

2015 年上海市金山区中考数学二模试卷

一、选择题 (本题共 6 小题, 每题 4 分, 满分 24 分, 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的,)

1. (4 分) 下列各数中与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt[3]{2}$ C. $\sqrt{4}$ D. $\sqrt{12}$

2. (4 分) 下列代数式中是二次二项式的是 ()

- A. $xy - 1$ B. $\frac{1}{x^2+1}$ C. x^2+xy^2 D. $\sqrt{x^4+1}$

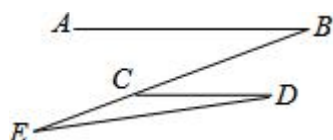
3. (4 分) 若直线 $y=x+1$ 向下平移 2 个单位, 那么所得新直线的解析式是 ()

- A. $y=x+3$ B. $y=x-3$ C. $y=x-1$ D. $y=-x+1$

4. (4 分) 一次数学单元测试中, 初三 (1) 班第一小组的 10 个学生的成绩分别是: 58 分、72 分、76 分、82 分、82 分、89 分、91 分、91 分、91 分、98 分, 那么这次测试第一小组 10 个学生成绩的众数和平均数分别是 ()

- A. 82 分、83 分 B. 83 分、89 分 C. 91 分、72 分 D. 91 分、83 分

5. (4 分) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle D=13^\circ$, $\angle B=28^\circ$, 那么 $\angle E$ 等于 ()



- A. 13° B. 14° C. 15° D. 16°

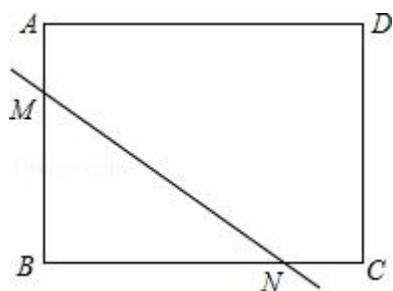
6. (4 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC$, 若以点 C 为圆心, 以 2cm 长为半径的圆与斜边 AB 相切, 那么 BC 的长等于 ()

- A. 2cm B. $2\sqrt{2}$ cm C. $2\sqrt{3}$ cm D. 4cm

二、填空题 (本题共 12 题, 每小题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $1 - \sqrt{3} - \sqrt{3} =$ _____.

8. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$, 那么 $f(3) =$ _____.
9. (4分) 分解因式: $x^3 - x =$ _____.
10. (4分) 已知不等式 $\frac{x-1}{2} \geq 3$, 那么这个不等式的解集是_____.
11. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 2)$, 那么反比例函数的解析式是_____.
12. (4分) 方程 $\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{1-x} = 1$ 的解是_____.
13. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为_____.
14. (4分) 有五张分别印有等边三角形、直角三角形(非等腰)、直角梯形、正方形、圆图形的卡片(卡片中除图案不同外, 其余均相同) 现将有图案的一面朝下任意摆放, 从中任意抽取一张, 抽到有轴对称图案的卡片的概率是_____.
15. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 + x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是_____.
16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $AD=BD, AE=2EC$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE} =$ _____ (用 $\vec{a}, \vec{b}$ 的式子表示)
17. (4分) 在平面直角坐标系中, 我们把半径相等且外切、连心线与直线 $y=x$ 平行的两个圆, 称之为“孪生圆”; 已知圆 A 的圆心为 $(-2, 3)$, 半径为 $\sqrt{2}$, 那么圆 A 的所有“孪生圆”的圆心坐标为_____.
18. (4分) 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6, AD=8$, 把矩形 $ABCD$ 沿直线 MN 翻折, 点 B 落在边 AD 上的 E 点处. 若 $AE=2AM$, 那么 EN 的长等于_____.

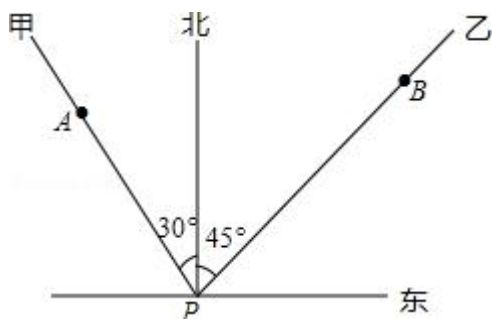


三、(本题共有 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 化简: $\left(\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{1}{x} + \frac{x^2}{(x-1)^2}$.

20. (10 分) 解方程组 $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x^2-4xy+4y^2-4=0 \end{cases}$.

21. (10 分) 如图, 点 P 表示某港口的位置, 甲船在港口北偏西 30° 方向距港口 50 海里的 A 处, 乙船在港口北偏东 45° 方向距港口 60 海里的 B 处, 两船同时出发分别沿 AP, BP 方向匀速驶向港口 P, 1 小时后乙船在甲船的正东方向处, 已知甲船的速度是 10 海里/时, 求乙船的速度.



22. (10 分) 为了解本区初中学生的视力情况, 教育局有关部门采用抽样调查的方法, 从全区 2 万名中学生中抽查了部分学生的视力, 分成如表四类进行统计

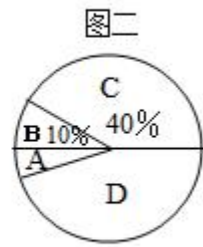
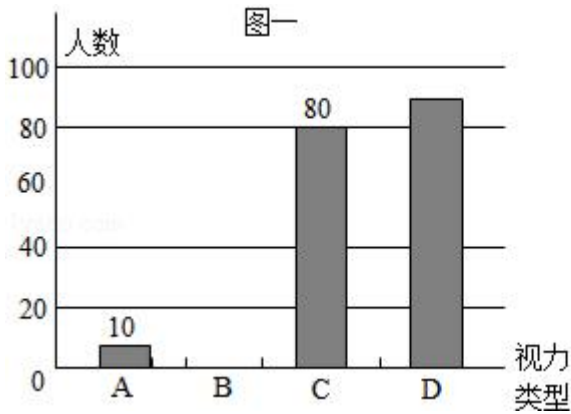
视力	类型	人数
视力在 4.2 及以下	A	10
视力在 4.3 - 4.5 之间	B	20

视力在 4.6 – 4.9 之间	C	
视力在 5.0 及以上	D	

注：(4.3 – 4.5 之间表示包括 4.3 及 4.5)

根据图表完成下列问题：

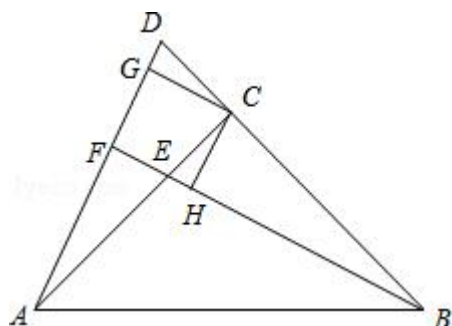
- (1) 填完整表格及补充完整图一；
- (2) “类型 D”在扇形图（图二）中所占的圆心角是_____度；
- (3) 本次调查数据的中位数落在_____类型内；
- (4) 视力在 5.0 以下（不含 5.0）均为不良，那么全区视力不良的初中学生估计人.



23. (12 分) 已知：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ，点 E 在边 AC 上，延长 BC 至 D 点，使 $CE=CD$ ，延长 BE 交 AD 于 F，过点 C 作 $CG \parallel BF$ ，交 AD 于点 G，在 BE 上取一点 H，使 $\angle HCE=\angle DCG$.

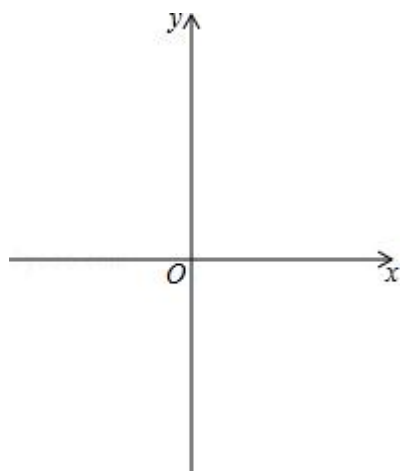
- (1) 求证： $\triangle BCE \cong \triangle ACD$ ；
- (2) 求证：四边形 FHCG 是正方形；

[注：若要用 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 等，请不要标在此图，要标在答题纸的图形上].



24. (12 分) 已知抛物线 $y=ax^2+bx-8$ ($a \neq 0$) 经过 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C .

- (1) 求抛物线 $y=ax^2+bx-8$ ($a \neq 0$) 的解析式, 并求出顶点 P 的坐标;
- (2) 求 $\angle APB$ 的正弦值;
- (3) 直线 $y=kx+2$ 与 y 轴交于点 N , 与直线 AC 的交点为 M , 当 $\triangle MNC$ 与 $\triangle AOC$ 相似时, 求点 M 的坐标.

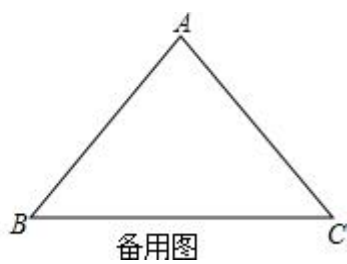
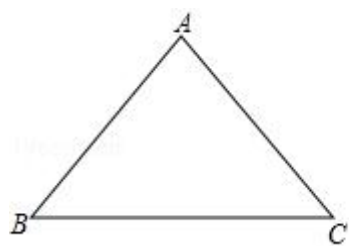


25. (14 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=10$, $\tan \angle B = \frac{4}{3}$

- (1) 求 BC 的长;
- (2) 点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点, 不重合的两动点 M 、 N 在边 BC 上 (点 M 、 N 不与点 B 、 C 重合), 且点 N 始终在点 M 的右边, 联结 DN 、 EM , 交于点 O , 设 $MN=x$, 四边形 $ADOE$ 的面积为 y .

①求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;

②当 $\triangle OMN$ 是等腰三角形且 $BM=1$ 时，求 MN 的长.



2015 年上海市金山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 6 小题，每题 4 分，满分 24 分，下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，）

1. (4 分) 下列各数中与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt[3]{2}$

C. $\sqrt{4}$

D. $\sqrt{12}$

【考点】77：同类二次根式.

【分析】化简各选项后根据同类二次根式的定义判断.

【解答】解：A. 正确；

B. $\sqrt[3]{2}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，故错误；

C. $\sqrt{4}=2$ ，故错误；

D. $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，故错误；

故选：A.

【点评】本题考查了同类二次根式的定义：化成最简二次根式后，被开方数相同，这样的二次根式叫做同类二次根式.

2. (4 分) 下列代数式中是二次二项式的是 ()

A. $xy - 1$

B. $\frac{1}{x^2+1}$

C. x^2+xy^2

D. $\sqrt{x^4+1}$

【考点】43：多项式.

【分析】只要次数为 2，项数为 2 即可作出选择.

【解答】解：A、 $xy - 1$ 是二次二项式，正确；

B、是分式，不是整式，错误；

C、 x^2+xy^2 是三次二项式，错误；

D、是根式，不是整式，错误；

故选：A.

【点评】考查了多项式，注意多项式中次数最高项的次数是这个多项式的次数，每个单项式叫做多项式的项.

3. (4 分) 若直线 $y=x+1$ 向下平移 2 个单位，那么所得新直线的解析式是 ()

- A. $y=x+3$ B. $y=x-3$ C. $y=x-1$ D. $y=-x+1$

【考点】F9：一次函数图象与几何变换.

【分析】根据“上加下减”的平移规律解答即可.

【解答】解：由题意得：平移后的解析式为： $y=x+1-2=x-1$,

即所得直线的表达式是 $y=x-1$.

故选：C.

【点评】本题考查一次函数图象与几何变换，掌握“左加右减，上加下减”的平移规律是解题的关键.

4. (4 分) 一次数学单元测试中，初三 (1) 班第一小组的 10 个学生的成绩分别是：58 分、72 分、76 分、82 分、82 分、89 分、91 分、91 分、91 分、98 分，那么这次测试第一小组 10 个学生成绩的众数和平均数分别是 ()

- A. 82 分、83 分 B. 83 分、89 分 C. 91 分、72 分 D. 91 分、83 分

【考点】W2：加权平均数；W5：众数.

【分析】根据众数和平均数的概念求解.

【解答】解：这组数据中 91 出现的次数最多，

故众数为 91 分，

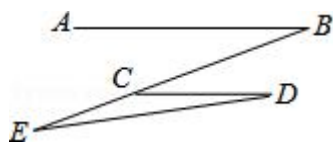
平均数为： $\frac{58+72+76+82+82+89+91+91+91+98}{10}=83$.

故选：D.

【点评】本题考查了众数和平均数的知识，一组数据中出现次数最多的数据叫做

众数，众数可能不唯一.

5. (4分) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle D=13^\circ$, $\angle B=28^\circ$, 那么 $\angle E$ 等于 ()



- A. 13° B. 14° C. 15° D. 16°

【考点】JA: 平行线的性质; K8: 三角形的外角性质.

【分析】 先根据平行线的性质求出 $\angle BCD$ 的度数, 再由三角形外角的性质即可得出结论.

【解答】 解: $\because AB \parallel CD$, $\angle B=28^\circ$,

$$\therefore \angle BCD = \angle B = 28^\circ.$$

$\because \angle BCD$ 是 $\triangle CDE$ 的外角, $\angle D=13^\circ$,

$$\therefore \angle E = \angle BCD - \angle D = 28^\circ - 13^\circ = 15^\circ.$$

故选: C.

【点评】 本题考查的是平行线的性质, 用到的知识点为: 两直线平行, 内错角相等.

6. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC$, 若以点 C 为圆心, 以 2cm 长为半径的圆与斜边 AB 相切, 那么 BC 的长等于 ()

- A. 2cm B. $2\sqrt{2}$ cm C. $2\sqrt{3}$ cm D. 4cm

【考点】MB: 直线与圆的位置关系.

【分析】 根据题意画出图形, 再根据勾股定理求出 BC 的长即可.

【解答】 解: 如图所示,

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC$, $CD \perp AB$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

∴以点 C 为圆心，以 2cm 长为半径的圆与斜边 AB 相切，

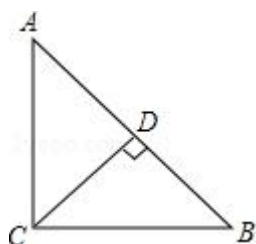
∴ CD=2cm,

∴ ∠B=45°,

∴ CD=BD=2,

∴ $BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ (cm).

故选：B.



【点评】 本题考查的是直线与圆的位置关系，根据题意画出图形，利用数形结合求解是解答此题的关键.

二、填空题（本题共 12 题，每小题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $1 - \sqrt{3} - \sqrt{3} = \underline{0}$.

【考点】 78：二次根式的加减法.

【分析】 先进行绝对值的化简，然后合并.

【解答】 解：原式 $= \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$.

故答案为：0.

【点评】 本题考查了二次根式的加减法，解答本题的关键是掌握绝对值的化简以及二次根式的加法法则.

8. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$ ，那么 $f(3) = \underline{1}$.

【考点】 E5：函数值.

【分析】 把 x 的值代入函数关系式进行计算即可得解.

【解答】 解： $f(3) = \frac{2}{3-1} = 1$.

故答案为：1.

【点评】 本题考查了函数值求解，是基础题，准确计算是解题的关键.

9. (4 分) 分解因式： $x^3 - x = \underline{x(x+1)(x-1)}$.

【考点】 55：提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】 44：因式分解.

【分析】 本题可先提公因式 x ，分解成 $x(x^2 - 1)$ ，而 $x^2 - 1$ 可利用平方差公式分解.

【解答】 解： $x^3 - x$,

$$=x(x^2 - 1),$$

$$=x(x+1)(x-1).$$

故答案为： $x(x+1)(x-1)$.

【点评】 本题考查了提公因式法，公式法分解因式，先提取公因式后再利用平方差公式继续进行因式分解，分解因式一定要彻底.

10. (4 分) 已知不等式 $\frac{x-1}{2} \geq 3$ ，那么这个不等式的解集是 $\underline{x \geq 7}$.

【考点】 C6：解一元一次不等式.

【分析】 去分母，移项，合并同类项，系数化成 1 即可.

【解答】 解： $\frac{x-1}{2} \geq 3$,

$$x - 1 \geq 6,$$

$$x \geq 7.$$

故答案为： $x \geq 7$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式的应用，解此题的关键是能根据不等式的性质正确解一元一次不等式，难度适中.

11. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 (1, 2)，那么反比例

函数的解析式是 $y = \frac{2}{x}$.

【考点】 G7: 待定系数法求反比例函数解析式.

【分析】 因为函数经过一定点, 将此点坐标代入函数解析式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 即可求得 k 的值.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 2)$,

$$\therefore k = xy = 1 \times 2 = 2,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式是 } y = \frac{2}{x}.$$

$$\text{故答案为 } y = \frac{2}{x}.$$

【点评】 此题比较简单, 考查了用待定系数法求反比例函数的解析式, 是中学阶段的重点.

12. (4 分) 方程 $\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{1-x} = 1$ 的解是 $x = -2$.

【考点】 B3: 解分式方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 已知方程变形后, 去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】 解: 方程变形得: $\frac{1}{x-1} + \frac{2x}{x-1} = 1$,

$$\text{去分母得: } 1 + 2x = x - 1,$$

$$\text{解得: } x = -2,$$

经检验 $x = -2$ 是分式方程的解.

$$\text{故答案为: } x = -2.$$

【点评】 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

13. (4 分) 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为 3 .

【考点】 AG: 无理方程.

【分析】 首先把方程两边分别平方, 然后解一元二次方程即可求出 x 的值.

【解答】 解: 两边平方得: $2x+3=x^2$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

解方程得: $x_1=3$, $x_2=-1$,

检验: 当 $x_1=3$ 时, 方程的左边=右边, 所以 $x_1=3$ 为原方程的解,

当 $x_2=-1$ 时, 原方程的左边 $\neq$ 右边, 所以 $x_2=-1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点评】 本题主要考查解无理方程, 关键在于首先把方程的两边平方, 注意最后要把 x 的值代入原方程进行检验.

14. (4 分) 有五张分别印有等边三角形、直角三角形 (非等腰)、直角梯形、正方形、圆图形的卡片 (卡片中除图案不同外, 其余均相同) 现将有图案的一面朝下任意摆放, 从中任意抽取一张, 抽到有轴对称图案的卡片的概率是 $\frac{3}{5}$.

【考点】 P3: 轴对称图形; X4: 概率公式.

【分析】 由有五张分别印有等边三角形、直角三角形 (非等腰)、直角梯形、正方形、圆图形的卡片 (卡片中除图案不同外, 其余均相同), 其中轴对称图案的是等边三角形、正方形、圆, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 有五张分别印有等边三角形、直角三角形 (非等腰)、直角梯形、正方形、圆图形的卡片 (卡片中除图案不同外, 其余均相同), 其中轴对称图案的是等边三角形、正方形、圆,

$\therefore$ 从中任意抽取一张, 抽到有轴对称图案的卡片的概率是: $\frac{3}{5}$.

故答案为: $\frac{3}{5}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总

情况数之比.

15. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2+x+1=0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是 $m < \frac{1}{4}$ 且 $m \neq 0$.

【考点】A1: 一元二次方程的定义; AA: 根的判别式.

【分析】根据一元二次方程的定义以及根的判别式的意义可得 $\Delta = 1 - 4m > 0$ 且 $m \neq 0$, 求出 m 的取值范围即可.

【解答】解: $\because$ 一元二次方程 $mx^2+x+1=0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta > 0 \text{ 且 } m \neq 0,$$

$$\therefore 1 - 4m > 0 \text{ 且 } m \neq 0,$$

$$\therefore m < \frac{1}{4} \text{ 且 } m \neq 0,$$

故答案为: $m < \frac{1}{4}$ 且 $m \neq 0$.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$. 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根. 也考查了一元二次方程的定义.

16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $AD=BD$, $AE=2EC$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE} = \underline{\frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}}$ (用 $\vec{a}, \vec{b}$ 的式子表示)

【考点】LM: *平面向量.

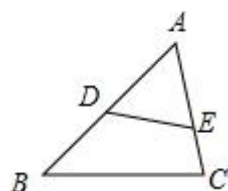
【分析】首先根据题意画出图形, 然后由在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $AD=BD$, $AE=2EC$, 求得 $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{AE}$, 再利用三角形法则求解即可求得答案.

【解答】解: 如图, $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $AD=BD$, $AE=2EC$,

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \vec{a}, \quad \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3} \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{a}.$$

故答案为: $\frac{2}{3} \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{a}$.



【点评】 此题考查了平面向量的知识. 注意三角形法则的应用.

17. (4 分) 在平面直角坐标系中, 我们把半径相等且外切、连心线与直线 $y=x$ 平行的两个圆, 称之为“孪生圆”; 已知圆 A 的圆心为 $(-2, 3)$, 半径为 $\sqrt{2}$, 那么圆 A 的所有“孪生圆”的圆心坐标为 $(-4, 1), (0, 5)$.

【考点】 D5: 坐标与图形性质; MK: 相切两圆的性质.

【分析】 如图, 与 $\odot A$ 外切半径相等且连心线与直线 $y=x$ 平行的两个圆分别为 $\odot B$, $\odot C$, 运用两圆外切的性质和点的坐标特点, 运用数形结合求出图形中 AE、BE、AF、CF 的长, 进而得到两圆心的坐标.

【解答】 解: 点 A 的坐标为 $(-2, 3)$ 过点 A 的直线与 $y=x$ 平行并过点 A,

$\therefore$ 过点 A 的直线与 $y=x$ 平行,

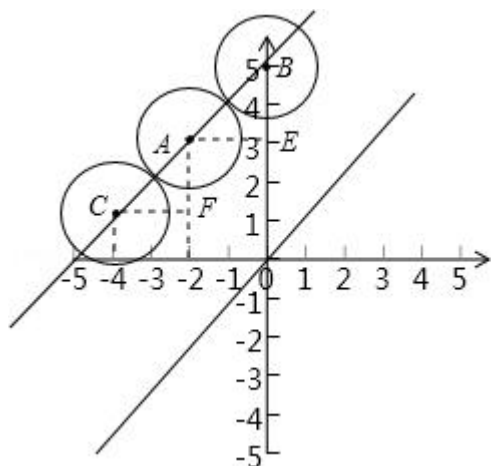
$\therefore$ 过点 A 的直线与两坐标轴围成等腰直角三角形,

$\therefore$ 与 $\odot A$ 外切半径相等且连心线与直线 $y=x$ 平行的两个圆分别为 $\odot B$, $\odot C$

如图, $\triangle AEB$ $\triangle AFC$ 都是等腰直角三角形, $AB=AC=2\sqrt{2}$, $\therefore AE=BE=AF=CF=2$,

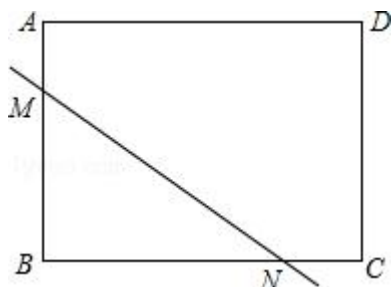
$\therefore C(-4, 1)$, $B(0, 5)$.

故答案为: $(-4, 1)$, $(0, 5)$



【点评】 本题主要考查了两圆外切的性质，点的坐标特征，等腰直角三角形，熟练的运用数形结合思想是解决问题的关键.

18. (4 分) 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=8$, 把矩形 $ABCD$ 沿直线 MN 翻折, 点 B 落在边 AD 上的 E 点处. 若 $AE=2AM$, 那么 EN 的长等于 $3\sqrt{5}$.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 设 $AM=x$, 表示出 $EM=BM=6-x$, $AE=2x$, 再利用勾股定理列出方程求出 x , 然后求出 BM , AE , 过点 N 作 $NF \perp AD$ 于 F , 求出 $\triangle AME$ 和 $\triangle FEN$, 再利用相似三角形对应边成比例列式求解即可.

【解答】 解: 设 $AM=x$, 则 $EM=BM=6-x$, $AE=2AM=2x$,

在 $Rt\triangle AME$ 中, 由勾股定理得, $AM^2+AE^2=EM^2$,

$$\text{即 } x^2 + (2x)^2 = (6-x)^2,$$

整理得, $x^2+3x-9=0$,

$$\text{解得 } x_1 = \frac{-3+3\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{-3-3\sqrt{5}}{2} \text{ (舍去),}$$

【点评】此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程组
$$\begin{cases} x-y+1=0 \\ x^2-4xy+4y^2-4=0 \end{cases}.$$

【考点】AF: 高次方程.

【分析】用代入法即可解答，即把①化为 $x=y-1$ ，把 $x=y-1$ 代入②得关于 y 的一元二次方程，解方程求出 y ，把 y 代入 $x=y-1$ 求出 x 即可.

【解答】解:
$$\begin{cases} x-y+1=0 \text{ ①} \\ x^2-4xy+4y^2-4=0 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得, $x=y-1$ ③,

把③代入②得: $(y-1)^2-4(y-1) \times y+4y^2=4$,

即 $y^2+2y-3=0$,

解得: $y_1=1$, $y_2=-3$,

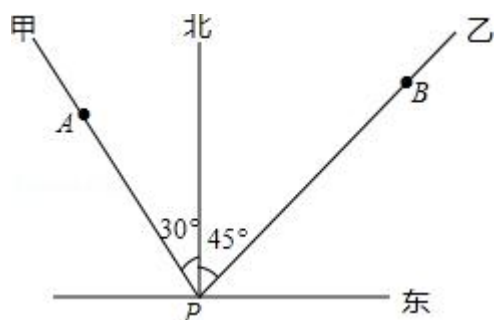
把 $y_1=1$, $y_2=-3$ 代入①得,

$x_1=0$, $x_2=-4$,

故原方程组的解为:
$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-4 \\ y_2=-3 \end{cases}.$$

【点评】本题考查的是二元二次方程组的解法，把二元一次方程变形，即用一个未知数表示另一个未知数，代入二元二次方程，得到一个一元二次方程，再解关于另一个未知数的一元二次方程，把求得结果代入一个较简单的方程中解方程即可.

21. (10 分) 如图，点 P 表示某港口的位置，甲船在港口北偏西 30° 方向距港口 50 海里的 A 处，乙船在港口北偏东 45° 方向距港口 60 海里的 B 处，两船同时出发分别沿 AP ， BP 方向匀速驶向港口 P ，1 小时后乙船在甲船的正东方向处，已知甲船的速度是 10 海里/时，求乙船的速度.



【考点】TB：解直角三角形的应用 – 方向角问题.

【分析】根据题意画出图形，求出 PC 的长，利用三角函数求出 PE 的长，再根据勾股定理求出 DP 的长，从而得到 BD 的长，进而求出船的速度.

【解答】解：设一小时后甲船位于 C 处，乙船位于 D 处，

$$\therefore AC=1 \times 10=10 \text{ 海里},$$

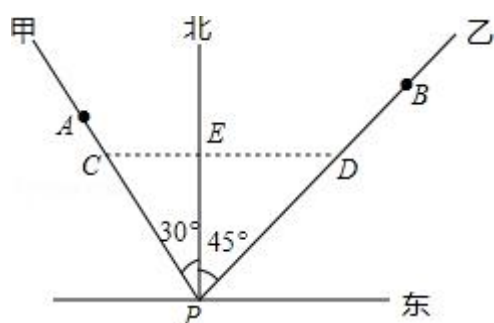
$$\therefore PC=50-10=40 \text{ 海里},$$

$$\therefore PE=40 \times \cos 30^\circ=40 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3} \text{ 海里},$$

$$\therefore PD=\sqrt{2 \times (20\sqrt{3})^2}=20\sqrt{6} \text{ 海里},$$

$$\therefore BD=(60-20\sqrt{6}) \text{ 海里},$$

$$(60-20\sqrt{6}) \div 1=(60-20\sqrt{6}) \text{ 海里/小时}.$$



【点评】本题考查了解直角三角形的应用 – 方向角问题，结合航海中的实际问题，将解直角三角形的相关知识有机结合，体现了数学应用于实际生活的思想.

22. (10 分) 为了解本区初中学生的视力情况，教育局有关部门采用抽样调查的方法，从全区 2 万名中学生中抽查了部分学生的视力，分成如表四类进行统

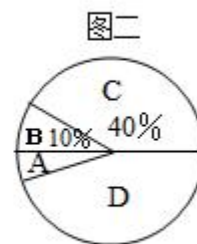
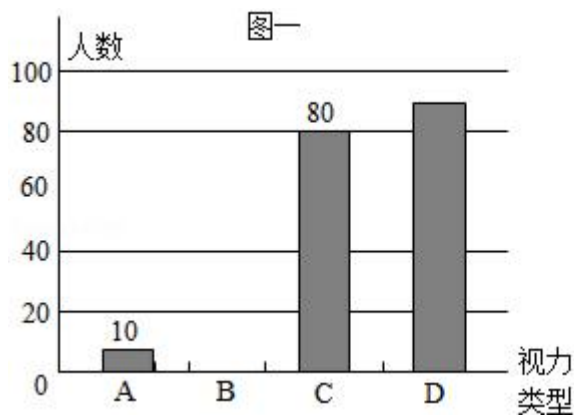
计

视力	类型	人数
视力在 4.2 及以下	A	10
视力在 4.3 – 4.5 之间	B	20
视力在 4.6 – 4.9 之间	C	
视力在 5.0 及以上	D	

注：(4.3 – 4.5 之间表示包括 4.3 及 4.5)

根据图表完成下列问题：

- (1) 填完整表格及补充完整图一；
- (2) “类型 D”在扇形图（图二）中所占的圆心角是 162 度；
- (3) 本次调查数据的中位数落在 C 类型内；
- (4) 视力在 5.0 以下（不含 5.0）均为不良，那么全区视力不良的初中学生估计 11000 人.



【考点】 V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图；W4：中位数.

【分析】 (1) 根据 C 类人数除以 C 类所占的百分比，可得总人数，根据有理数的减法，可得答案；

(2) 根据圆周角乘以 D 类所占抽测人数的百分比，可得答案；

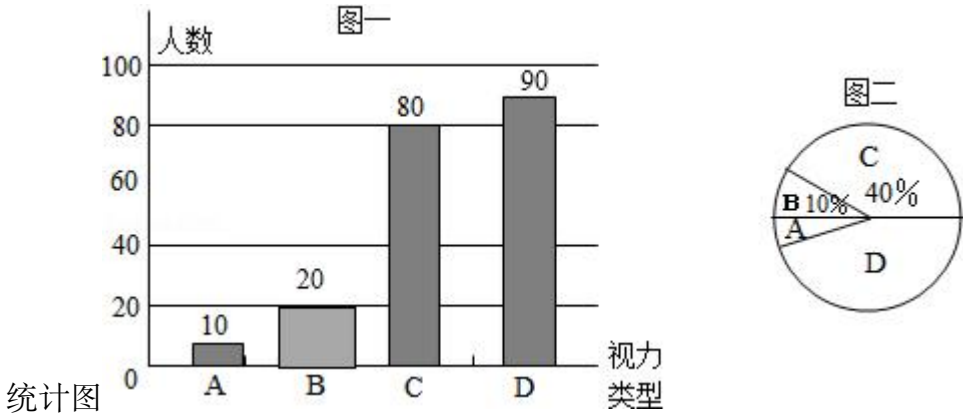
- (3) 根据中位数的定义，可得答案；
- (4) 根据有理数的加法，可得 A、B、C 所占的百分比，根据总人数乘以 A、B、C 所占百分比，可得答案.

【解答】解：（1）统计表

视力	类型	人数
视力在 4.2 级以下	A	10
视力在 4.3 – 4.5 级之间	B	20
视力在 4.6 – 4.8 之间	C	80
视力在 5.0 级以上	D	90

(2) 162 度

(3)



(2) “类型 D”在扇形图（图二）中所占的圆心角是 $360^\circ \times \frac{90}{200} = 162^\circ$

(3) 本次调查数据的中位数落在 C 类型内，

(4) $20000 \times \left(\frac{10}{200} + \frac{20}{200} + \frac{80}{200} \right) = 11000$ 人，

故答案为：162，C，11000.

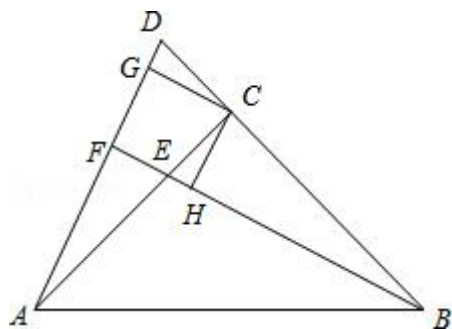
【点评】 本题考查了条形统计图，观察统计图获得有效信息是解题关键.

23. (12分) 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, 点 E 在边 AC 上, 延长 BC 至 D 点, 使 $CE=CD$, 延长 BE 交 AD 于 F , 过点 C 作 $CG \parallel BF$, 交 AD 于点 G , 在 BE 上取一点 H , 使 $\angle HCE = \angle DCG$.

(1) 求证: $\triangle BCE \cong \triangle ACD$;

(2) 求证: 四边形 $FHCG$ 是正方形;

[注: 若要用 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 等, 请不要标在此图, 要标在答题纸的图形上].



【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; LF: 正方形的判定.

【专题】14: 证明题.

【分析】(!) 根据已知条件利用两边及夹角对应相等得到三角形全等.

(2) 由 (1) 证得 $\triangle BCE \cong \triangle ACD$, 得到对应角相等, 利用 $\angle AFE = \angle BCE = 90^\circ$, 推出 $\angle BFG = 90^\circ$, 根据 $CG \parallel BF$, 证得 $\angle CGF = \angle AFE = 90^\circ$, 因为 $\angle HCE = \angle DCG$, 得到 $\angle GCH = \angle ACD = 90^\circ$, 推出四边形 $FHCG$ 是矩形, 通过三角形全等作出一组邻边相等, 即可证得结果.

【解答】证明: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACD = \angle ACB = 90^\circ$,

$\because AC = BC$, $CE = CD$,

在 $\triangle BCE$ 与 $\triangle ACD$ 中,
$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle ACB, \\ CE = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle ACD$;

(2) $\because \triangle BCE \cong \triangle ACD$, $\therefore \angle DAC = \angle EBC$,
 $\therefore \angle AEF = \angle CEB$, $\therefore \angle AFE = \angle BCE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BFG = 90^\circ$,
 $\therefore CG \parallel BF$,
 $\therefore \angle CGF = \angle AFE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle HCE = \angle DCG$,
 $\therefore \angle GCH = \angle ACD = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 FHCG 是矩形,
 在 $\triangle CDG$ 与 $\triangle CEH$ 中, $\begin{cases} \angle CGD = \angle CHE = 90^\circ \\ \angle HCE = \angle DCG \\ CE = CD \end{cases}$
 $\therefore \triangle CDG \cong \triangle CEH$,
 $\therefore CG = CH$,
 $\therefore$ 四边形 FHCG 是正方形.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质，正方形的判定，等腰直角三角形的性质，平行线的性质，找准全等三角形是解题的关键.

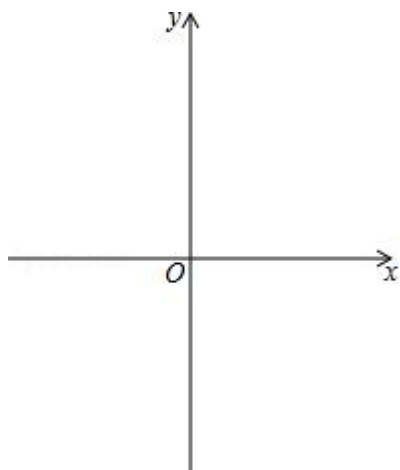
24. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 8$ ($a \neq 0$) 经过 A (-2, 0), B (4, 0)

两点，与 y 轴交于点 C.

(1) 求抛物线 $y = ax^2 + bx - 8$ ($a \neq 0$) 的解析式，并求出顶点 P 的坐标;

(2) 求 $\angle APB$ 的正弦值;

(3) 直线 $y = kx + 2$ 与 y 轴交于点 N, 与直线 AC 的交点为 M, 当 $\triangle MNC$ 与 $\triangle AOC$ 相似时，求点 M 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 根据抛物线 $y=ax^2+bx-8$ ($a \neq 0$) 经过 A (-2, 0), B (4, 0)

两点, 列出 a 和 b 的二元一次方程组, 求出 a 和 b 的值即可;

(2) 设对称轴直线 $x=1$ 与 x 轴交于点 D, 过 A 作 $AH \perp BP$, 垂足为 H, 先求出 AB、PD、AP 和 BP 的长, 进而求出 AH 的长, 即可求出 $\sin \angle APB$ 的值;

(3) $\triangle MNC$ 与 $\triangle AOC$ 相似时, 分① $\angle MNC = \angle AOC = 90^\circ$ 和② $\angle NMC = \angle AOC = 90^\circ$, 利用相似三角形的性质以及全等三角形的知识求出点 M 的坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx-8$ ($a \neq 0$) 经过 A (-2, 0), B (4, 0) 两点,

$$\therefore \begin{cases} 0=4a-2b-8 \\ 0=16a+4b-8 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=x^2-2x-8$,

$\therefore y=x^2-2x-8=(x-1)^2-9$,

$\therefore$ 顶点 P 坐标为 (1, -9);

(2) 设对称轴直线 $x=1$ 与 x 轴交于点 D, 过 A 作 $AH \perp BP$, 垂足为 H, 如图 1,

$\therefore$ A (-2, 0), B (4, 0), P (1, -9),

$$\therefore AB=6, PD=9, AP=BP=3\sqrt{10},$$

$$\therefore \frac{1}{2}AB \times PD = \frac{1}{2}PB \times AH,$$

$$\therefore AH = \frac{9}{5}\sqrt{10},$$

在 $Rt\triangle APH$ 中,

$$\therefore \sin \angle APB = \frac{AH}{AP} = \frac{3}{5},$$

$$(3) \because \angle ACO = \angle MCN,$$

$\therefore \triangle MNC$ 与 $\triangle AOC$ 相似时,

$$\textcircled{1} \angle MNC = \angle AOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{MN}{AO} = \frac{NC}{OC},$$

$$\therefore AO=2, OC=8, NC=10,$$

$$\therefore MN = \frac{5}{2},$$

直线 AC 的解析式是: $y = -4x - 8$,

设 M 点坐标为 $(a, -4a - 8)$,

$$\therefore MN = \frac{5}{2},$$

$$\therefore a = -\frac{5}{2},$$

$$\therefore M \left(-\frac{5}{2}, 2 \right),$$

$$\textcircled{2} \angle NMC = \angle AOC = 90^\circ,$$

设 MN 与 x 轴交于点 E ,

$$\therefore \begin{cases} ON=OA=2 \\ \angle EON = \angle AOC = 90^\circ, \\ \angle NEO = \angle ACO \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ENO \cong \triangle AOC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OE=OC=8,$$

$$\therefore E(-8, 0),$$

$$\therefore A(-2, 0), C(0, -8)$$

$$\therefore \text{直线 } MN \text{ 的解析式是: } y = \frac{1}{4}x + 2,$$

$$\text{直线 } AC \text{ 的解析式是: } y = -4x - 8,$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = \frac{1}{4}x + 2 \\ y = -4x - 8 \end{cases}$$

$$\therefore M\left(-\frac{40}{17}, \frac{24}{17}\right),$$

$$\text{综上 } M \text{ 点的坐标为 } \left(-\frac{5}{2}, 2\right) \text{ 或 } \left(-\frac{40}{17}, \frac{24}{17}\right).$$

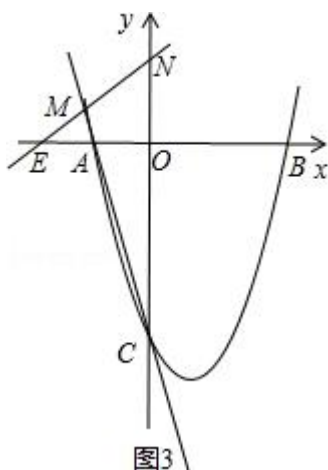


图3

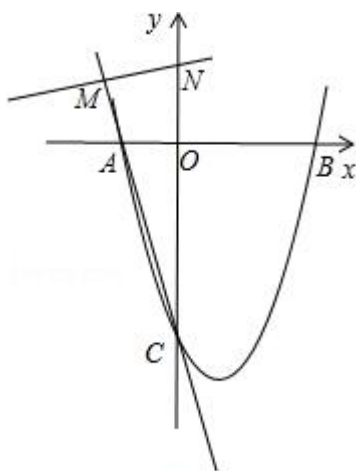


图2

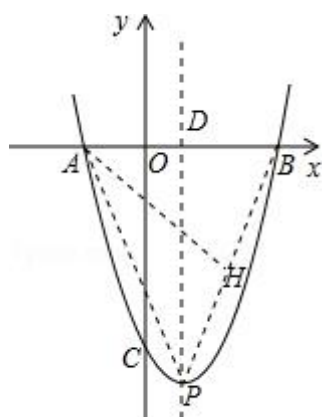


图1

【点评】 本题主要考查了二次函数综合题的知识，此题涉及到待定系数法求二次函数的解析式、二次函数的性质、相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质以及锐角三角形函数值的定义，解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的性质以及相似三角形的性质，此题还需要熟练运用分类思想解决问题，此题有一定的难度.

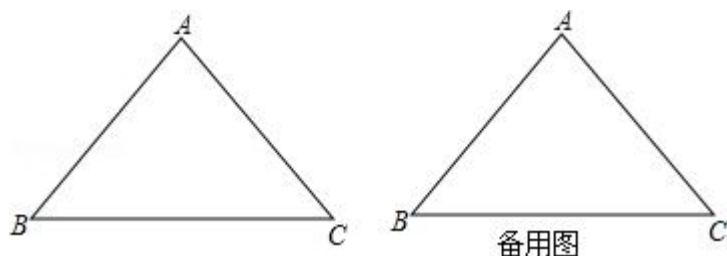
25. (14 分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=10$ ， $\tan \angle B=\frac{4}{3}$

(1) 求 BC 的长；

(2) 点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点，不重合的两动点 M 、 N 在边 BC 上 (点 M 、 N 不与点 B 、 C 重合)，且点 N 始终在点 M 的右边，联结 DN 、 EM ，交于点 O ，设 $MN=x$ ，四边形 $ADOE$ 的面积为 y .

①求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；

②当 $\triangle OMN$ 是等腰三角形且 $BM=1$ 时，求 MN 的长.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 作 $AH \perp BC$ 于 D ，如图 1，根据等腰三角形的性质得 $BH=CH$ ，在

Rt△ABH 中利用正切的定义的 $\tan \angle B = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{3}$, 设 $AH=4a$, $BH=3a$, 由勾股

定理得到 $AB=5a$, 则 $5a=10$, 解得 $a=2$, 所以 $BC=2BH=12$;

(2) ①连结 DE , 过点 O 作 $OK \perp BC$ 于 K , 交 DE 于 J , 如图 2, 利用三角形中

位线性质得到 $DE \parallel MN$, $DE = \frac{1}{2}BC = 6$, $JK = \frac{1}{2}AH = 4$, 则 $\triangle DOE \sim \triangle NOM$,

根据相似比得 $OJ = \frac{24}{x+6}$, 然后利用三角形面积公式和 $y = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DOE}$ 得

$$y = \frac{12x+144}{x+6} \quad (0 < x < 12);$$

②作 $EF \perp BC$ 于 F , 如图 2, 由于 $EF=JK=4$, $CE = \frac{1}{2}AC = 5$, 则 $CF=3$, $MF=8$,

分类讨论: 当 $OM=ON$ 时, 根据等腰三角形性质得 $MK=MN = \frac{1}{2}x$, 证明 $\triangle MOK$

$\sim \triangle MEF$, 利用相似比得到 $OK = \frac{1}{4}x$, 然后利用 $\triangle DOE \sim \triangle NOM$ 得到

$$\frac{6}{x} = \frac{4 - \frac{1}{4}x}{\frac{1}{4}x}, \text{ 解得 } x=10; \text{ 当 } OM=MN=x, \text{ 利用相似比可证得 } DE=EO=6, \text{ 接着}$$

在 Rt△MEF 中利用勾股定理计算出 $ME=4\sqrt{5}$, 则 $x+6=4\sqrt{5}$, 所以 $x=4\sqrt{5}-6$;

当 $MN=ON=x$ 时, 同理得 $DO=DE=6$, 则 $DN=6+x$, 作 $DG \perp BC$ 于 G , 如图

2, 易得 $DG=4$, $BG=3$, $GN=BM+MN-BG=x-2$, 然后在 Rt△DNG 中利用

勾股定理得到 $\therefore 4^2 + (x-2)^2 = (x+6)^2$, 解得 $x=-1$ (舍去), 于是得到 MN

的长为 10 或 $4\sqrt{5}-6$.

【解答】 解: (1) 作 $AH \perp BC$ 于 D , 如图 1,

$$\therefore AB=AC=10$$

$$\therefore BH=CH,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABH \text{ 中, } \tan \angle B = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{3},$$

$$\text{设 } AH=4a, \quad BH=3a,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = 5a,$$

$$\therefore 5a=10, \text{ 解得 } a=2,$$

$$\therefore BC=2BH=12;$$

(2) ①连结 DE, 过点 O 作 $OK \perp BC$ 于 K, 交 DE 于 J, 如图 2,

$\therefore$ 点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点,

$$\therefore DE \parallel MN, DE = \frac{1}{2}BC = 6, JK = \frac{1}{2}AH = 4,$$

$$\therefore \triangle DOE \sim \triangle NOM,$$

$$\therefore \frac{DE}{MN} = \frac{OJ}{OK}, \text{ 即 } \frac{6}{x} = \frac{OJ}{4-OJ},$$

$$\therefore OJ = \frac{24}{x+6},$$

$$\therefore y = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DOE}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{24}{x+6}$$

$$= \frac{12x+144}{x+6} \quad (0 < x < 12);$$

②作 $EF \perp BC$ 于 F, 如图 2,

$$\therefore EF = JK = 4, CE = \frac{1}{2}AC = 5,$$

$$\therefore CF = \sqrt{EC^2 - EF^2} = 3,$$

$$\therefore BF = 9,$$

而 $BM = 1,$

$$\therefore MF = 8,$$

当 $OM = ON$ 时, $\therefore OK \perp MN,$

$$\therefore MK = MN = \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore OK \parallel EF,$$

$$\therefore \triangle MOK \sim \triangle MEF,$$

$$\therefore \frac{MK}{MF} = \frac{OK}{EF}, \text{ 即 } \frac{\frac{1}{2}x}{8} = \frac{OK}{4}, \text{ 解得 } OK = \frac{1}{4}x,$$

$$\therefore \triangle DOE \sim \triangle NOM,$$

$$\therefore \frac{DE}{MN} = \frac{OJ}{OK}, \text{ 即 } \frac{6}{x} = \frac{4 - \frac{1}{4}x}{\frac{1}{4}x}, \text{ 解得 } x=10,$$

$$\text{即 } MN=10;$$

$$\text{当 } OM=MN=x,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DE}{MN} = \frac{EO}{MO},$$

$$\therefore DE=EO=6,$$

$$\text{在 Rt}\triangle MEF \text{ 中, } \therefore EF=4, MF=8,$$

$$\therefore ME = \sqrt{EF^2 + MF^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\text{而 } ME=OM+OE,$$

$$\therefore x+6=4\sqrt{5}, \text{ 解得 } x=4\sqrt{5}-6,$$

$$\text{即 } MN \text{ 的长为 } 4\sqrt{5}-6;$$

$$\text{当 } MN=ON=x \text{ 时, 同理得 } DO=DE=6,$$

$$\therefore DN=6+x,$$

$$\text{作 } DG \perp BC \text{ 于 } G, \text{ 如图 2, 易得 } DG=4, BG=3,$$

$$\therefore GN=BM+MN-BG=x+1-3=x-2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DNG \text{ 中, } \therefore DG^2 + GN^2 = DN^2,$$

$$\therefore 4^2 + (x-2)^2 = (x+6)^2, \text{ 解得 } x=-1 \text{ (舍去),}$$

$$\text{综上所述, } MN \text{ 的长为 } 10 \text{ 或 } 4\sqrt{5}-6.$$



图 2



图 1

【点评】 本题考查了相似形的综合题：熟练掌握相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质；合理添加辅助线构造相似图形，然后利用相似的性质计算相应线段的长；同时会利用勾股定理和三角形中位线定理；学会运用分类讨论的思想解决数学问题.