九年级期终考试数学试卷参考答案与评分建议

一、选择题：（本大题 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. B； 2. C ； 3. A； 4. D； 5. B； 6. C.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．$2\vec{a}-5\vec{b}$； 8．35； 9．10； 10．$\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$； 11．26； 12．如 $y=-x^2+1$ 等；

13．$1:3$； 14．$1:\sqrt{2}$； 15．10； 16．8； 17．$\dfrac{3}{2}a$； 18．$1:2$．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19．解：原式 $=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{2}$，……（5 分）

$=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}$，……（4 分）

$=\dfrac{5}{6}$．……（1 分）

20．解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $A(-1,6)$、$B(1,-2)$、$C(0,1)$ 三点，

∴ $\begin{cases}a-b+c=6,\\a+b+c=-2,\\c=1.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1\\b=-4,\\c=1.\end{cases}$……（4 分）

∴抛物线的表达式为 $y=x^2-4x+1$．……（1 分）

抛物线的对称轴 l 为直线 $x=2$．……（1 分）

（2）过点 B 作 $BH\perp AD$，垂足为点 H.

∵点 A 与点 D 关于对称轴 l 对称，又点 $A(-1,6)$，∴ $D(5,6)$ ……（1 分）

∴AD // x 轴，AD=6. ∵ $B(1,-2)$，∴BH=8. ……（2 分）

∴ $S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}\times AD\times BH=\dfrac{1}{2}\times6\times8=24$. ……（1 分）

21．解：（1）∵AD // BC，$\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{ED}{BE}$. ……（1 分）

∵AD=4，BC=5，∴ $\dfrac{ED}{BE}=\dfrac{4}{5}$，$ED=\dfrac{4}{9}BD$ ．

∵ $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BD}=\vec{b}$，∴ $\overrightarrow{AD}=\dfrac{4}{5}\vec{a}$ ，$ED=\dfrac{4}{9}\vec{b}$.……（2 分）

∵ $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{ED}$ ，∴ $\overrightarrow{AE}=\dfrac{4}{5}\vec{a}-\dfrac{4}{9}\vec{b}$. ……（2 分）

（2）方法 1：过点 A 作 $AF\perp BC$，垂足为点 F. ……………………………………………………（1 分）

在 Rt$\triangle ADC$ 中，$AD\perp CD$，$AD=4$，$\tan\angle DAC=\frac{1}{2}$，$\therefore CD=2$. ……………………………（1 分）

$\because AD\parallel BC$，$\therefore\angle FAD=90°$，又 $AD\perp CD$，$\therefore$四边形 $ADCF$ 是矩形. ……………………（1 分）

$\therefore AF=CD=2$，$AD=FC=4$，$\because BC=5$，$\therefore BF=1$, $\therefore AB=\sqrt{5}$. ………………………………（1 分）

$\therefore \sin\angle ABC=\frac{AF}{AB}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. ……………………………………………………………（1 分）

方法 2：$\because AD\perp CD$，$\tan\angle DAC=\frac{1}{2}$，$\therefore \tan\angle DAC=\frac{CD}{AD}=\frac{1}{2}$，$\because AD=4$，$\therefore CD=2$. ……（1 分）

$\because AC=\sqrt{CD^2+AD^2}$，$\therefore AC=2\sqrt{5}$. ……………………………………………………（1 分）

$\because AD\parallel BC$，$\therefore \angle DAC=\angle ACB$．$\because \frac{AD}{AC}=\frac{AC}{BC}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，$\therefore \triangle DAC\backsim\triangle ACB$. ………………（2 分）

$\therefore \angle BAC=\angle D=90°$，$\therefore \sin\angle ABC=\frac{AC}{BC}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. …………………………………………（1 分）

22. **第一次实践** 需要测量得到的相关数据有：<u>$NE=b$cm</u>. …………………………（2 分）

利用得到的数据表达树 MN 的高度：$MN=$<u>（$a+b+40$）</u>cm. ………………（2 分）

第二次实践 需要测量得到的相关数据有：<u>$EF=c$ cm</u>. ……………………………（2 分）

解决问题：设 $MH=x$.

由题意可知 $BC=AB=40$cm，$BD=20$cm，$AB\perp CD$，$\therefore \tan\angle CAB=1$，$\tan\angle D_1A_1B_1=\frac{1}{2}$.

$\because AH\perp MN$，$\therefore AH=MH=x$. $\tan\angle D_1A_1B_1=\frac{MH}{A_1H}=\frac{1}{2}$，$\therefore A_1H=2x$. ………………………（2 分）

$\because A_1H-AH=A_1A=B_1B=EF$，$\therefore x=c$. ……………………………………………………（1 分）

$\therefore MN=$（$c+a$）cm. ……………………………………………………………………………（1 分）

（以上两次实践活动方案合理，可操作，答案酌情给分）

23. 证明：（1）$\because AE=AD$，$\therefore\angle E=\angle ADE$. ……………………………………………………（2 分）

$\because\angle ADE=\angle CDB$，$\therefore\angle E=\angle CDB$. ………………………………………………………（2 分）

$\because CD$ 平分$\angle ACB$，$\therefore\angle ACE=\angle BCD$，$\therefore\triangle CEA\backsim\triangle CDB$. ……………………………（2 分）

（2）$\because CF\parallel AE$，$\therefore\angle E=\angle DCF$. ……………………………………………………………（1 分）

$\because\angle DCF=\angle DCB+\angle BCF$，$\angle E=\angle CDF=\angle ACE+\angle CAD$，$\therefore\angle BCF=\angle CAD$. ……………（1 分）

又$\angle F=\angle F$，$\therefore\triangle CFB\backsim\triangle AFC$，$\therefore \frac{BF}{CF}=\frac{BC}{AC}$. …………………………………………（2 分）

由$\triangle CEA\backsim\triangle CDB$，$\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{BD}{AE}$. 又 $AE=AD$，$\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{BD}{AD}$，$\therefore \frac{BD}{AD}=\frac{BF}{CF}$. …………（2 分）

24. （1）$C(0,c)$，$P(2,c+4)$，……………………………………………………………（2 分）

$D\left(-\frac{c}{2},0\right)$. ……………………………………………………………………（2 分）

（2）①方法 1：过点 P' 作 $P'H\perp y$ 轴，垂足为点 H.

由题意可得直 PC：$y=2x+c$，设 $P'(m,2m+c)$.……………………………………………（1 分）

∴新抛物线 $y=-x^2+2mx-m^2+2m+c$，∴ $E\left(0,-m^2+2m+c\right)$.…………………………（1 分）

∵x 轴⊥y 轴，∴ $\angle P'EC=\angle PDO$ ，∴ $\tan\angle P'EC=\tan\angle PDO=2$，

∴ $\tan\angle P'EC=\frac{P'H}{HE}=\frac{-m}{2m+c+m^2-2m-c}=2$，∴ $m=-\frac{1}{2}$，∴ $P'\left(-\frac{1}{2},c-1\right)$.………（1 分）

∴该抛物线向左平移 $\frac{5}{2}$ 个单位，向下平移 5 个单位. ……………………………………（1 分）

方法 2：过点 P' 作 $P'H\perp y$ 轴，垂足为点 H.

设 $P'(m,k)$，∴新抛物线 $y=-x^2+2mx-m^2+k$，

∴$E\left(0,-m^2+k\right)$. ……………………………………………………………………（1 分）

∵x 轴⊥y 轴，∴ $\angle P'EC=\angle PDO$ ，∴ $\tan\angle P'EC=\tan\angle PDO=2$，

∴ $\tan\angle P'EC=\frac{P'H}{HE}=\frac{-m}{k+m^2-k}=2$，∴ $m=-\frac{1}{2}$.……………………………………（1 分）

又 $\frac{P'H}{CH}=\frac{1}{2}$，∴ $\frac{\frac{1}{2}}{c-k}=\frac{1}{2}$，∴ $k=c-1$ ，∴ $P'\left(-\frac{1}{2},c-1\right)$.…………………………（1 分）

∴该抛物线向左平移 $\frac{5}{2}$ 个单位，向下平移 5 个单位. ……………………………………（1 分）

②方法 1：由 DA' 被 y 轴平分，$D\left(-\frac{c}{2},0\right)$，设 $A'\left(\frac{c}{2},y\right)$，∴ $A\left(\frac{c}{2}+\frac{5}{2},0\right)$. ……………（2 分）

∵点 A 在原抛物线上，∴ $-\left(\frac{c+5}{2}\right)^2+4\times\frac{c+5}{2}+c=0$. ……………………………（1 分）

解得 $c_1=5,c_2=-3$(舍) .∴ $y=-x^2+4x+5$. ……………………………………………（1 分）

方法 2：由 $y=-x^2+4x+c$，令 y=0，得 $x=2\pm\sqrt{c+4}$，∴ $A\left(2+\sqrt{c+4},0\right)$. …………（1 分）

∴ $A'\left(\sqrt{c+4}-\frac{1}{2},-5\right)$. ……………………………………………………………（1 分）

过点 A' 作 $A'G$ // x 轴交 y 轴于点 G.

∵ $A'D$ 被 y 轴平分，∴ $DO=A'G$，∴ $\frac{c}{2}=\sqrt{c+4}-\frac{1}{2}$， ……………………………（1 分）

解得 $c_1=5,c_2=-3$(舍) .∴ $y=-x^2+4x+5$. ……………………………………………（1 分）

25. 解：（1）过点 C 作 $CG\perp AB$，垂足为点 G.

∵$BC=5$，$\sin B=\frac{4}{5}$，∴$BG=3$，$CG=4$. ……………………………………………………（1 分）

∵$AB=9$，∴$AG=6$，∵$\angle AGC=90°$，∴$\tan\angle BAC=\frac{CG}{AG}=\frac{2}{3}$. ………………………（1 分）

∵$\angle CPF=90°$，$\frac{FP}{PC}=\frac{2}{3}$，∴$\tan\angle PCF=\tan\angle BAC=\frac{2}{3}$. ………………………………（1 分）

∵$\angle BAC=\angle PCF<90°$，∴$\angle BAC=\angle PCF$. ………………………………………………（1 分）

（2）∵$AB\,//\,CD$，∴$\angle BAC=\angle ACD$.

∵$\angle PCF=\angle BAC$，∴$\angle PCF=\angle ACD$，∴$\angle PCA=\angle FCD$. ……………………………………（1 分）

∵$\triangle APC\backsim\triangle EFC$，$\angle PEC=\angle APE<90°$，∴$\angle APC=\angle EFC$，∴$\angle BPC=\angle PFC$. ……（1 分）

∴$\cot\angle BPC=\cot\angle PFC$，∴$\frac{PG}{CG}=\frac{2}{3}$，……………………………………………………（1 分）

∴$PG=\frac{8}{3}$，∴$BP=\frac{17}{3}$. ………………………………………………………………………（1 分）

（3）过点 H 作 $HM\perp AB$，垂足为点 M.

∵$\angle FPC=90°$，∴$\angle MPH=\angle PCG$.

又$\angle HMP=\angle CGP=90°$，∴$\triangle MPH\backsim\triangle GCP$. …………………………………………（1 分）

∴$\frac{MP}{GC}=\frac{MH}{GP}=\frac{PH}{CP}$，∵$\frac{S_{\triangle HFC}}{S_{\triangle PHC}}=\frac{1}{3}$，∴$\frac{FH}{PH}=\frac{1}{3}$. ……………………………………（1 分）

①当点 F 在线段 PH 的延长线上时，由 $\frac{PF}{PC}=\frac{2}{3}$，可得 $\frac{PH}{PC}=\frac{1}{2}$. ……………………………（1 分）

设 $MH=a$，∴$GP=2a$，$MP=2$，$AM=\frac{3}{2}a$，∴$2a+\frac{3}{2}a+2+3=9$，$a=\frac{8}{7}$.

∴$\frac{AH}{AC}=\frac{MH}{CG}=\frac{2}{7}$. ………………………………………………………………………（1 分）

②当点 F 在线段 PH 上时，可得 $PH=PC$. ……………………………………………………（1 分）

设 $MH=b$，∴$GP=b$，$MP=4$，$AM=\frac{3}{2}b$，∴$b+\frac{3}{2}b+4+3=9$，$b=\frac{4}{5}$.

∴$\frac{AH}{AC}=\frac{MH}{CG}=\frac{1}{5}$. ………………………………………………………………………（1 分）

综上所述 $\frac{AH}{AC}$ 的值为 $\frac{2}{7}$ 或 $\frac{1}{5}$.