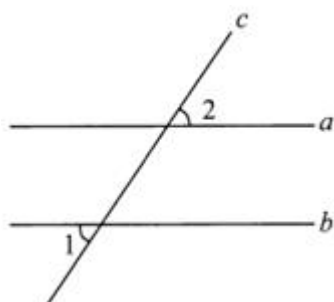
【昆明数学使用省卷】

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题只有一个正确选项，每小题 4 分，共 32 分）

1. 某地区 2021 年元旦的最高气温为 9°C ，最低气温为 -2°C ，那么该地区这天的最低气温比最高气温低（ ）

A. 7°C B. -7°C C. 11°C D. -11°C

2. 如图，直线 c 与直线 a 、 b 都相交．若 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 55^{\circ}$ ，则 $\angle 2 =$ （ ）



A. 60° B. 55° C. 50° D. 45°

3. 一个 10 边形的内角和等于（ ）

A. 1800° B. 1660° C. 1440° D. 1200°

4. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^{\circ}$ ．若 $AC = 100$ ， $\sin A = \frac{3}{5}$ ，则 AB 的长是（ ）

A. $\frac{500}{3}$ B. $\frac{503}{5}$ C. 60 D. 80

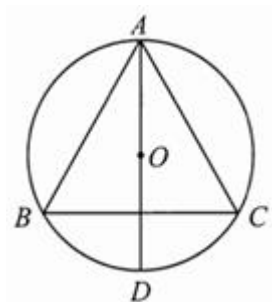
5. 若一元二次方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 a 的取值范围是（ ）

A. $a < 1$ B. $a \leq 1$ C. $a \leq 1$ 且 $a \neq 0$ D. $a < 1$ 且 $a \neq 0$

6. 按一定规律排列的单项式： a^2 ， $4a^3$ ， $9a^4$ ， $16a^5$ ， $25a^6$ ， $\dots$ ，第 n 个单项式是（ ）

A. $n^2 a^{n+1}$ B. $n^2 a^{n-1}$ C. $n^2 a^{n+1}$ D. $(n+1)^2 a^n$

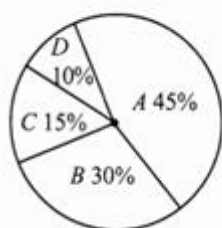
7. 如图，等边 $\triangle ABC$ 的三个顶点都在 $\odot O$ 上， AD 是 $\odot O$ 的直径．若 $OA = 3$ ，则劣弧 BD 的长是（ ）



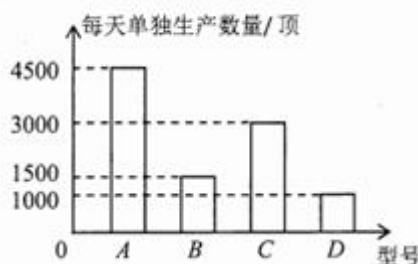
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π

8. 2020 年以来，我国部分地区出现了新冠疫情．一时间，疫情就是命令，防控就是责任，一方有难八方支援．某公司在疫情期间为疫区生产 A 、 B 、 C 、 D 四种型号的帐篷共 20000 顶，有关信息见如下统计图：

各种型号帐篷数量的百分比统计图



每天单独生产各种型号帐篷数量的统计图

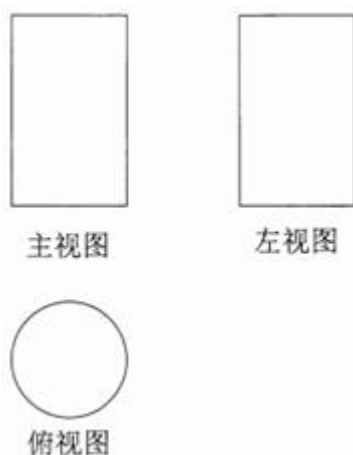


下列判断正确的是 ()

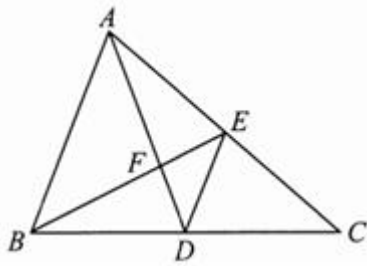
- A. 单独生产 B 型帐篷的天数是单独生产 C 型帐篷天数的 3 倍
 B. 单独生产 B 型帐篷的天数是单独生产 A 型帐篷天数的 1.5 倍
 C. 单独生产 A 型帐篷与单独生产 D 型帐篷的天数相等
 D. 每天单独生产 C 型帐篷的数量最多

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

9. 已知 a, b 都是实数．若 $\sqrt{a+1} + (b-2)^2 = 0$ ，则 $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ ．
10. 若反比例函数的图象经过点 $(1, -2)$ ，则该反比例函数的解析式 (解析式也称表达式) 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．
11. 如图图形是某几何体的三视图 (其中主视图也称正视图，左视图也称侧视图)．已知主视图和左视图是两个全等的矩形．若主视图的相邻两边长分别为 2 和 3，俯视图是直径等于 2 的圆，则这个几何体的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．



12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 BC, AC 的中点, AD 与 BE 相交于点 F . 若 $BF = 6$, 则 BE 的长是_____.



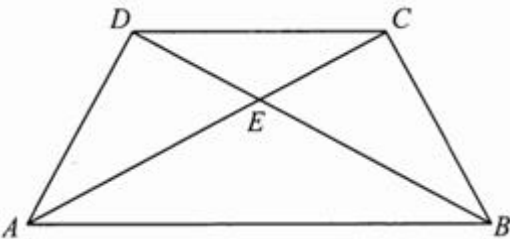
13. 分解因式: $x^3 - 4x =$ _____.
14. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点都是同一个正方形的顶点, $\angle ABC$ 的平分线与线段 AC 交于点 D . 若 $\triangle ABC$ 的一条边长为6, 则点 D 到直线 AB 的距离为_____.



三、解答题 (本大题共9小题, 共70分)

15. 计算: $(-3)^2 + \frac{\tan 45^\circ}{2} + (\sqrt{2} - 1)^0 - 2^{-1} + \frac{2}{3} \times (-6)$.

16. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD = BC$, $AC = BD$, AC 与 BD 相交于点 E . 求证: $\angle DAC = \angle CBD$.



17. 垃圾的分类回收不仅能够减少环境污染、美化家园, 甚至能够变废为宝、节约资源. 为增强学生垃圾分类意识, 推动垃圾分类进校园, 某中学组织全校1565名学生参加了“垃圾分类知识竞赛”(满分为100分). 该校数学兴趣小组为了解全校学生竞赛分数情况, 采用简单随机抽样的方法(即每名学生的竞赛分数被抽到的可能性相等的抽样方法)抽取部分学生的竞赛分数进行调查分析.

(1) 以下三种抽样调查方案:

方案一：从七年级、八年级、九年级中指定部分学生的竞赛分数作为样本；

方案二：从七年级、八年级中随机抽取部分男生的竞赛分数以及在九年级中随机抽取部分女生的竞赛分数作为样本；

方案三：从全校 1565 名学生的竞赛分数中随机抽取部分学生的竞赛分数作为样本。

其中抽取的样本最具有代表性和广泛性的一种抽样调查方案是____(填写“方案一”、“方案二”或“方案三”);

(2)该校数学兴趣小组根据简单随机抽样方法获得的样本，绘制出如下统计表(90 分及以上为“优秀”，60 分及以上为“及格”，学生竞赛分数记为 x 分)

样本容量	平均分	及格率	优秀率	最高分	最低分
100	83.59	95%	40%	100	52

分数段	$50 \leq x < 60$	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
频数	5	7	18	30	40

结合上述信息解答下列问题：

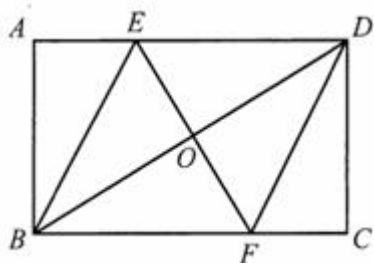
- ①样本数据的中位数所在分数段为_____；
- ②全校 1565 名学生，估计竞赛分数达到“优秀”的学生有_____人。

18. “30 天无理由退货”是营造我省“诚信旅游”良好环境，进一步提升旅游形象的创新举措。机场、车站、出租车、景区、手机短信……，“30 天无理由退货”的提示随处可见，它已成为一张云南旅行的“安心卡”，极大地提高了旅游服务的品质。刚刚过去的“五·一”假期，旅游线路、住宿、餐饮、生活服务、购物等旅游消费的供给更加多元，同步的是云南旅游市场强劲复苏。某旅行社今年 5 月 1 日租用 A 、 B 两种客房一天，供当天使用。下面是有关信息：



- 请根据上述信息，分别求今年 5 月 1 日该旅行社租用的 A 、 B 两种客房每间客房的租金，
19. 为庆祝中国共产党成立 100 周年，某市组织该市七、八两个年级学生参加演讲比赛，演讲比赛的主题为“追忆百年历程，凝聚青春力量”。该市一中学经过初选，在七年级选出 3 名同学，其中 2 名女生，分别记为 x_1 、 x_2 ，1 名男生，记为 y_1 ；在八年级选出 3 名同学，其中 1 名女生，记为 x_3 ，2 名男生，分别记为 y_2 、 y_3 。现分别从两个年级初选出的同学中，每个年级随机选出一名同学组成代表队参加比赛。

- (1) 用列表法或树状图法（树状图也称树形图）中的一种方法，求所有可能出现的代表队总数；
- (2) 求选出的代表队中的两名同学恰好是一名男生和一名女生的概率 P 。
20. 如图，四边形 $ABCD$ 是矩形， E 、 F 分别是线段 AD 、 BC 上的点，点 O 是 EF 与 BD 的交点。若将 $\triangle BED$ 沿直线 BD 折叠，则点 E 与点 F 重合。
- (1) 求证：四边形 $BEDF$ 是菱形；
- (2) 若 $ED = 2AE$ ， $AB \cdot AD = 3\sqrt{3}$ ，求 $EF \cdot BD$ 的值。

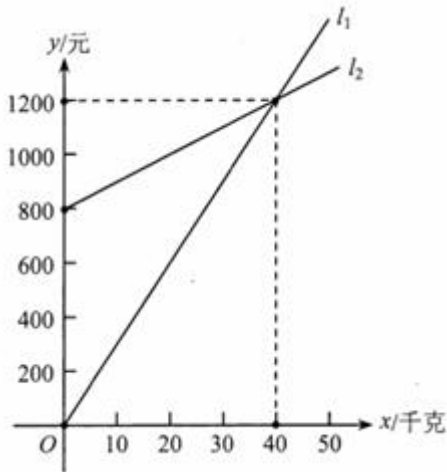


21. 某鲜花销售公司每月付给销售人员的工资有两种方案。
- 方案一：没有底薪，只付销售提成；
- 方案二：底薪加销售提成。
- 如图中的射线 l_1 ，射线 l_2 分别表示该鲜花销售公司每月按方案一，方案二付给销售人员

的工资 y_1 (单位: 元) 和 y_2 (单位: 元) 与其当月鲜花销售量 x (单位: 千克) ($x \geq 0$) 的函数关系.

(1) 分别求 y_1 、 y_2 与 x 的函数解析式 (解析式也称表达式);

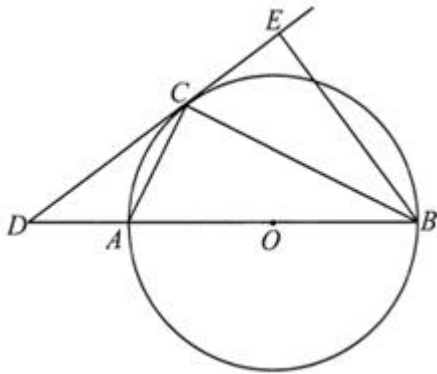
(2) 若该公司某销售人员今年 3 月份的鲜花销售量没有超过 70 千克, 但其 3 月份的工资超过 2000 元. 这个公司采用了哪种方案给这名销售人员付 3 月份的工资?



22. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上异于 A 、 B 的点, 连接 AC 、 BC , 点 D 在 BA 的延长线上, 且 $\angle DCA = \angle ABC$, 点 E 在 DC 的延长线上, 且 $BE \perp DC$.

(1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\frac{OA}{OD} = \frac{2}{3}$, $BE = 3$, 求 DA 的长.



23. 已知抛物线 $y = -2x^2 + bx + c$ 经过点 $(0, -2)$, 当 $x < -4$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x > -4$ 时, y 随 x 的增大而减小. 设 r 是抛物线 $y = -2x^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点 (交点也称公共点) 的横坐标, $m = \frac{r^9 + r^7 - 2r^5 + r^3 + r - 1}{r^9 + 60r^5 - 1}$.

(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 求证: $r^4 - 2r^2 + 1 = 60r^2$;

(3) 以下结论: $m < 1$, $m = 1$, $m > 1$, 你认为哪个正确? 请证明你认为正确的那个结论.

2021 年云南省初中学业水平考试

数学 试题卷

(全卷三个大题, 共 23 个小题, 共 8 页; 满分 120 分, 考试用时 120 分钟)

注意事项:

1. 本卷为试题卷。考生必须在答题卡上解题作答。答案应书写在答题卡的相应位置上, 在 试题卷、草稿纸上作答无效。

2. 考试结束后, 请将试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题只有一个正确选项, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. 某地区 2021 年元旦的最高气温为 9°C , 最低气温为 -2°C , 那么该地区这天的最低气温比最高气温低()

- A. 7°C B. -7°C C. 11°C D. -11°C

【答案】C

【解析】 $9 - (-2) = 11$, 故选 C.

【考点】正负数的运算

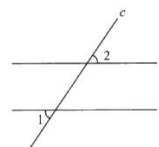
2. 如图, 直线 c 与直线 a 、 b 相交, 若 $a \parallel b$, $\angle 1 = 55^{\circ}$, 则 $\angle 2 =$ ()

- A. 60° B. 55° C. 50° D. 45°

【答案】B

【解析】两直线平行, 同位角相等. 由 $a \parallel b$ 知, $\angle 1$ 的同位角就是 $\angle 2$ 的对顶角, 对顶角相等, 所以 $\angle 2 = 55^{\circ}$, 故选 C.

【考点】平行线性质



3. 一个 10 边形的内角和等于()

- A. 1800° B. 1660° C. 1440° D. 1200°

【答案】C

【解析】 n 边形内角和为 $(n-2) \times 180^{\circ}$, 所以 10 边形内角和: $(10-2) \times 180^{\circ} = 1440^{\circ}$, 故选 C.

【考点】多边形内角和

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^{\circ}$, 若 $AC = 100$, $\sin A = \frac{3}{5}$, 则 AB 的长是()

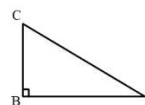
- A. $\frac{500}{3}$ B. $\frac{503}{3}$ C. 60 D. 80

【答案】D

【解析】依据题意作出图形如下, $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$, 所以 $BC = AC \cdot \sin A = 100 \times \frac{3}{5} = 60$, 由勾股定理可知 $AB = 80$,

故选 D.

【考点】锐角三角函数



5. 若一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a < 1$ B. $a \leq 1$ C. $a \leq 1$ 且 $a \neq 0$ D. $a < 1$ 且 $a \neq 0$

【答案】D

【解析】要满足一元二次方程, 则 $a \neq 0$, 该方程有两个不相等的实数根, $\Delta = 2^2 - 4a > 0$, 即 $a < 1$, 故选 D.

【考点】一元二次方程根的情况

6. 按一定规律排列的单项式: $a^2, 4a^3, 9a^4, 16a^5, 25a^6, \dots$, 第 n 个单项式是 ()

- A. $n^2 a^{n+1}$ B. $n^2 a^{n-1}$ C. $n^n a^{n+1}$ D. $(n+1)^2 a^n$

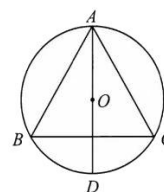
【答案】A

【解析】每个单项式系数表示为 n^2 , 单项式及次数表示为 a^{n+1} , 则第 n 个单项式为 $n^2 a^{n+1}$, 故选 A.

【考点】整式的乘法与找规律

7. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的三个顶点都在 $\odot O$ 上, AD 是 $\odot O$ 的直径, 若 $OA = 3$, 则劣弧 BD 的长是 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π



【答案】B

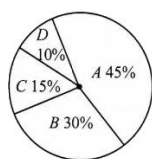
【解析】连接 OB , 由等边 $\triangle ABC$ 知 $\angle BAD = 30^\circ$, 则 $\angle BOD = 2 \angle BAD = 60^\circ$, 所以

$$l_{\text{弧}BD} = \frac{60}{180} \pi \times 3 = \pi, \text{ 故选 B.}$$

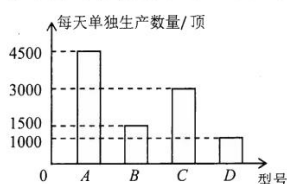
【考点】扇形弧长的计算

8. 2020 年以来, 我国部分地区出现了新冠疫情. 一时间, 疫情就是命令, 防控就是责任, 一方有难八方支援. 某公司在疫情期间为疫区生产 A、B、C、D 四种型号的帐篷共 20000 顶, 有关信息见如下统计图:

各种型号帐篷数量的百分比统计图



每天单独生产各种型号帐篷数量的统计图



下列判断正确的是 ()

- A. 单独生产 B 型帐篷的天数是单独生产 C 型帐篷天数的 3 倍
B. 单独生产 B 型帐篷的天数是单独生产 A 型帐篷天数的 1.5 倍
C. 单独生产 A 型帐篷与单独生产 D 型帐篷的天数相等
D. 每天单独生产 C 型帐篷的数量最多

【答案】C

【解析】由扇形统计图知: A 型帐篷有 $20000 \times 45\% = 9000$ 顶, B 型帐篷有 $20000 \times 30\% = 6000$ 顶, C 型帐篷有 $20000 \times 15\% = 3000$ 顶, D 型帐篷有 $20000 \times 10\% = 2000$ 顶. 结合条形统计图知: 生产 A 型帐篷需 $9000 \div 4500 = 2$ 天, 生产 B 型帐篷需 $6000 \div 1500 = 4$ 天, 生产 C 型帐篷需 $3000 \div 3000 = 1$ 天, 生产 D 型帐篷需 $2000 \div 1000 = 2$ 天. 所以单独生产 A 型帐篷与单独生产 D 型帐篷的天数相等, 故选 C.

【考点】根据统计图数据的分析

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

9. 已知 a, b 都是实数. 若 $\sqrt{a+1}+(b-2)^2=0$, 则 $a-b=$ _____.

【答案】 -3

【解析】 $\because \sqrt{a+1}+(b-2)^2=0, \sqrt{a+1} \geq 0, (b-2)^2 \geq 0$

$$\therefore \sqrt{a+1}=0, (b-2)^2=0$$

$$\therefore a+1=0, b-2=0$$

$$\therefore a=-1, b=2$$

$$\therefore a-b=-1-2=-3.$$

【考点】 本题考查二次根式和完全平方公式整体的非负性。

10. 若反比例函数的图象经过点 $(1, -2)$, 则该反比例函数的解析式（解析式也称表达式）为_____.

【答案】 $y=\frac{-2}{x}$

【解析】 设该反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}(k \neq 0)$,

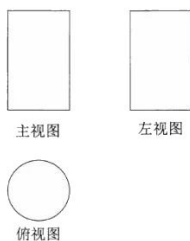
$\because$ 反比例函数的图象经过点 $(1, -2)$,

$$\therefore -2=\frac{k}{1}, \text{ 解得 } k=-2$$

$$\therefore \text{该反比例函数的解析式为 } y=\frac{-2}{x}.$$

【考点】 反比例函数的待定系数法。

11. 下列图形是某几何体的三视图（其中主视图也称正视图，左视图也称侧视图）



已知主视图和左视图是两个全等的矩形. 若主视图的相邻两边长分别为 2 和 3, 俯视图是直径等于 2 的圆, 则这个几何体的体积为_____.

【答案】 3π

【解析】 由图中的三视图可得, 这个几何体是圆柱。

$\because$ 这个几何体主视图的相邻两边长分别为 2 和 3, 俯视图是直径等于 2 的圆,

∴这个几何体是一个底面半径为1，高为3的圆柱。

$$\therefore V_{\text{圆柱}} = \pi r^2 \cdot h = \pi \times 1^2 \cdot 3 = 3\pi.$$

∴这个几何体的体积为 3π 。

【考点】圆柱的三视图。

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D、E分别是BC，AC的中点，AD与BE相交于点F。若BF=6，则BE的长是_____。

【答案】9

【解析】∵点D、E分别是BC，AC的中点，

$$\therefore DE \parallel AB \text{ 且 } DE = \frac{1}{2} AB,$$

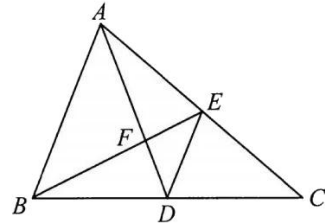
$$\therefore DE \parallel AB$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle ABF$$

$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{DE}{AB} \text{ 即 } \frac{EF}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore EF = 3$$

$$\therefore BE = BF + EF = 6 + 3 = 9.$$



【考点】三角形的中位线和平行相似。

13. 分解因式： $x^3 - 4x =$ _____。

【答案】 $x(x+2)(x-2)$

【解析】 $x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x+2)(x-2).$

【考点】利用提公因式法和平方差公式，对代数式进行因式分解。

14. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点都是同一个正方形的顶点， $\angle ABC$ 的平分线与线段AC交于点D。若的一条边长为6，则点D到直线AB的距离为_____。



【答案】3或 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 或 $6\sqrt{2}-6$ 或 $6-3\sqrt{2}$

【解析】

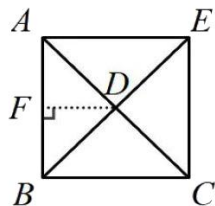


图 1

情况①：如图 1， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=BC=6$ ，

$\because \angle ABC$ 的平分线与线段 AC 交于点 D 。

$\therefore$ 点 D 是正方形两条对角线的交点。

$\therefore$ 点 D 到直线 AB 的距离 $=DF$ 。

$\because DF \perp AB$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore DF \parallel BC$

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ACB$ （相似比为 1:2）

$$\therefore DF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$\therefore$ 点 D 到直线 AB 的距离 $=3$ ；

情况②：如图 1， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AC=6$ ，

$$\text{则 } BC = AC \cdot \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

$\because \angle ABC$ 的平分线与线段 AC 交于点 D 。

$\therefore$ 点 D 是正方形两条对角线的交点。

$\therefore$ 点 D 到直线 AB 的距离 $=DF$ 。

$\because DF \perp AB$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore DF \parallel BC$

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ACB$ （相似比为 1:2）

$$\therefore DF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离} = \frac{3\sqrt{2}}{2};$$

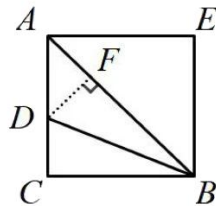


图 2

情况③：如图 2， $\angle ABC=45^\circ$ ， $AC=BC=6$ ，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ， $DF \perp AB$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore CD=DF$

设 $CD=DF=x$

又 $\because \triangle ADF$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore AD = \sqrt{2}x$$

$$\therefore AC = CD + AD = x + \sqrt{2}x = 6$$

$$\therefore x = \frac{6}{1+\sqrt{2}} = \frac{6(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = 6\sqrt{2}-6.$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离} = DF = x = 6\sqrt{2}-6.$$

情况④：如图 2， $\angle ABC=45^\circ$ ， $AB=6$ ，

$$\text{则 } AC = AB \cdot \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ， $DF \perp AB$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore CD=DF$

设 $CD=DF=x$

又 $\because \triangle ADF$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore AD = \sqrt{2}x$$

$$\therefore AC = CD + AD = x + \sqrt{2}x = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore x = \frac{3\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = 6-3\sqrt{2}.$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离} = DF = x = 6-3\sqrt{2}.$$

综上所述，点 D 到直线 AB 的距离为 3 或 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 或 $6\sqrt{2}-6$ 或 $6-3\sqrt{2}$ 。

【考点】 本题考查了正方形的性质，等腰直角三角形的性质，角平分线的性质以及三角函数的知识点，考点比较综合。

三. 解答题（本大题共 9 小题，共 70 分）

15. （本小题满分 6 分）

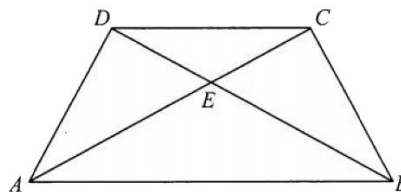
$$\text{计算：} (-3)^2 + \frac{\tan 45^\circ}{2} + (\sqrt{2}-1)^0 - 2^{-1} + \frac{2}{3} \times (-6)$$

$$\begin{aligned} \text{【解析】原式} &= 9 + \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{2} - 4 \\ &= 10 - 4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

【考点】 负整数指数幂、特殊角三角函数值、0 次幂、有理数简单计算

16. （本小题满分 6 分）

如图，在四边形 ABCD 中， $AD = BC$ ， $AC = BD$ ，AC 与 BD 相交于点 E，
求证： $\angle DAC = \angle CBD$



【解析】

证明：在 $\triangle ADC$ 与 $\triangle BCD$ 中：

$$\begin{cases} AD = BC \\ AC = BD \\ CD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DAC \cong \triangle CBD \text{ (SSS),}$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CBD$$

【考点】 全等三角形判定与性质

17. （本小题满分 8 分）

垃圾的分类回收不仅能够减少环境污染、美化家园，甚至能够变废为宝、节约资源。为增强学生垃圾分类意识，推动垃圾分类进校园，某中学组织全校 1565 名学生参加了“垃圾分类知识竞赛”（满分为 100 分）。该校数学兴趣小组为了解全校学生竞赛分数情况，采用简单随机抽样的方法（即每名学生的竞赛分数被抽到的可能性相等的抽样方法）抽取部分学生的竞赛分数进行调查分析。

（1）以下三种抽样调查方案：

方案一：从七年级、八年级、九年级中指定部分学生的竞赛分数作为样本；

方案二：从七年级、八年级中随机抽取部分男生的竞赛分数以及在九年级中随机抽取部分女生的竞赛分数作为样本；

方案三：从全校 1565 名学生的竞赛分数中随机抽取部分学生的竞赛分数作为样本。其中抽取的样本最具有代表性和广泛性的一种抽样调查方案_____（填写“方案一”、“方案二”或“方案三”）；

(2) 该校数学兴趣小组根据简单随机抽样方法获得的样本, 绘制出如下统计表 (90 分及以上为“优秀”, 60 分及以上为“及格”, 学生竞赛分数记为 x 分)

样本容量	平均分	及格率	优秀率	最高分	最低分
100	83.59	95%	40%	100	52

分数段	$50 \leq x < 60$	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
频数	5	7	18	30	40

结合上述信息解答下列问题:

- ①样本数据的中位数所在分数段为_____;
- ②全校 1565 名学生, 估计竞赛分数达到“优秀”的学生有_____人.

【解析】

(1) 方案三;

(2) ① $80 \leq x < 90$; ② 626 人

【考点】数据收集与整理、数据分析

18. (本小题满分 6 分)

“30 天无理由退货”是营造我省“诚信旅游”良好环境, 进一步提升旅游形象的创新举措. 机场、车站、出租车、景区、手机短信……, “30 天无理由退货”的提示随处可见, 它已成为一张云南旅行的“安心卡”, 极大地提高了旅游服务的品质. 刚刚过去的“五·一”假期, 旅游线路、住宿、餐饮、生活服务、购物等旅游消费的供给更加多元, 同步的是云南旅游市场强劲复苏. 某旅行社今年 5 月 1 日租用 A、B 两种客房一天, 供当天使用. 下面是有关信息:



请根据上述信息, 分别求今年 5 月 1 日该旅行社租用的 A、B 两种客房每间客房的租金.

【解析】 设 B 种客房租金为 x 元/间, 则 A 种客房为 $(x+40)$ 元/间

$$\text{则: } \frac{2000}{x+40} = \frac{1600}{x}$$

$$\text{解得: } x = 160$$

经检验: $x = 160$ 是原方程的解且符合题意

$$\therefore \text{A 种客房: } 160+40=200 \text{ (元)}$$

答: A 种客房每间租金为 200 元, B 种客房每间租金为 160 元

【考点】分式方程实际应用

19. (本小题满分 7 分)

为庆祝中国共产党成立 100 周年, 某市组织该市七、八两个年级学生参加演讲比赛, 演讲比赛的主题为“追忆百年历程, 凝聚青春力量”. 该市一中学经过初选, 在七年级选出 3 名同学, 其中 2 名女生, 分别记为 x_1 、 x_2 , 1 名男

生, 记为 y_1 ; 在八年级选出 3 名同学, 其中 1 名女生, 记为 x_3 , 2 名男生, 分别记为 y_2 、 y_3 . 现分别从两个年级初选出的同学中, 每个年级随机选出一名同学组成代表队参加比赛.

(1) 用列表法或树状图法 (树状图也称树形图) 中的一种方法, 求所有可能出现的代表队总数;

(2) 求选出的代表队中的两名同学恰好是一名男生和一名女生的概率 P .

【解析】(1) 根据题意, 可列表如下:

	x_3	y_2	y_3
x_1	(x_1, x_3)	(x_1, y_2)	(x_1, y_3)
x_2	(x_2, x_3)	(x_2, y_2)	(x_2, y_3)
y_1	(y_1, x_3)	(y_1, y_2)	(y_1, y_3)

如上表所示, 共有 9 种等可能情况

$\therefore$ 可能出现的代表队总数为 9

(2) 由 (1) 得, 可能出现的代表队总数为 9, 其中两名同学恰好是一名男生和一名女生的有 5 种, 分别为: (x_1, y_2) , (x_1, y_3) , (x_2, y_2) , (x_2, y_3) , (y_1, x_3)

$$\therefore P = \frac{5}{9}$$

答: 选出的代表队中的两名同学恰好是一名男生和一名女生的概率为 $\frac{5}{9}$.

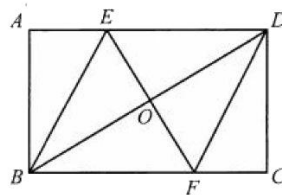
【考点】列表或画树状图求概率

20. (本小题满分 8 分)

如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, E 、 F 分别是线段 AD 、 BC 上的点, 点 O 是 EF 与 BD 的交点. 若将 $\triangle BED$ 沿直线 BD 折叠, 则点 E 与点 F 重合.

(1) 求证: 四边形 $BEDF$ 是菱形;

(2) 若 $ED = 2AE$, $AB \cdot AD = 3\sqrt{3}$, 求 $EF \cdot BD$ 的值.



【解析】(1) 证明: 由折叠的性质可知

$$\triangle BED \cong \triangle BFD$$

$$\therefore BE = BF, DE = DF$$

$$\angle EBD = \angle FBD$$

$$\because \text{矩形 } ABCD$$

$$\therefore AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle EDB = \angle FBD$$

$$\therefore \angle EBD = \angle EDB$$

$$\therefore BE = DE$$

$$\because BE = BF, DE = DF$$

$$\therefore BE = BF = DE = DF$$

$$\therefore \text{四边形 } BEDF \text{ 是菱形}$$

$$(2) \because ED = 2AE$$

$$\text{设 } AE = a, \text{ 则 } DE = 2a$$

$$\therefore AD = 3a$$

$$\because AB \cdot AD = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore AB = \frac{\sqrt{3}}{a}$$

∵ 四边形 BEDF 是菱形

$$\therefore S_{\text{菱形}BEDF} = \frac{1}{2}BD \cdot EF = DE \cdot AB$$

$$\therefore \frac{1}{2}BD \cdot EF = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{a}$$

$$\therefore BD \cdot EF = 4\sqrt{3}$$

【考点】菱形的判定，菱形中的等面积法

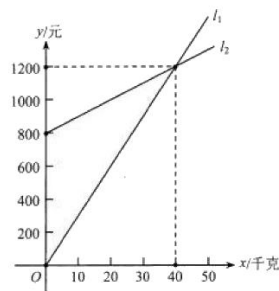
21. (本小题满分 8 分)

某鲜花销售公司每月付给销售人员的工资有两种方案.

方案一：没有底薪，只付销售提成；

方案二：底薪加销售提成.

下图中的射线 l_1 ，射线 l_2 分别表示该鲜花销售公司每月按方案一，方案二付给销售人员的工资 y_1 (单位：元) 和 y_2 (单位：元) 与其当月鲜花销售量 x (单位：千克) ($x \geq 0$) 的函数关系.



(1) 分别求 y_1 、 y_2 与 x 的函数解析式 (解析式也称表达式);

(2) 若该公司某销售人员今年 3 月份的鲜花销售量没有超过 70 千克，但其 3 月份的工资超过 2000 元. 这个公司采用了哪种方案给这名销售人员付 3 月份的工资?

【解析】

(1) 由图可知， y_1 与 x 的函数解析式满足正比例函数解析式，

设 $y_1 = k_1x$ ($k_1 \neq 0$)，将点 $(40, 1200)$ 代入 $y_1 = k_1x$ ($k_1 \neq 0$)

得 $40k_1 = 1200$ ， $k_1 = 30$. y_2 与 x 的函数解析式满足一次函数解析式，设 $y_2 = k_2x + b_2$ ($k_2 \neq 0$)，

将点 $(0, 800)$ 、 $(40, 1200)$ 代入 $y_2 = k_2x + b_2$ ($k_2 \neq 0$) 中，

$$\text{得 } \begin{cases} 0 \cdot k_2 + b_2 = 800 \\ 40 \cdot k_2 + b_2 = 1200 \end{cases}, \text{ 于是 } \begin{cases} k_2 = 10 \\ b_2 = 800 \end{cases} \text{ 所以}$$

y_1 与 x 的函数解析式为 $y_1 = 30x$

y_2 与 x 的函数解析式为 $y_2 = 10x + 800$.

(2) 将 $x = 70$ 代入 得 $y_1 = 30 \times 70 = 2100$ (元)，

$$y_2 = 10 \times 70 + 800 = 1500 \text{ (元)},$$

由题可知，其 3 月份的工资超过 2000 元，因为 $2100 > 2000$ ，所以这个公司采用方案一给这名销售人员付 3 月份的工资.

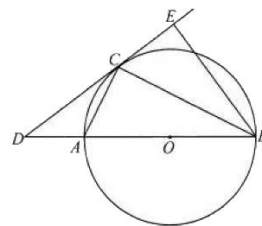
【考点】本题主要考查：一次函数实际应用.

22. (本小题满分9分)

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上异于 A 、 B 的点, 连接 AC 、 BC , 点 D 在 BA 的延长线上, 且 $\angle DCA = \angle ABC$, 点 E 在 DC 的延长线上, 且 $BE \perp DC$.

(1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线

(2) 若 $\frac{OA}{OD} = \frac{2}{3}$, $BE = 3$, 求 DA 的长.



【解析】

(1) 连接 OC ,

$$\because OC = OB$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB$$

$$\text{又} \angle ABC = \angle DCA$$

$$\therefore \angle OCB = \angle DCA$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径}$$

$$\therefore \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DCA + \angle ACO = 90^\circ$$

$$\text{即} \angle DCO = 90^\circ \quad \therefore$$

$$\therefore DC \perp OC$$

$$\because OC \text{ 是半径}$$

$$\therefore DC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}$$

(2)

$$\because \frac{OA}{OD} = \frac{2}{3} \text{ 且 } OA = OB$$

$$\therefore \text{设 } OA = OB = 2x, OD = 3x$$

$$\therefore DB = OD + OB = 5x$$

$$\therefore \frac{OD}{DB} = \frac{3}{5}$$

$$\because BE \perp DC, DC \perp OC$$

$$\therefore OC \parallel BE$$

$$\therefore \triangle DCO \sim \triangle DEB$$

$$\therefore \frac{OC}{BE} = \frac{OD}{DB} = \frac{3}{5}$$

$$\because BE = 3$$

$$\therefore OC = \frac{9}{5}$$

$$\therefore 2x = \frac{9}{5}$$

$$\therefore x = \frac{9}{10}$$

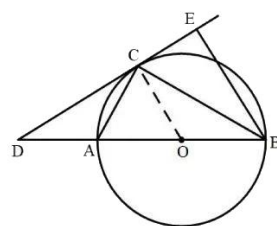
$$\therefore AD = OD - OA$$

$$= 3x - 2x$$

$$= x$$

$$= \frac{9}{10}$$

$$\text{答: } DA \text{ 的长为 } \frac{9}{10}.$$



【考点】 本题主要考查：一类切线证明、A型相似.

23. 已知抛物线 $y = -2x^2 + bx + c$ 经过点 $(0, -2)$, 当 $x < -4$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x > -4$ 时, y 随 x 的增大

而减小. 设 r 是抛物线 $y = -2x^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点 (交点也称公共点) 的横坐标, $m = \frac{r^9 + r^7 - 2r^5 + r^3 + r - 1}{r^9 + 60r^5 - 1}$.

(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 求证: $r^4 - 2r^2 + 1 = 60r^2$;

(3) 以下结论: $m < 1$, $m = 1$, $m > 1$, 你认为哪个正确? 请证明你认为正确的那个结论.

【解析】

(1) 由题可知: 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$, 当 $x < -4$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x > -4$ 时, y 随 x 的增大而减小,

所以, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = -4$, 所以 $b = -16$. 将点 $(0, -2)$ 代入, 得 $c = -2$.

所以 b 的值为 -16 , c 的值为 -2 .

(2) 因为 r 是抛物线 $y = -2x^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点 (交点也称公共点) 的横坐标

所以 r 是方程 $-2x^2 - 16x - 2 = 0$ 的根, 有 $r^2 + 8r + 1 = 0$

等式左边

$$\begin{aligned} &= (r^2 - 1)^2 \\ &= (-8r - 2)^2 \\ &= 64r^2 + 32r + 4 \\ &= 4(16r^2 + 8r + 1) \\ &= 4(16r^2 - r^2) \\ &= 60r^2 \end{aligned}$$

= 等式右边, 所以等式成立.

(3) $m > 1$, 证明如下:

由 (2) 可知, $60r^2 = r^4 - 2r^2 + 1$

所以

$$\begin{aligned} m &= \frac{r^9 + r^7 - 2r^5 + r^3 + r - 1}{r^9 + r^3(r^4 - 2r^2 + 1) - 1} \\ &= \frac{r^9 + r^7 - 2r^5 + r^3 + r - 1}{r^9 + r^7 - 2r^5 + r^3 - 1} \\ &= 1 + \frac{r}{r^9 + 60r^5 - 1} \end{aligned}$$

由 (2) 知, $r^2 + 8r + 1 = 0$, $r < 0$

所以 $r^9 < 0, r^5 < 0$, 进而得: $\frac{r}{r^9 + 60r^5 - 1} > 0$ 所以 $m > 1$

【考点】 待定系数法求二次函数解析式、等式证明、代数式化简与比较大小。