

2022 年上海市宝山区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列二次根式中，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是()

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{12}$

2. (4 分) 关于一元二次方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的根的情况，下列判断正确的是()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有且只有一个实数根 D. 没有实数根

3. (4 分) 已知反比例函数的图象经过点 $(-3, 2)$ ，那么这个反比例函数的解析式是()

- A. $y = \frac{2}{x}$ B. $y = -\frac{3}{x}$ C. $y = \frac{6}{x}$ D. $y = -\frac{6}{x}$

4. (4 分) 下列各统计量中，表示一组数据波动程度的量是()

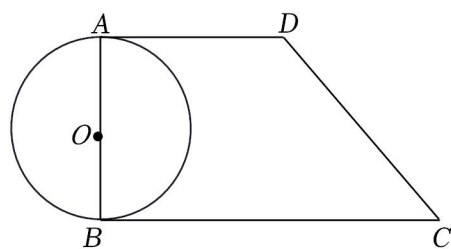
- A. 方差 B. 众数 C. 平均数 D. 频数

5. (4 分) 在下列图形中，不一定是轴对称图形的是()

- A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 正五边形 D. 圆

6. (4 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AD = 2\sqrt{5}$ ， $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ，

圆 O 是以 AB 为直径的圆. 如果以点 C 为圆心作圆 C 与直线 AD 相交，与圆 O 没有公共点，那么圆 C 的半径长可以是()



- A. 9 B. $\frac{17}{2}$ C. 5 D. $\frac{9}{2}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 计算： $(3a^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 某商品原价为 a 元，如果按原价的七五折销售，那么售价是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元. (用含字母 a 的代数式表示)

9. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x-2 < 0 \\ 2x+3 > 1 \end{cases}$ 的解集是 ____.

10. (4分) 分解因式: $4a^2 - b^2 =$ ____.

11. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x-3}$, 那么 $f(2) =$ ____.

12. (4分) 已知正比例函数 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象经过第二、四象限, 那么 y 的值随着 x 的值增大而 _____. (填“增大”或“减小”)

13. (4分) 《九章算术》中有这样一个问题: “今有共买物, 人出八, 盈三; 人出七, 不足四.” 意思是: 有一群人共同出资买某物品, 每人出 8 钱, 盈余 3 钱; 每人出 7 钱, 不足 4 钱. 那么根据条件, 该物品值 ____ 钱.

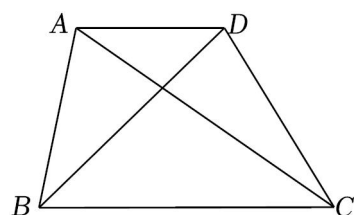
14. (4分) 在 2022 年北京冬奥会上, 中国共获得 9 枚金牌, 在金牌榜上排名第三, 创下了我国有史以来最好的冬奥会成绩. 如表是北京冬奥会金牌榜排名前十位国家的金牌数:

国家	挪威	德国	中国	美国	瑞典	荷兰	奥地利	瑞士	俄罗斯 代表队	法国
金牌数 (枚)	16	12	9	8	8	8	7	7	6	5

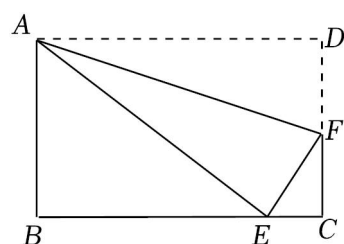
那么这些国家获得金牌数的中位数是 ____ 枚.

15. (4分) 如果一个等腰直角三角形的面积是 1, 那么它的周长是 ____.

16. (4分) 如图, 已知 AC 、 BD 是梯形 $ABCD$ 的对角线, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, 如果设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BD}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 ____.



17. (4分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 5$, F 为边 CD 上一点, 沿 AF 折叠, 点 D 恰好落在 BC 边上的点 E 处, 那么线段 $DF:FC$ 的值为 ____.



18. (4分) 一个封闭平面图形上及其内部任意两点距离的最大值称为该图形的“直径”，封闭图形的周长与直径的比值称为该图形的“周率”，如果正三角形、正方形和圆的周率依次记为 a 、 b 、 c ，那么将 a 、 b 、 c 从小到大排列为 _____.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

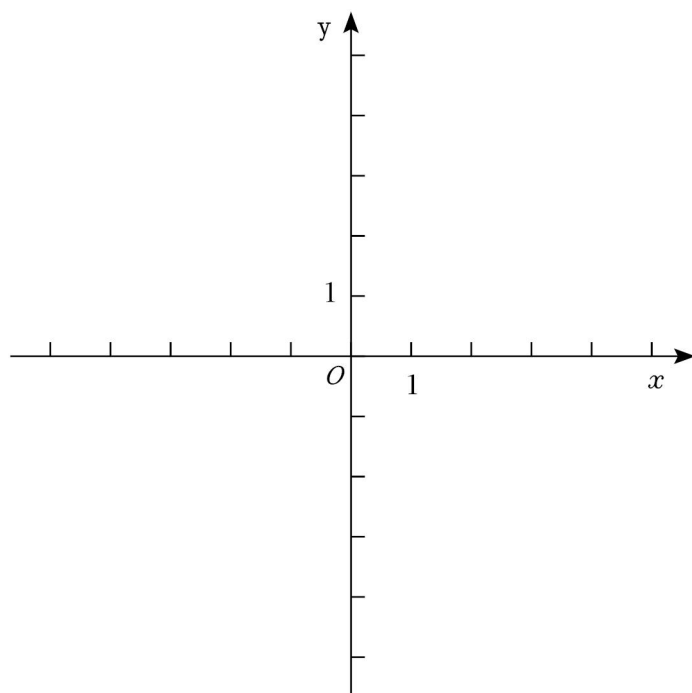
19. (10分) 计算： $8^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} - (\frac{1}{2})^{-2} + |\sqrt{3}-1|$.

20. (10分) 解方程： $\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} = 1$.

21. (10分) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知某个一次函数的图象平行于直线 $y = \frac{1}{2}x$ ，经过点 $A(-2,1)$ ，且与 x 轴交于点 B .

(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 设点 C 在 y 轴上，当 $\triangle ABC$ 的面积等于 2 时，求点 C 的坐标.

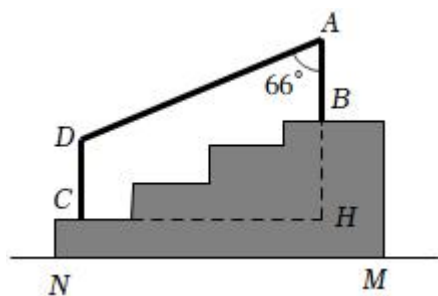


22. (10分) 某超市大门口的台阶通道侧面如图所示，共有 4 级台阶，每级台阶高度都是 0.25 米. 根据部分顾客的需要，超市计划做一个扶手 AD ， AB 、 DC 是两根与地平线 MN 都垂直的支撑杆（支撑杆底端分别为点 B 、 C ）.

(1) 求点 B 与点 C 离地面的高度差 BH 的长度；

(2) 如果支撑杆 AB 、 DC 的长度相等，且 $\angle DAB = 66^\circ$. 求扶手 AD 的长度.

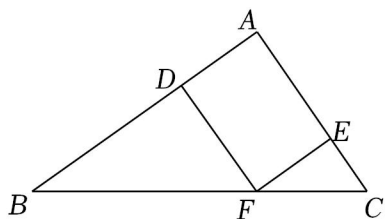
(参考数据： $\sin 66^\circ \approx 0.9$ ， $\cos 66^\circ \approx 0.4$ ， $\tan 66^\circ \approx 2.25$ ， $\cot 66^\circ \approx 0.44$)



23. (12分) 已知: 如图, 点 D 、 E 、 F 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 、 BC 上, $DF \parallel AC$, $BD = 2AD$, $AE = 2EC$.

(1) 如果 $AB = 2AC$, 求证: 四边形 $ADFE$ 是菱形;

(2) 如果 $AB = \sqrt{2}AC$, 且 $BC = 1$, 联结 DE , 求 DE 的长.



24. (12分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(1, 0)$ 、 $B(2, 0)$, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 将抛物线向左平移 m 个单位 ($m > 2$), 平移后点 A 、 B 、 C 的对应点分别记作 A_1 、 B_1 、 C_1 , 过点 C_1 作 $C_1D \perp x$ 轴, 垂足为点 D , 点 E 在 y 轴负半轴上, 使得以 O 、 E 、 B_1 为顶点的三角形与 $\triangle A_1C_1D$ 相似,

①求点 E 的坐标; (用含 m 的代数式表示)

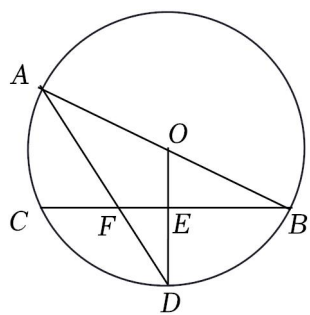
②如果平移后的抛物线上存在点 F , 使得四边形 A_1FEB_1 为平行四边形, 求 m 的值.

25. (14分) 如图, 已知 AB 为圆 O 的直径, C 是弧 AB 上一点, 联结 BC , 过点 O 作 $OD \perp BC$, 垂足为点 E , 联结 AD 交 BC 于点 F .

(1) 求证: $\frac{AF}{DF} = \frac{2OE}{DE}$;

(2) 如果 $AF \cdot AD = AO^2$, 求 $\angle ABC$ 的正弦值;

(3) 联结 OF , 如果 $\triangle AOF$ 为直角三角形, 求 $\frac{S_{\triangle OFE}}{S_{\triangle AFB}}$ 的值.



2022 年上海市宝山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列二次根式中，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{12}$

【分析】将二次根式化成最简二次根式后，再根据同类二次根式的定义进行判断即可．

【解答】解： $\sqrt{4}=2$ ，因此 $\sqrt{4}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，所以选项 A 不符合题意；

$\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，所以选项 B 不符合题意；

$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，所以选项 C 符合题意；

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，所以选项 D 不符合题意；

故选：C．

【点评】本题考查同类二次根式，掌握同类二次根式的定义是正确判断的前提，将二次根式化成最简二次根式是正确判断的关键．

2.（4 分）关于一元二次方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的根的情况，下列判断正确的是（ ）

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 有且只有一个实数根 D. 没有实数根

【分析】先计算根的判别式的值得到 $\Delta > 0$ ，然后根据根的判别式的意义对各选项进行判断．

【解答】解： $\because \Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 1 + 8 = 9 > 0$ ，

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根．

故选：A．

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根．

3.（4 分）已知反比例函数的图象经过点 $(-3, 2)$ ，那么这个反比例函数的解析式是（ ）

A. $y = \frac{2}{x}$ B. $y = -\frac{3}{x}$ C. $y = \frac{6}{x}$ D. $y = -\frac{6}{x}$

【分析】设反比例函数的关系式为 $y = \frac{k}{x}$ ，将点 $(-3, 2)$ 的坐标代入求出 k 的值即可．

【解答】解：设反比例函数的关系式为 $y = \frac{k}{x}$ ，由于其图象经过点 $(-3, 2)$ ，

所以 $k = -3 \times 2 = -6$ ，

所以反比例函数的关系式为 $y = -\frac{6}{x}$ ，

故选：D．

【点评】本题考查待定系数法求反比例函数的关系式，把点的坐标代入是求函数关系式的基本方法．

4. (4分) 下列各统计量中，表示一组数据波动程度的量是()

- A. 方差 B. 众数 C. 平均数 D. 频数

【分析】根据方差的定义直接判断即可．

【解答】解：能反映一组数据波动程度的是方差或标准差，

故选：A．

【点评】本题主要考统计量的选择，众数、中位数、平均数反映一组数据的集中趋势，方差、标准差反映一组数据的离散趋势．

5. (4分) 在下列图形中，不一定是轴对称图形的是()

- A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 正五边形 D. 圆

【分析】根据轴对称图形的概念逐一判断即可．

【解答】解：A. 等边三角形一定是轴对称图形，故此选项不符合题意；

B. 平行四边形不一定是轴对称图形，故此选项符合题意；

C. 正五边形一定是轴对称图形，故此选项不符合题意；

D. 圆一定是轴对称图形，故此选项不符合题意．

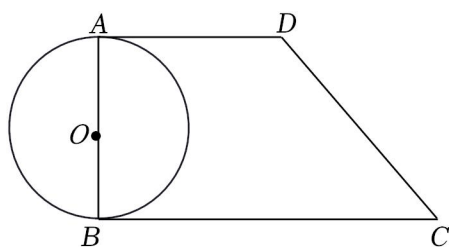
故选：B．

【点评】本题主要考查轴对称图形，解题的关键是掌握轴对称图形的概念：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，这时，我们也可以说这个图形关于这条直线（成轴）对称．

6. (4分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AD = 2\sqrt{5}$ ， $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ，

圆 O 是以 AB 为直径的圆．如果以点 C 为圆心作圆 C 与直线 AD 相交，与圆 O 没有公共点，

那么圆 C 的半径长可以是 ()



- A. 9 B. $\frac{17}{2}$ C. 5 D. $\frac{9}{2}$

【分析】 根据直角三角形的边角关系求出 FC ，进而求出 BC ，再根据勾股定理求出两个圆心之间的距离 OC ，由 $\odot C$ 与直线 AD 相交， $\odot C$ 与 $\odot O$ 没有公共点，确定 $\odot C$ 半径的取值范围，进而得出答案．

【解答】 解：如图，连接 OC 交 $\odot O$ 于点 E ，过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F ，则 $DF = AB = 4$ ，

$$BF = AD = 2\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCF \text{ 中, } DF = 4, \cot C = \frac{\sqrt{5}}{4},$$

$$\therefore FC = \cot C \cdot DF = \sqrt{5},$$

$$\therefore BC = BF + FC = 3\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BOC \text{ 中, } OC = \sqrt{OB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + (3\sqrt{5})^2} = 7,$$

由于 $\odot C$ 与直线 AD 相交，因此 $\odot C$ 的半径要大于 4，

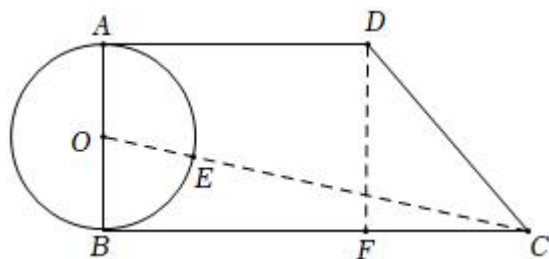
又 $\odot C$ 与 $\odot O$ 没有公共点，因此 $\odot C$ 与 $\odot O$ 外离或内含，

当 $\odot C$ 与 $\odot O$ 外离时， $\odot C$ 的半径要小于 $CE = 7 - 2 = 5$ ，此时 $\odot C$ 的半径 $4 < r < 5$ ；

当 $\odot C$ 与 $\odot O$ 内含时， $\odot C$ 的半径要大于 $7 + 2 = 9$ ，此时 $\odot C$ 的半径 $r > 9$ ；

所以 $\odot C$ 的半径为 $4 < r < 5$ 或 $r > 9$ ，

故选：D．



【点评】 本题考查勾股定理，直线与圆的位置关系以及圆与圆的位置关系，掌握勾股定理，圆与圆的位置关系的判定方法是正确解答的前提．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7.（4 分）计算： $(3a^3)^2 = \underline{9a^6}$.

【分析】利用积的乘方的性质：积的乘方，等于把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘，首先计算积的乘方，再利用幂的乘方乘方性质：底数不变，指数相乘，计算 $(a^3)^2$ 可得答案.

【解答】解： $(3a^3)^2 = 3^2 \cdot (a^3)^2 = 9 \cdot a^{3 \times 2} = 9a^6$.

故答案为： $9a^6$.

【点评】此题主要考查了积的乘方和幂的乘方混合运用，计算时要紧扣积的乘方的性质与幂的乘方乘方性质.

8.（4 分）某商品原价为 a 元，如果按原价的七五折销售，那么售价是 $\underline{0.75a}$ 元.（用含字母 a 的代数式表示）

【分析】根据实际售价 = 原价 $\times \frac{\text{折扣}}{10}$ 即可得解.

【解答】解：根据题意知售价为 $0.75a$ 元.

故答案为： $0.75a$.

【点评】本题主要考查列代数式，解题的关键是掌握代数式书写规范与数量间的关系.

9.（4 分）不等式组 $\begin{cases} x-2 < 0 \\ 2x+3 > 1 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{-1 < x < 2}$.

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【解答】解：由 $x-2 < 0$ ，得： $x < 2$ ，

由 $2x+3 > 1$ ，得： $x > -1$ ，

则不等式组的解集为 $-1 < x < 2$.

故答案为： $-1 < x < 2$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

10.（4 分）分解因式： $4a^2 - b^2 = \underline{(2a+b)(2a-b)}$.

【分析】首先把 $4a^2$ 写成 $(2a)^2$ ，再直接利用平方差公式进行分解即可.

【解答】解： $4a^2 - b^2 = (2a)^2 - b^2 = (2a + b)(2a - b)$ ，

故答案为： $(2a + b)(2a - b)$ 。

【点评】本题主要考查利用平方差公式进行因式分解，关键是掌握能够运用平方差公式分解因式的多项式的特点：①必须是二项式；②两项都能写成平方的形式；③符号相反。

11. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x-3}$ ，那么 $f(2) = \underline{-2}$ 。

【分析】把 $x = 2$ 代入函数关系式即可解答。

【解答】解： $f(x) = \frac{2}{x-3}$ ，

当 $x = 2$ 时，

$$f(2) = \frac{2}{2-3} = -2，$$

故答案为： -2 。

【点评】本题考查了函数值，明确把 $x = 2$ 代入函数关系式进行计算是解题的关键。

12. (4分) 已知正比例函数 $y = kx$ (k 是常数， $k \neq 0$) 的图象经过第二、四象限，那么 y 的值随着 x 的值增大而 减小。(填“增大”或“减小”)

【分析】根据正比例函数的性质进行解答即可。

【解答】解：函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图象经过第二、四象限，那么 y 的值随 x 的值增大而减小，故答案为：减小。

【点评】此题主要考查了正比例函数的性质，关键是掌握正比例函数的性质：正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图象是一条经过原点的直线，当 $k > 0$ 时，该直线经过第一、三象限，且 y 的值随 x 的值增大而增大；当 $k < 0$ 时，该直线经过第二、四象限，且 y 的值随 x 的值增大而减小。

13. (4分) 《九章算术》中有这样一个问题：“今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四。”意思是：有一群人共同出资买某物品，每人出 8 钱，盈余 3 钱；每人出 7 钱，不足 4 钱。那么根据条件，该物品值 53 钱。

【分析】设有 x 人，根据物品的价格不变，即可得出关于 x 的一元一次方程，解之即可得出 x 的值，即可解决问题。

【解答】解：设有 x 人，

依题意，得： $8x - 3 = 7x + 4$ ，

解得： $x = 7$ ，

则 $7x + 4 = 7 \times 7 + 4 = 53$,

即该物品值 53 钱,

故答案为: 53.

【点评】 本题考查了一元一次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元一次方程是解题的关键.

14. (4 分) 在 2022 年北京冬奥会上, 中国共获得 9 枚金牌, 在金牌榜上排名第三, 创下了我国有史以来最好的冬奥会成绩. 如表是北京冬奥会金牌榜排名前十位国家的金牌数:

国家	挪威	德国	中国	美国	瑞典	荷兰	奥地利	瑞士	俄罗斯 代表队	法国
金牌数 (枚)	16	12	9	8	8	8	7	7	6	5

那么这些国家获得金牌数的中位数是 8 枚.

【分析】 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

【解答】 解: 将这 10 个数据从小到大排列为: 5, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 12, 16,

所以中位数为 $\frac{8+8}{2} = 8$ (枚),

故答案为: 8.

【点评】 本题考查了中位数, 注意求中位数的时候首先要排序.

15. (4 分) 如果一个等腰直角三角形的面积是 1, 那么它的周长是 $2\sqrt{2} + 2$.

【分析】 设等腰直角三角形的腰为 x , 根据面积可得腰长, 再根据勾股定理可得底边长, 即可求出等腰直角三角形的周长.

【解答】 解: 设等腰直角三角形的腰为 x ,

$\because$ 一个等腰直角三角形的面积是 1,

$$\therefore \frac{1}{2}x^2 = 1,$$

解得 $x = \sqrt{2}$ 或 $x = -\sqrt{2}$ (舍),

$\therefore$ 腰长为 $\sqrt{2}$,

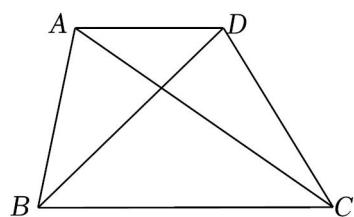
根据勾股定理, 得底边为 2,

∴ 这个等腰直角三角形的周长为 $2\sqrt{2} + 2$,

故答案为: $2\sqrt{2} + 2$.

【点评】 本题考查了等腰直角三角形的性质, 周长和面积, 勾股定理等, 熟练掌握等腰直角三角形的性质是解题的关键.

16. (4 分) 如图, 已知 AC 、 BD 是梯形 $ABCD$ 的对角线, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, 如果设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BD}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 $\underline{3\vec{a} + \vec{b}}$.



【分析】 由已知条件可得 $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AD} = 2\vec{a}$, 则 $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 2\vec{a} + \vec{b}$, 再根据 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$ 可得出答案.

【解答】 解: ∵ $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$,

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AD} = 2\vec{a},$$

$$\because \overrightarrow{CA} = \vec{b},$$

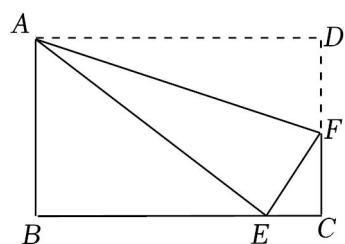
$$\therefore \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 2\vec{a} + \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = 2\vec{a} + \vec{b} + \vec{a} = 3\vec{a} + \vec{b}.$$

故答案为: $3\vec{a} + \vec{b}$.

【点评】 本题考查平面向量, 熟练掌握平面向量的计算是解答本题的关键.

17. (4 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 5$, F 为边 CD 上一点, 沿 AF 折叠, 点 D 恰好落在 BC 边上的点 E 处, 那么线段 $DF : FC$ 的值为 $\underline{\frac{5}{4}}$.



【分析】 由矩形的性质可得 $AB = CD = 3$, $AD = BC = 5$, $\angle B = \angle C = 90^\circ$, 由翻折可得

$AE = AD = 5$, $DF = EF$, 则 $BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = 4$, $EC = 5 - 4 = 1$, 设 $CF = x$, 则

$DF = EF = 3 - x$ ，由勾股定理可得 $(3-x)^2 = x^2 + 1^2$ ，解得 $x = \frac{4}{3}$ ，则 $CF = \frac{4}{3}$ ， $DF = \frac{5}{3}$ ，进而可得出答案。

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore AB = CD = 3, \quad AD = BC = 5, \quad \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

由翻折可得 $AE = AD = 5$ ， $DF = EF$ ，

$$\therefore BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = 4,$$

$$\therefore EC = 5 - 4 = 1,$$

设 $CF = x$ ，则 $DF = EF = 3 - x$ ，

由勾股定理可得 $(3-x)^2 = x^2 + 1^2$ ，

$$\text{解得 } x = \frac{4}{3},$$

$$\therefore CF = \frac{4}{3}, \quad DF = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3},$$

$$\therefore DF : FC = \frac{5}{4}.$$

故答案为： $\frac{5}{4}$.

【点评】 本题考查翻折变换（折叠问题）、矩形的性质、勾股定理，熟练掌握翻折的性质是解答本题的关键。

18.（4分）一个封闭平面图形上及其内部任意两点距离的最大值称为该图形的“直径”，封闭图形的周长与直径的比值称为该图形的“周率”，如果正三角形、正方形和圆的周率依次记为 a 、 b 、 c ，那么将 a 、 b 、 c 从小到大排列为 $b < a < c$.

【分析】 设等边三角形的边长是 m ，求出等边三角形的周长，即可求出等边三角形的周率 a ；设正方形的边长是 x ，根据勾股定理求出对角线的长，即可求出周率；求出圆的周长和直径即可求出圆的周率，比较即可得到答案。

$$\text{【解答】解：设等边三角形的边长是 } m, \text{ 则等边三角形的周率 } a = \frac{3m}{m} = 3,$$

设正方形的边长是 x ，由勾股定理得：对角线是 $\sqrt{2}x$ ，则正方形的周率是

$$b = \frac{4x}{\sqrt{2}x} = 2\sqrt{2} \approx 2.828,$$

$$\text{圆的周率是 } c = \frac{2r \times \pi}{2r} = \pi,$$

所以 $b < a < c$.

故答案是： $b < a < c$.

【点评】 本题考查正方形的性质，等边三角形的性质等知识点的理解和掌握，理解题意并能根据性质进行计算是解此题的关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）计算： $8^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} - (\frac{1}{2})^{-2} + |\sqrt{3}-1|$.

【分析】 根据分数指数幂、负整数指数幂、绝对值、二次根式化简等进行计算即可.

【解答】 解：原式 $= \sqrt[3]{8^2} + \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} - \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} + \sqrt{3}-1$

$$= 4 + 2 - \sqrt{3} - 4 + \sqrt{3} - 1$$

$$= 1 .$$

【点评】 本题考查了分数指数幂，负整数指数幂，二次根式化简等知识点，解题关键是熟练掌握相关计算.

20.（10 分）解方程： $\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} = 1$.

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】 解：去分母得： $x-2+4=x^2-4$ ，即 $x^2-x-6=0$ ，

分解因式得： $(x-3)(x+2)=0$ ，

解得： $x=3$ 或 $x=-2$ ，

当 $x=3$ 时， $(x+2)(x-2) \neq 0$ ；

当 $x=-2$ 时， $(x+2)(x-2)=0$ ，

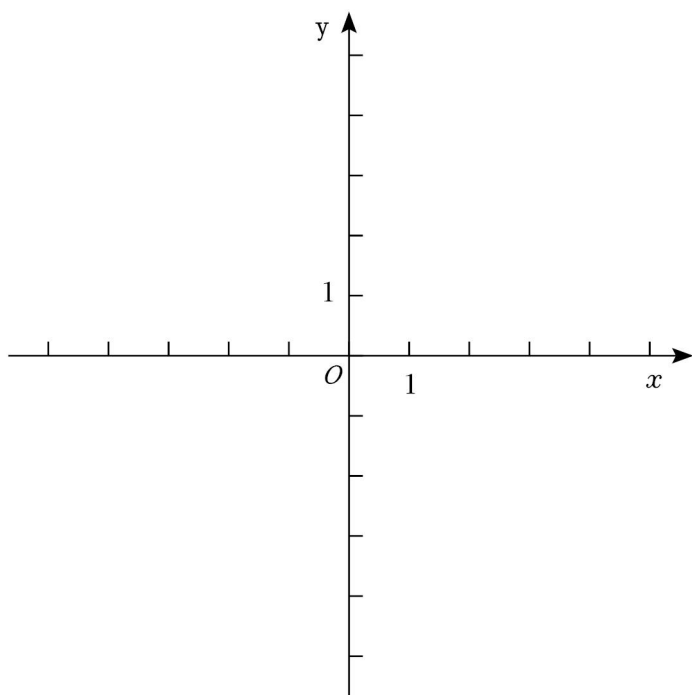
$\therefore x=-2$ 是增根，分式方程的解为 $x=3$.

【点评】 此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

21.（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知某个一次函数的图象平行于直线 $y = \frac{1}{2}x$ ，经过点 $A(-2,1)$ ，且与 x 轴交于点 B .

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）设点 C 在 y 轴上，当 $\triangle ABC$ 的面积等于 2 时，求点 C 的坐标.



【分析】（1）设这个一次函数的解析式为 $y = kx + b$ ，利用两直线平行一次项系数相等得到 $k = \frac{1}{2}$ ，再把 A 点坐标代入得到 $-2k + b = 1$ ，然后求出 b 得到一次函数解析式；

（2）先确定直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与 y 轴的交点 D 的坐标为 $(0, 2)$ ，再确定 $B(-4, 0)$ ，设 $C(0, t)$ ，根据三角形面积公式，利用 $S_{\triangle BCD} - S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC}$ 得到 $\frac{1}{2} \times |t - 2| \times 4 - \frac{1}{2} \times |t - 2| \times 2 = 2$ ，然后解方程求出 t ，从而得到 C 点坐标．

【解答】解：（1）设这个一次函数的解析式为 $y = kx + b$ ，

$\because$ 直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x$ 平行，

$$\therefore k = \frac{1}{2},$$

$\because$ 直线 $y = kx + b$ 经过点 $A(-2, 1)$ ，

$$\therefore -2k + b = 1,$$

$$\text{即 } -1 + b = 1,$$

解得 $b = 2$ ，

$$\therefore \text{一次函数解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 2;$$

（2）当 $x = 0$ 时， $y = \frac{1}{2}x + 2 = 2$ ，则直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与 y 轴的交点 D 的坐标为 $(0, 2)$ ，如图，

当 $y = 0$ 时， $\frac{1}{2}x + 2 = 0$ ，解得 $x = -4$ ，则 $B(-4, 0)$ ，

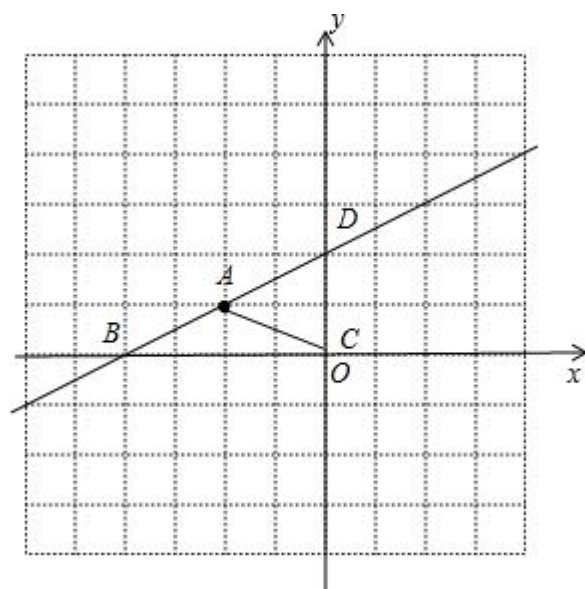
设 $C(0, t)$,

$$\because S_{\triangle BCD} - S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} ,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times |t-2| \times 4 - \frac{1}{2} \times |t-2| \times 2 = 2 ,$$

解得 $t = 0$ 或 $t = 4$,

$\therefore C$ 点坐标为 $(0, 0)$ 或 $(0, 4)$.



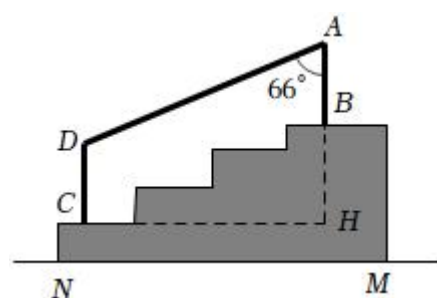
【点评】 本题考查了两直线相交或平行问题：直线 $y_1 = k_1x + b_1$ 与直线 $y_2 = k_2x + b_2$ 平行，那么 $k_1 = k_2$. 也考查了待定系数法求一次函数解析式 .

22. (10 分) 某超市大门口的台阶通道侧面如图所示，共有 4 级台阶，每级台阶高度都是 0.25 米．根据部分顾客的需要，超市计划做一个扶手 AD ， AB 、 DC 是两根与地平线 MN 都垂直的支撑杆（支撑杆底端分别为点 B 、 C ）．

(1) 求点 B 与点 C 离地面的高度差 BH 的长度；

(2) 如果支撑杆 AB 、 DC 的长度相等，且 $\angle DAB = 66^\circ$. 求扶手 AD 的长度．

(参考数据： $\sin 66^\circ \approx 0.9$ ， $\cos 66^\circ \approx 0.4$ ， $\tan 66^\circ \approx 2.25$ ， $\cot 66^\circ \approx 0.44$)



【分析】 (1) 根据每级台阶高度都是 0.25 米，然后计算出 3 个台阶的总高度，即可解答；

(2) 连接 BC ，根据题意可得： $AB = DC$ ， $AB \parallel DC$ ，从而可得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，然后利用平行四边形的性质可得 $AD = BC$ ， $AD \parallel BC$ ，从而求出 $\angle CBH = 66^\circ$ ，最后在 $\text{Rt}\triangle CBH$ 中，利用锐角三角函数的定义进行计算即可解答．

【解答】解：(1) $\because$ 每级台阶高度都是 0.25 米，

$$\therefore BH = 3 \times 0.25 = 0.75 \text{ (米)},$$

$\therefore$ 点 B 与点 C 离地面的高度差 BH 的长度为 0.75 米；

(2) 连接 BC ，

由题意得：

$$AB = DC, AB \parallel DC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

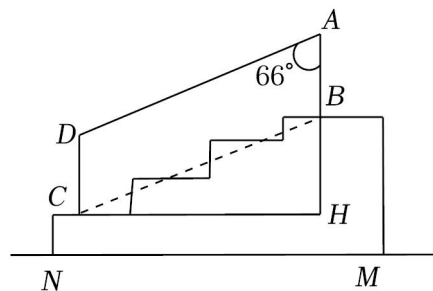
$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle CBH = 66^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle CBH$ 中， $BH = 0.75$ 米，

$$\therefore BC = \frac{BH}{\cos 66^\circ} \approx \frac{0.75}{0.4} = 1.875 \text{ (米)},$$

$\therefore$ 扶手 AD 的长度约为 1.875 米．

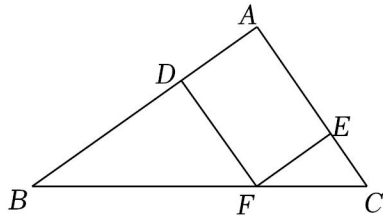


【点评】本题考查了解直角三角形的应用，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键．

23. (12 分) 已知：如图，点 D 、 E 、 F 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 、 BC 上， $DF \parallel AC$ ， $BD = 2AD$ ， $AE = 2EC$ ．

(1) 如果 $AB = 2AC$ ，求证：四边形 $ADFE$ 是菱形；

(2) 如果 $AB = \sqrt{2}AC$ ，且 $BC = 1$ ，联结 DE ，求 DE 的长．



【分析】（1）根据菱形的判定方法解答即可；

（2）根据相似三角形的判定和性质解答即可．

【解答】（1）证明： $\because BD = 2AD$ ， $AE = 2EC$ ，

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{AE}{CE} ,$$

$$\because DF \parallel AC ,$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{BF}{CF} ,$$

$$\therefore \frac{BF}{CF} = \frac{AE}{CE} ,$$

$$\therefore EF \parallel AB ,$$

$$\text{又} \because DF \parallel AC ,$$

$\therefore$ 四边形 $ADFE$ 是平行四边形，

$$\because AB = 2AC , \quad AE = \frac{2}{3} AC ,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{3} AB ,$$

$$\therefore AD = AE ,$$

$\because$ 四边形 $ADFE$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $ADFE$ 是菱形；

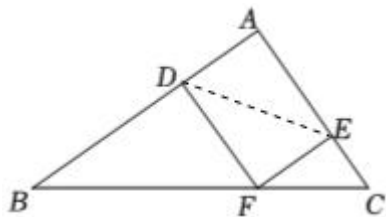
（2）如图，在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ACB$ 中， $\angle A$ 是公共角，

$$\frac{AD}{AC} = \frac{\frac{1}{3}AB}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3}AC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{3} , \quad \frac{AE}{AB} = \frac{\frac{2}{3}AC}{AB} = \frac{\frac{2}{3}AC}{\sqrt{2}AC} = \frac{\sqrt{2}}{3} ,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB ,$$

$$\because BC = 1 ,$$

$$\therefore DE = \frac{\sqrt{2}}{3} .$$



【点评】本题主要考查了菱形的判定和相似三角形的判定和性质，熟练掌握这些判定定理和性质定理是解答本题的关键．

24. (12分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(1,0)$ 、 $B(2,0)$ ，与 y 轴交于点 C ．

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 将抛物线向左平移 m 个单位 ($m > 2$)，平移后点 A 、 B 、 C 的对应点分别记作 A_1 、 B_1 、 C_1 ，过点 C_1 作 $C_1D \perp x$ 轴，垂足为点 D ，点 E 在 y 轴负半轴上，使得以 O 、 E 、 B_1 为顶点的三角形与 $\triangle A_1C_1D$ 相似，

①求点 E 的坐标；(用含 m 的代数式表示)

②如果平移后的抛物线上存在点 F ，使得四边形 A_1FEB_1 为平行四边形，求 m 的值．

【分析】(1) 将点 $A(1,0)$ 、 $B(2,0)$ 代入 $y = ax^2 + bx - 2$ ，即可求解；

(2) ①分别求出 $A_1(1-m,0)$ ， $B_1(2-m,0)$ ， $C_1(-m,-2)$ ， $D(-m,0)$ ，设 $E(0,y)$ ，由题意可知要使三角形相似，只需 $\angle OB_1E = \angle DC_1A_1$ 或 $\angle OB_1E = \angle C_1A_1D$ ，当 $\angle OB_1E = \angle DC_1A_1$ ，

$\tan \angle OB_1E = \tan \angle DC_1A_1 = \frac{1}{2}$ ， $\frac{-y}{m-2} = \frac{1}{2}$ ，则 $\frac{1}{2}$ ，求出 $E(0, 1 - \frac{1}{2}m)$ ；当 $\angle OB_1E = \angle C_1A_1D$ ，则

$\frac{-y}{m-2} = 2$ ，求出 $E(0, 4 - 2m)$ ；

②设 $F(x,y)$ ，当 $E(0, 1 - \frac{1}{2}m)$ 时，由题意可知四边形 A_1E 为平行四边形的对角线，可得

$$\begin{cases} 1-m=2-m+x \\ y=1-\frac{1}{2}m \end{cases}, \text{再由 } y = -(x - \frac{3}{2} + m)^2 + \frac{1}{4}, \text{ 求出 } m=2 \text{ (舍) 或 } m=\frac{7}{2}; \text{ 同理当 } E(0, 4-2m)$$

时，求得 $m=5$ ．

【解答】解：(1) 将点 $A(1,0)$ 、 $B(2,0)$ 代入 $y = ax^2 + bx - 2$ ，

$$\therefore \begin{cases} a+b-2=0 \\ 4a+2b-2=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x^2 + 3x - 2;$$

$$(2) \text{ ① } y = -x^2 + 3x - 2 = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4},$$

$$\text{平移后抛物线解析式为 } y = -(x - \frac{3}{2} + m)^2 + \frac{1}{4},$$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 则 } y = -2,$$

$$\therefore C(0, -2),$$

$$\text{平移后 } A_1(1 - m, 0), \quad B_1(2 - m, 0), \quad C_1(-m, -2),$$

$$\because C_1D \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore D(-m, 0),$$

$$\therefore OB_1 = m - 2, \quad C_1D = 2, \quad A_1D = 1,$$

$$\text{设 } E(0, y),$$

$$\therefore OE = -y,$$

$$\because \angle B_1OE = 90^\circ, \quad \angle C_1DA_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OB_1E = \angle DC_1A_1 \text{ 或 } \angle OB_1E = \angle C_1A_1D,$$

$$\text{当 } \angle OB_1E = \angle DC_1A_1,$$

$$\therefore \tan \angle OB_1E = \frac{OE}{B_1O} = \frac{-y}{m-2}, \quad \tan \angle DC_1A_1 = \frac{A_1D}{C_1D} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{-y}{m-2} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore y = 1 - \frac{1}{2}m,$$

$$\therefore E(0, 1 - \frac{1}{2}m);$$

$$\text{当 } \angle OB_1E = \angle C_1A_1D,$$

$$\therefore \frac{-y}{m-2} = 2,$$

$$\therefore y = 4 - 2m,$$

$$\therefore E(0, 4 - 2m);$$

综上所述： E 点坐标为 $(0, 1 - \frac{1}{2}m)$ 或 $(0, 4 - 2m)$ ；

② 设 $F(x, y)$ ，

当 $E(0, 1 - \frac{1}{2}m)$ 时，

$\because$ 四边形 A_1FEB_1 为平行四边形，

$\therefore$ 四边形 A_1E 为平行四边形的对角线，

$$\therefore \begin{cases} 1 - m = 2 - m + x \\ y = 1 - \frac{1}{2}m \end{cases},$$

$$\therefore x = -1,$$

$\because$ 平移前后抛物线解析式为 $y = -(x - \frac{3}{2} + m)^2 + \frac{1}{4}$ ，

$$\therefore y = (-\frac{5}{2} + m)^2 + \frac{1}{4},$$

$$\therefore 1 - \frac{1}{2}m = -(-\frac{5}{2} + m)^2 + \frac{1}{4},$$

解得 $m = 2$ （舍）或 $m = \frac{7}{2}$ ，

当 $m = \frac{7}{2}$ 时， $y = -\frac{3}{4}$ ， $F(-1, -\frac{3}{4})$ ，

$$\therefore m = \frac{7}{2};$$

当 $E(0, 4 - 2m)$ 时，

$\because$ 四边形 A_1FEB_1 为平行四边形，

$\therefore$ 四边形 A_1E 为平行四边形的对角线，

$$\therefore \begin{cases} 1 - m = 2 - m + x \\ y = 4 - 2m \end{cases},$$

$$\therefore x = -1,$$

$\because$ 平移前后抛物线解析式为 $y = -(x - \frac{3}{2} + m)^2 + \frac{1}{4}$ ，

$$\therefore y = (-\frac{5}{2} + m)^2 + \frac{1}{4},$$

$$\therefore 4 - 2m = -(-\frac{5}{2} + m)^2 + \frac{1}{4},$$

$$\therefore m = 5 \text{ 或 } m = 2 \text{（舍）};$$

综上所述： $m = \frac{7}{2}$ 或 $m = 5$.

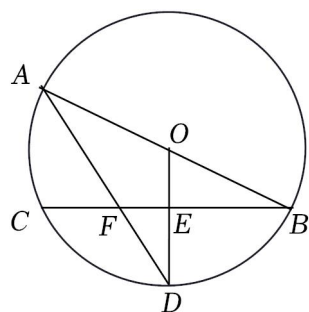
【点评】 本题考查二次函数的图象及性质，熟练掌握二次函数的图象及性质，三角形相似的判定及性质，抛物线平移的性质，平行四边形的性质是解题的关键.

25. (14分) 如图, 已知 AB 为圆 O 的直径, C 是弧 AB 上一点, 联结 BC , 过点 O 作 $OD \perp BC$, 垂足为点 E , 联结 AD 交 BC 于点 F .

(1) 求证: $\frac{AF}{DF} = \frac{2OE}{DE}$;

(2) 如果 $AF \cdot AD = AO^2$, 求 $\angle ABC$ 的正弦值;

(3) 联结 OF , 如果 $\triangle AOF$ 为直角三角形, 求 $\frac{S_{\triangle OFE}}{S_{\triangle AFB}}$ 的值.

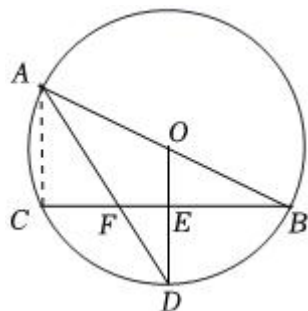


【分析】 (1) 连接 AC , 根据圆周角定理及垂直的定义可得 $\angle ACF = \angle DEF$, 然后根据相似三角形的判定与性质可得结论;

(2) 连接 AC , 过点 F 作 $FT \perp AB$ 于点 T , 则 $\angle ATF = 90^\circ$, 利用相似三角形的判定与性质可得 $\angle AOF = \angle D$, 再由垂径定理可得 $AT = OT = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{4}AB$, 最后根据全等三角形的判定与性质可得答案;

(3) 设 $\odot O$ 的半径为 r , 分两种情况进行解答: 当 $\angle AOF = 90^\circ$ 时, 当 $\angle AFO = 90^\circ$ 时, 分别根据相似三角形的判定与性质、解直角三角形及勾股定理解答即可.

【解答】 (1) 证明: 如图, 连接 AC ,

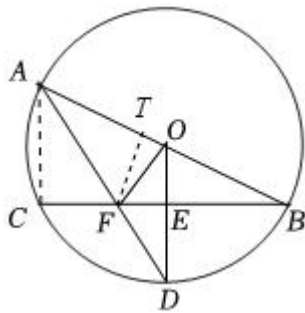


$\because AB$ 为圆 O 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $AO = BO$,

$$\begin{aligned}
&\because OD \perp BC, \\
&\therefore CE = BE, \quad \angle DEF = 90^\circ, \\
&\therefore AC = 2OE, \quad \angle ACF = \angle DEF, \\
&\because \angle AFC = \angle DFE, \\
&\therefore \triangle AFC \sim \triangle DFE, \\
&\therefore \frac{AF}{DF} = \frac{AC}{DE}, \\
&\therefore \frac{AF}{DF} = \frac{2OE}{DE};
\end{aligned}$$

(2) 解：如图，连接 AC ，过点 F 作 $FT \perp AB$ 于点 T ，则 $\angle ATF = 90^\circ$ ，



$$\begin{aligned}
&\because AF \cdot AD = AO^2, \\
&\therefore \frac{AO}{OD} = \frac{AF}{AO}, \\
&\because \angle FAO = \angle OAD, \\
&\therefore \triangle FAO \sim \triangle OAD, \\
&\therefore \angle AOF = \angle D, \\
&\because OD = OA, \\
&\therefore \angle D = \angle OAD, \\
&\therefore AF = OF, \\
&\because FT \perp AB, \\
&\therefore AT = OT = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{4}AB, \\
&\because OD \perp BC, \\
&\therefore \widehat{CD} = \widehat{BD}, \\
&\therefore \angle BAD = \angle CAD, \\
&\because AB \text{ 为圆 } O \text{ 的直径}, \\
&\therefore \angle ACB = \angle ATF = 90^\circ,
\end{aligned}$$

在 $\triangle ACF$ 和 $\triangle ATF$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle BAD \\ \angle ACF = \angle ATF, \\ AF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle ATF (AAS),$$

$$\therefore AC = AT = \frac{1}{4} AB,$$

$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{4};$$

(3) 解: 设 $\odot O$ 的半径为 r , 当 $\angle AOF = 90^\circ$ 时,

$$\because AO = BO, \quad \angle AOF = 90^\circ,$$

$$\therefore AF = BF,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD,$$

$$\because OD \perp BC,$$

$$\therefore \widehat{CD} = \widehat{BD},$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = \angle B,$$

$\because AB$ 为圆 O 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAD + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = \angle B = 30^\circ,$$

$$\because OD \perp BC, \quad \angle AOF = 90^\circ,$$

$$\therefore OE = OB \cdot \sin B = \frac{1}{2} r,$$

$$BE = OB \cdot \cos B = \frac{\sqrt{3}}{2} r,$$

$$OF = OB \cdot \tan B = r \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} r,$$

$$BF = \frac{OF}{\sin B} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} r}{\sin 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3} r,$$

$$\therefore EF = BF - BE = \frac{2\sqrt{3}}{3} r - \frac{\sqrt{3}}{2} r = \frac{\sqrt{3}}{6} r,$$

$$\therefore S_{\triangle OFE} = \frac{1}{2} EF \cdot OE = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{6} r \times \frac{1}{2} r = \frac{\sqrt{3}}{24} r^2,$$

$$\therefore S_{\triangle AFB} = \frac{1}{2} AB \cdot OF = \frac{1}{2} \times 2r \times \frac{\sqrt{3}}{3} r = \frac{\sqrt{3}}{3} r^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OFE}}{S_{\triangle AFB}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{24} r^2}{\frac{\sqrt{3}}{3} r^2} = \frac{1}{8};$$

当 $\angle AFO = 90^\circ$ 时,

$$\therefore \angle AFO = 90^\circ,$$

$$\therefore AF = DF,$$

$$\text{由 (1) 得 } \frac{AF}{DF} = \frac{2OE}{DE},$$

$$\therefore 2OE = DE,$$

$$\therefore OE + DE = r,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{3} r, \quad DE = \frac{2}{3} r,$$

$$\therefore OD \perp BC,$$

$$\therefore CE = BE = \sqrt{OB^2 - OE^2} = \sqrt{r^2 - \left(\frac{1}{3}r\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} r,$$

在 $\triangle ACF$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle C = \angle DEF \\ \angle AFC = \angle DFE, \\ AF = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle DEF (AAS),$$

$$\therefore EF = CF = \frac{1}{2} CE = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} r = \frac{\sqrt{2}}{3} r, \quad AC = DE = \frac{2}{3} r,$$

$$\therefore S_{\triangle OFE} = \frac{1}{2} EF \cdot OE = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{3} r \times \frac{1}{3} r = \frac{\sqrt{2}}{18} r^2,$$

$$\therefore BF = BE + EF = \frac{2\sqrt{2}}{3} r + \frac{\sqrt{2}}{3} r = \sqrt{2} r,$$

$$\therefore S_{\triangle AFB} = \frac{1}{2} BF \cdot AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} r \times \frac{2}{3} r = \frac{\sqrt{2}}{3} r^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OFE}}{S_{\triangle AFB}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{18} r^2}{\frac{\sqrt{2}}{3} r^2} = \frac{1}{6},$$

综上所述, $\frac{S_{\triangle OFE}}{S_{\triangle AFB}}$ 的值为 $\frac{1}{8}$ 或 $\frac{1}{6}$.

【点评】 此题考查的是圆的综合题意, 涉及到了圆的有关性质、解直角三角形、勾股定理、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质, 准确作出辅助线是解决此题的关键.

