

2022 年上海市长宁区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 在实数 3.14 、 0 、 $\sqrt{8}$ 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 $\frac{22}{7}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{9}}$ 中，无理数有()

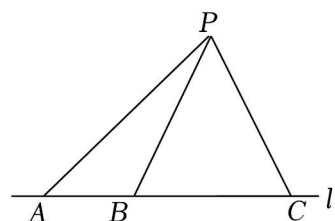
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. (4 分) 下列各题的运算结果是五次单项式的是()

- A. $2mn^2 + 3mn^2$ B. $3mn^3 \times 2m$ C. $(3m^2n)^2$ D. $(2m^2)^3$

3. (4 分) 如图，已知 A 、 B 、 C 是直线 l 上的三点， P 是直线 l 外的一点， $BC = 2AB$ ， $\overrightarrow{PA} = \vec{m}$ ，

$\overrightarrow{PB} = \vec{n}$ ，那么 $\overrightarrow{PC}$ 等于()



- A. $-2\vec{m} + 3\vec{n}$ B. $-\vec{m} + 2\vec{n}$ C. $2\vec{m} - \vec{n}$ D. $4\vec{m} - 3\vec{n}$

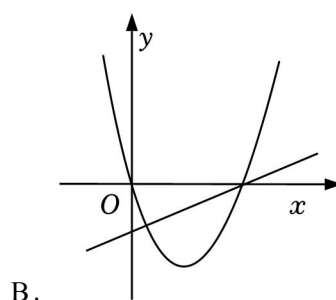
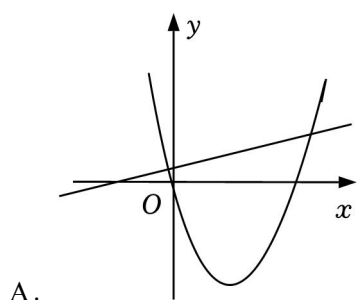
4. (4 分) 小张从外地出差回家，根据当地防疫要求，需进行连续 14 天体温测量，具体结果如表：

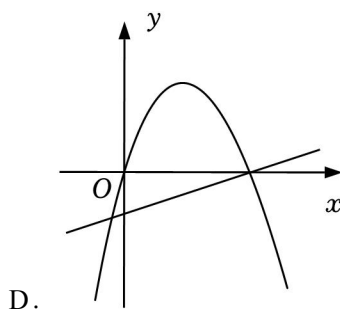
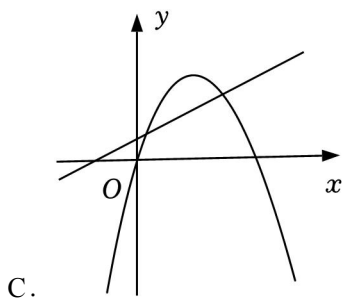
体温($^{\circ}\text{C}$)	36.0	36.1	36.3	36.5	36.7	36.8
天数(天)	1	3	3	4	1	2

那么这 14 天小张测量的体温中，体温的众数和中位数分别是()

- A. 36.1°C ， 36.3°C B. 36.5°C ， 36.3°C C. 36.3°C ， 36.4°C D. 36.5°C ， 36.4°C

5. (4 分) 一次函数 $y = ax + b$ 与二次函数 $y = ax^2 + bx$ 在同一平面直角坐标系中的大致图象可能是()





6. (4分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\cot A = \frac{6}{5}$, 那么以边 AC 长的 $\frac{3}{2}$ 倍为半径的圆 A 与以 BC 为直径的圆的位置关系是()

- A. 外切 B. 相交 C. 内切 D. 内含

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4分) 计算: $xy^6 \div xy^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4分) 分解因式: $4a^2 - 16 = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4分) 方程 $\sqrt{7-x} = 3$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

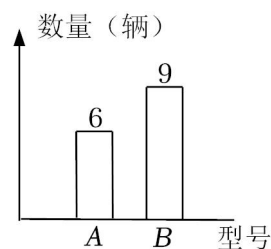
10. (4分) 将直线 $y = -2x + 6$ 向左平移三个单位后, 所得直线的表达式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象经过位于 x 轴上方的点 A , 点 B 的坐标为 $(-4, 0)$, 且 $\triangle AOB$ 的面积等于 8, 那么点 A 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4分) 盒子里只放有 2 只红球、3 只白球, 这五只球除颜色外其他都相同. 如果从这个盒子里摸出两只球, 那么摸出的两只球都是红球的概率等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (4分) 纳米(nm) 是长度单位, 1 纳米为十亿分之一米, 即 $1nm = 10^{-9}m$. 一根头发的直径约为 $0.005cm$, 那么 $0.005cm = \underline{\hspace{2cm}} nm$. (用科学记数法表示)

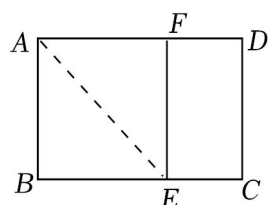
14. (4分) 某商店销售 A 、 B 两种型号的新能源汽车, 销售一辆 A 型汽车可获利 2.4 万元, 销售一辆 B 型汽车可获利 2 万元. 如果该商店销售 A 、 B 两种型号汽车的数量如图所示, 那么销售一辆汽车平均可获利 $\underline{\hspace{2cm}}$ 万元.



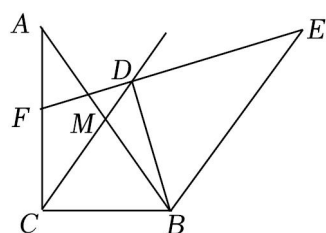
15. (4分) 已知一个正多边形的中心角为 45° , 边长为 5, 那么这个正多边形的周长等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (4分) 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD = AD$, $BD = BC$, 那么 $\angle A$ 等于度.

17. (4分) 我们知道, 两条邻边之比等于黄金分割数 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的矩形叫做黄金矩形. 如图, 已知矩形 $ABCD$ 是黄金矩形, 点 E 在边 BC 上, 将这个矩形沿直线 AE 折叠, 使点 B 落在边 AD 上的点 F 处, 那么 EF 与 CE 的比值等于 ____.



18. (4分) 如图, M 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的中点, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 B 旋转, 使得点 C 落在射线 CM 上的点 D 处, 点 A 落在点 E 处, 边 ED 的延长线交边 AC 于点 F . 如果 $BC = 6$, $AC = 8$, 那么 CF 的长等于 ____.

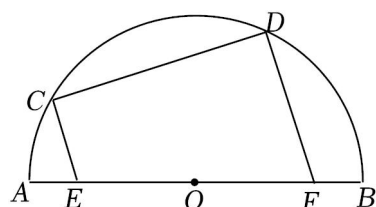


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $5^{\frac{1}{2}} + 2^{-1} - |\sqrt{5} - 2| + (2022 - \pi)^0$.

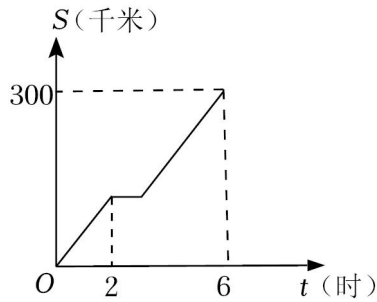
20. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} 2x + 3 \leq 5 \\ \frac{x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{x-2}{6} \end{cases}$, 并写出这个不等式组的自然数解.

21. (10分) 如图, 已知在半圆 O 中, AB 是直径, CD 是弦, 点 E 、 F 在直径 AB 上, 且四边形 $CDFE$ 是直角梯形, $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $AB = 34$, $CD = 30$. 求梯形 $CDFE$ 的面积.



22. (10分) 在同一条公路上, 甲车从 A 地驶往 B 地, 乙车从 B 地驶往 A 地, 两车同时出发, 匀速行驶. 甲车行驶 2 小时后, 因故停车一段时间, 然后按原速继续驶往 B 地, 最后两车同时到达各自的终点. 如果甲车的速度比乙车每小时快 10 千米, 如图表示甲车离 A 地的路程 S (千米) 与时间 t (时) 的函数关系, 问:

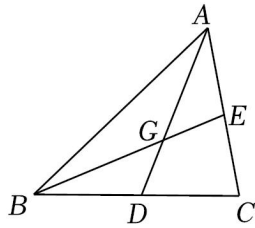
- (1) 甲、乙两车行驶时的速度分别为每小时多少千米？
 (2) 两车在离 A 地多少千米处相遇？（结果保留三位有效数字）



23. (12 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上一点, G 是线段 AD 上一点, 且 $AG = 2GD$, 联结 BG 并延长, 交边 AC 于点 E .

(1) 求证: $\frac{AE}{CE} = \frac{2BD}{BC}$;

(2) 如果 D 是边 BC 的中点, P 是边 BC 延长线上一点, 且 $CP = BC$, 延长线段 BE , 交线段 AP 于点 F , 联结 CF 、 CG , 求证: 四边形 $AGCF$ 是平行四边形.

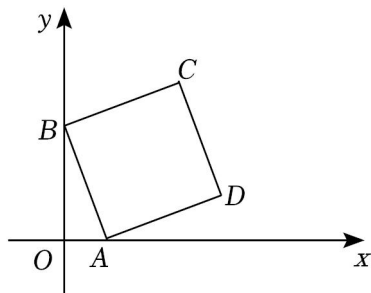


24. (12 分) 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 点 D 的坐标为 $(4,1)$, 抛物线 $y = \frac{5}{6}x^2 + bx + c$ 经过点 A 、 B 、 D , 对称轴为直线 $x = \frac{23}{10}$.

(1) 求抛物线的表达式;

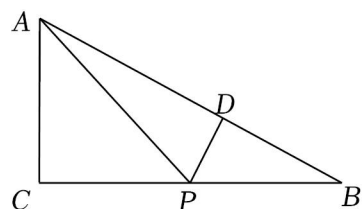
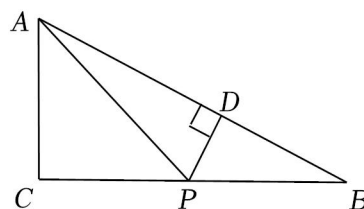
(2) 求证: 菱形 $ABCD$ 是正方形;

(3) 联结 OC , 如果 P 是 x 轴上一点, 且它的横坐标大于点 D 的横坐标, $\angle PCD = \angle BCO$, 求点 P 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, P 是边 BC 上一点, $\angle APC = 45^\circ$, $PD \perp AB$, 垂足为点 D , $AB = 4\sqrt{5}$, $BP = 4$.

- (1) 求线段 PD 的长；
- (2) 如果 $\angle C$ 的平分线 CQ 交线段 PD 的延长线于点 Q ，求 $\angle CQP$ 的正切值；
- (3) 过点 D 作 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边的平行线，交直线 AP 于点 E ，作射线 CE ，交直线 PD 于点 F ，求 $\frac{CE}{EF}$ 的值．



备用图

2022 年上海市长宁区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 在实数 3.14 、 0 、 $\sqrt{8}$ 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 $\frac{22}{7}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{9}}$ 中，无理数有 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【分析】根据无理数的定义逐个进行判断即可.

【解答】解：在实数 3.14 、 0 、 $\sqrt{8}$ 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 $\frac{22}{7}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{9}}$ 中，无理数有 $\sqrt{8}$ ， $\frac{\pi}{2}$ ，共 2 个，

故选：C.

【点评】本题考查无理数，理解无理数的定义是正确解答的关键.

2. (4 分) 下列各题的运算结果是五次单项式的是 ()

- A. $2mn^2 + 3mn^2$ B. $3mn^3 \times 2m$ C. $(3m^2n)^2$ D. $(2m^2)^3$

【分析】根据合并同类项法则、单项式乘单项式的运算法则、积的乘方法则计算，判断即可.

【解答】解：A、 $2mn^2 + 3mn^2 = 5mn^2$ ， $5mn^2$ 是三次单项式，不符合题意；

B、 $3mn^3 \times 2m = 6m^2n^3$ ， $6m^2n^3$ 是五次单项式，符合题意；

C、 $(3m^2n)^2 = 9m^4n^2$ ， $9m^4n^2$ 是六次单项式，不符合题意；

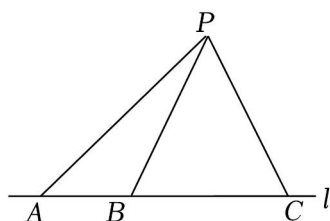
D、 $(2m^2)^3 = 8m^6$ ， $8m^6$ 是六次单项式，不符合题意；

故选：B.

【点评】本题考查的是合并同类项、单项式乘单项式、积的乘方，掌握它们的运算法则是解题的关键.

3. (4 分) 如图，已知 A 、 B 、 C 是直线 l 上的三点， P 是直线 l 外的一点， $BC = 2AB$ ， $\overrightarrow{PA} = \vec{m}$ ，

$\overrightarrow{PB} = \vec{n}$ ，那么 $\overrightarrow{PC}$ 等于 ()



- A. $-2\vec{m} + 3\vec{n}$ B. $-\vec{m} + 2\vec{n}$ C. $2\vec{m} - \vec{n}$ D. $4\vec{m} - 3\vec{n}$

【分析】 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PA} = \vec{n} - \vec{m}$ ，则 $\overrightarrow{BC} = 2\vec{n} - 2\vec{m}$ ，再根据 $\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC}$ 可得出答案.

【解答】解： $\because \overrightarrow{PA} = \vec{m}$ ， $\overrightarrow{PB} = \vec{n}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PA} = \vec{n} - \vec{m},$$

$$\because BC = 2AB,$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 2\vec{n} - 2\vec{m},$$

$$\therefore \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} = 3\vec{n} - 2\vec{m} = -2\vec{m} + 3\vec{n}.$$

故选：A.

【点评】 本题考查平面向量，熟练掌握平面向量的计算是解答本题的关键.

4. (4分) 小张从外地出差回家，根据当地防疫要求，需进行连续14天体温测量，具体结果如表：

体温($^{\circ}\text{C}$)	36.0	36.1	36.3	36.5	36.7	36.8
天数(天)	1	3	3	4	1	2

那么这14天小张测量的体温中，体温的众数和中位数分别是()

A. 36.1°C ， 36.3°C B. 36.5°C ， 36.3°C C. 36.3°C ， 36.4°C D. 36.5°C ， 36.4°C

【分析】 根据一组数据中出现次数最多的数据叫做众数；将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数求解即可.

【解答】解：出现次数最多的数 36.5°C ，

所以这组数据的众数为 36.5°C ，

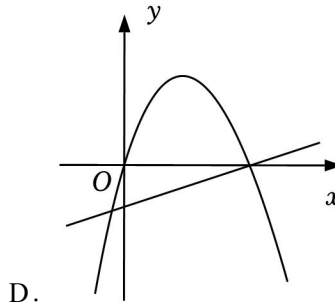
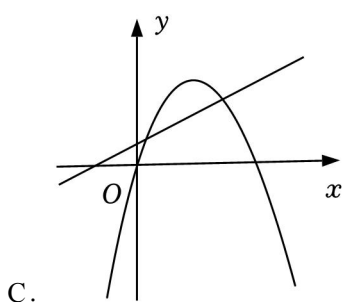
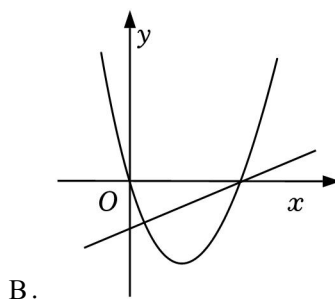
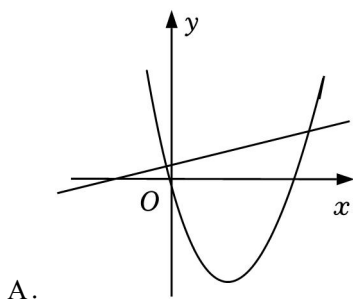
这组数据的中位数是第7、8个数据的平均数，

所以这组数据的中位数为 $\frac{36.3 + 36.5}{2} = 36.4(^{\circ}\text{C})$.

故选：D.

【点评】 本题主要考查中位数和众数，解题的关键是掌握中位数和众数的定义.

5. (4分) 一次函数 $y = ax + b$ 与二次函数 $y = ax^2 + bx$ 在同一平面直角坐标系中的大致图象可能是()



【分析】本题可先由一次函数 $y = ax + b$ 图象得到字母系数的正负，再与二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象相比是否一致.

【解答】解：A、由抛物线可知， $a > 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，得 $b < 0$ ，由直线可知， $a > 0$ ， $b > 0$ ，故本选项不符合题意；

B、由抛物线可知， $a > 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，得 $b < 0$ ，由直线可知， $a > 0$ ， $b < 0$ ，故本选项符合题意；

C、由抛物线可知， $a < 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，得 $b > 0$ ，由直线可知， $a > 0$ ， $b > 0$ ，故本选项不符合题意；

D、由抛物线可知， $a < 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，得 $b > 0$ ，由直线可知， $a > 0$ ， $b < 0$ ，故本选项不符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查抛物线和直线的性质，用假设法来搞定这种数形结合题是一种很好的方法.

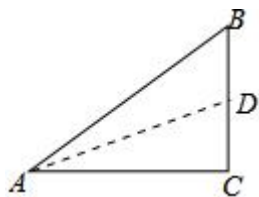
6. (4分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\cot A = \frac{6}{5}$ ，那么以边 AC 长的 $\frac{3}{2}$ 倍为半径的圆 A 与以 BC 为直径的圆的位置关系是()

- A. 外切 B. 相交 C. 内切 D. 内含

【分析】取 BC 的中点 D ，连接 AD ，通过解直角三角形可设 $AC = 6a$ ， $BC = 5a$ ，则

$\frac{3}{2}AC = 9a$, $CD = \frac{5}{2}a$, 再根据圆与圆的位置关系判定可求解.

【解答】解：取 BC 的中点 D ，连接 AD ，



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\cot A = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{5}$ ，

设 $AC = 6a$ ， $BC = 5a$ ，

$$\therefore \frac{3}{2}AC = 9a, \quad CD = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}a,$$

$$\therefore \frac{3}{2}AC - CD = \frac{13}{2}a,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \frac{13}{2}a,$$

$\therefore$ 以边 AC 长的 $\frac{3}{2}$ 倍为半径的圆 A 与以 BC 为直径的圆的位置关系是内切，

故选：C.

【点评】本题主要考查解直角三角形，圆与圆的位置关系，掌握圆与圆的位置关系是解题的关系.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7.（4 分）计算： $xy^6 \div xy^3 = \underline{\quad} y^3 \underline{\quad}$.

【分析】根据整式的除法法则进行计算，即可解答.

【解答】解： $xy^6 \div xy^3 = y^3$ ，

故答案为： y^3 .

【点评】本题考查了整式的除法，熟练掌握整式的除法运算是解题的关键.

8.（4 分）分解因式： $4a^2 - 16 = \underline{\quad} 4(a+2)(a-2) \underline{\quad}$.

【分析】首先提取公因式 4，进而利用平方差公式进行分解即可.

【解答】解： $4a^2 - 16 = 4(a^2 - 4) = 4(a+2)(a-2)$.

故答案为： $4(a+2)(a-2)$.

【点评】此题主要考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握公式形式是解题关键.

9. (4分) 方程 $\sqrt{7-x}=3$ 的解是 $x=-2$.

【分析】两边平方得出 $7-x=9$, 求出方程的解, 再进行检验即可.

【解答】解: $\sqrt{7-x}=3$,

两边平方得: $7-x=9$,

解得: $x=-2$,

经检验 $x=-2$ 是原方程的解,

即原方程的解是 $x=-2$,

故答案为: $x=-2$.

【点评】本题考查了解无理方程, 能把无理方程转化成有理方程是解此题的关键, 注意: 解无理方程一定要进行检验.

10. (4分) 将直线 $y=-2x+6$ 向左平移三个单位后, 所得直线的表达式为 $y=-2x$.

【分析】根据“上加下减, 左加右减”的原则进行解答即可.

【解答】解: 由“左加右减”的原则可知, 将直线 $y=-2x+6$ 向左平移三个单位后, 所得直线的表达式为 $y=-2(x+3)+6$, 即 $y=-2x$.

故答案为: $y=-2x$.

【点评】本题考查的是一次函数的图象与几何变换, 熟知“上加下减, 左加右减”的原则是解答此题的关键.

11. (4分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y=\frac{12}{x}$ 的图象经过位于 x 轴上方的点 A , 点 B 的坐标为 $(-4,0)$, 且 $\triangle AOB$ 的面积等于 8 , 那么点 A 的坐标为 $(3,4)$.

【分析】设 A 点的横坐标为 a , 则其纵坐标为 $\frac{12}{a}$, 再利用三角形的面积公式得出结论.

【解答】解: 由反比例函数 $y=\frac{12}{x}$ 的图象经过位于 x 轴上方的点 A ,

设 A 点的横坐标为 a , 则其纵坐标为 $\frac{12}{a}$,

$\because$ 点 B 的坐标为 $(-4,0)$,

$\therefore OB=4$,

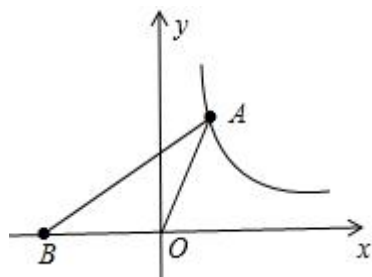
$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot \frac{12}{a} = 8$,

即 $\frac{1}{2} \times 4 \cdot \frac{12}{a} = 8$, 解得: $a=3$,

则 $\frac{12}{a} = 4$,

$\therefore A(3,4)$,

故答案为: $(3,4)$.

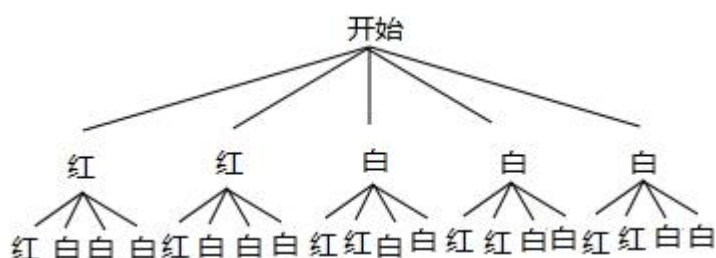


【点评】 本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义, 掌握反比例函数的性质是解题的关键.

12. (4分) 盒子里只放有 2 只红球、3 只白球, 这五只球除颜色外其他都相同. 如果从这个盒子里摸出两只球, 那么摸出的两只球都是红球的概率等于 $\frac{1}{10}$.

【分析】 画树状图, 共有 20 种等可能的结果, 其中摸出的两只球都是红球的结果有 2 种, 再由概率公式求解即可.

【解答】 解: 画树状图如下:



由树状图知, 共有 20 种等可能的结果, 其中摸出的两只球都是红球的结果有 2 种,

$\therefore$ 摸出的两只球都是红球的概率为 $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$,

故答案为: $\frac{1}{10}$.

【点评】 此题考查的是用树状图法求概率. 树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合两步或两步以上完成的事件; 解题时要注意此题是放回试验还是不放回试验. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

13. (4分) 纳米 (nm) 是长度单位, 1 纳米为十亿分之一米, 即 $1nm = 10^{-9}m$. 一根头发的直径约为 $0.005cm$, 那么 $0.005cm = 5 \times 10^4 nm$. (用科学记数法表示)

【分析】 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面

的 0 的个数所决定.

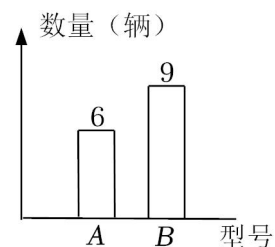
【解答】解：纳米 (nm) 是长度单位，1 纳米为十亿分之一米，即 $1nm = 10^{-9}m$ ，

一根头发的直径约为 $0.005cm$ ， $0.005cm = 5 \times 10^4 nm$ （用科学记数法表示）.

故答案为： 5×10^4 .

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

14. (4 分) 某商店销售 A、B 两种型号的新能源汽车，销售一辆 A 型汽车可获利 2.4 万元，销售一辆 B 型汽车可获利 2 万元. 如果该商店销售 A、B 两种型号汽车的数量如图所示，那么销售一辆汽车平均可获利 2.16 万元.



【分析】根据题目中的数据和加权平均数的计算方法，可以求得小明的总成绩，本题得以解决.

【解答】解： $\frac{2.4 \times 6 + 2 \times 9}{6 + 9} = 2.16$ （万元），

即销售一辆汽车平均可获利 2.16 万元，

故答案为：2.16.

【点评】本题考查加权平均数，解答本题的关键是明确加权平均数的计算方法.

15. (4 分) 已知一个正多边形的中心角为 45° ，边长为 5，那么这个正多边形的周长等于 40.

【分析】先利用中心角求出正多边形的边数，再利用正多边形的性质求出正多边形的周长.

【解答】解： $\because$ 该正多边形的中心角为 45° ，

$\therefore$ 正多边形的边数为： $360^\circ \div 45^\circ = 8$ ，

$\therefore$ 该正多边形的周长为 $5 \times 8 = 40$.

故答案为 40.

【点评】本题主要考查正多边形的性质，数记正多边形的中心角与边长的关系是解题关键.

16. (4 分) 已知在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD = AD$ ， $BD = BC$ ，那么 $\angle A$ 等于 108 度.

【分析】先证明梯形 $ABCD$ 为等腰梯形，得到 $\angle ABC = \angle C$ ，进而证明 $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ，分别用 $\angle ADB$ 表示出 $\angle A$ 和 $\angle C$ ，计算即可。

【解答】解：设 $\angle ADB = x$ ，

$$\because AB = AD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = x,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 2x,$$

在梯形 $ABCD$ 中， $AB = CD$ ，

则梯形 $ABCD$ 为等腰梯形，

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle A + \angle ABC = 180^\circ, \quad \angle DBC = \angle ADB = x,$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ,$$

$$\because BD = BC,$$

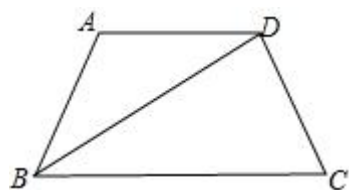
$$\therefore \angle C = \angle BDC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - x),$$

$$\therefore 180^\circ - 2x + \frac{1}{2} \times (180^\circ - x) = 180^\circ,$$

$$\text{解得：} x = 36^\circ,$$

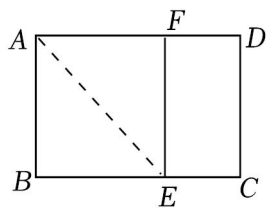
$$\therefore \angle A = 180^\circ - 36^\circ \times 2 = 108^\circ,$$

故答案为：108.



【点评】本题考查的是等腰梯形的判定和性质、平行线的性质、三角形内角和定理，用 $\angle ADB$ 表示出 $\angle A$ 和 $\angle C$ 是解题的关键。

17. (4分) 我们知道，两条邻边之比等于黄金分割数 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的矩形叫做黄金矩形。如图，已知矩形 $ABCD$ 是黄金矩形，点 E 在边 BC 上，将这个矩形沿直线 AE 折叠，使点 B 落在边 AD 上的点 F 处，那么 EF 与 CE 的比值等于 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 。



【分析】根据折叠的性质以及矩形的性质可证四边形 $ABEF$ 是正方形，可得 $EF = BE$ ，进一步即可求出 EF 与 CE 的比值．

【解答】解：根据折叠，可知 $AB = AF$ ， $BE = FE$ ， $\angle BAE = \angle FAE$ ，

在矩形 $ABCD$ 中， $\angle BAF = \angle B = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAE = \angle FAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 45^\circ,$$

$$\therefore BA = BE,$$

$$\therefore AB = BE = EF = FA,$$

又 $\because \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是正方形，

$$\therefore EF = BE = AB,$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 是黄金矩形，

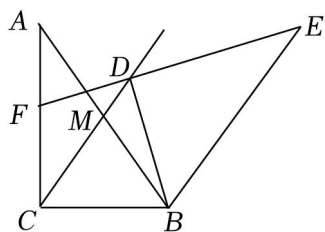
$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore \frac{EF}{EC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2-(\sqrt{5}-1)} = \frac{\sqrt{5}+1}{2},$$

故答案为： $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ．

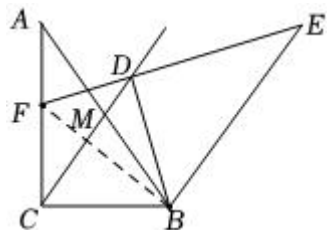
【点评】本题考查了黄金分割，矩形的性质，正方形的判定和性质，熟练掌握黄金分割是解题的关键．

18. (4分) 如图， M 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的中点，将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 B 旋转，使得点 C 落在射线 CM 上的点 D 处，点 A 落在点 E 处，边 ED 的延长线交边 AC 于点 F ．如果 $BC = 6$ ， $AC = 8$ ，那么 CF 的长等于 $\frac{9}{2}$ ．



【分析】如图，连接 BF ．证明 $\text{Rt}\triangle BFC \cong \text{Rt}\triangle BFD(\text{HL})$ ，推出 $CF = DF$ ，证明 BF 垂直平分线段 CD ，再证明 $\triangle ACB \sim \triangle BCF$ ，可得 $\frac{BC}{CF} = \frac{AC}{CB}$ ，即可解决问题．

【解答】解：如图，连接 BF ．



在 $\text{Rt}\triangle BFC$ 和 $\text{Rt}\triangle BFD$ 中，

$$\begin{cases} BF = BF \\ BC = BD \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle BFC \cong \text{Rt}\triangle BFD(\text{HL})$,

$\therefore CF = DF$,

$\because BC = BD$,

$\therefore BF$ 垂直平分线段 CD ,

$\therefore \angle MCB + \angle CBF = 90^\circ$, $\angle ACM + \angle BCM = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACM = \angle CBM$,

$\because \angle ACB = 90^\circ$, $AM = BM$,

$\therefore CM = MA = MB$,

$\therefore \angle ACM = \angle A$,

$\therefore \angle CBF = \angle A$,

$\because \angle ACB = \angle BCF = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle BCF$,

$$\therefore \frac{BC}{CF} = \frac{AC}{CB},$$

$$\therefore CF = \frac{CB^2}{AC} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2},$$

故答案为： $\frac{9}{2}$ ．

【点评】本题考查全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，直角三角形斜边中线的性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形或相似三角形解决问题．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10分) 计算: $5^{\frac{1}{2}} + 2^{-1} - |\sqrt{5} - 2| + (2022 - \pi)^0$.

【分析】先计算 2^{-1} 、 $(2022 - \pi)^0$ ，再把 $5^{\frac{1}{2}}$ 写成二次根式的形式，化简绝对值，最后加减.

【解答】解：原式 $= \sqrt{5} + \frac{1}{2} - (\sqrt{5} - 2) + 1$
 $= \sqrt{5} + \frac{1}{2} - \sqrt{5} + 2 + 1$
 $= 3\frac{1}{2}.$

【点评】本题考查了实数的运算，掌握零指数、负整数指数幂的意义及实数的运算法则是解决本题的关键.

20. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} 2x + 3 \leq 5 \\ \frac{x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{x-2}{6} \end{cases}$ ，并写出这个不等式组的自然数解.

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集，最后求出不等式组的自然数解即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x + 3 \leq 5 & \text{①} \\ \frac{x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{x-2}{6} & \text{②} \end{cases}$,

解不等式①，得 $x \leq 1$ ，

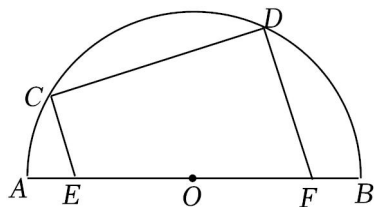
解不等式②，得 $x > -2$ ，

所以不等式组的解集是 $-2 < x \leq 1$ ，

所以不等式组的自然数解是 0, 1.

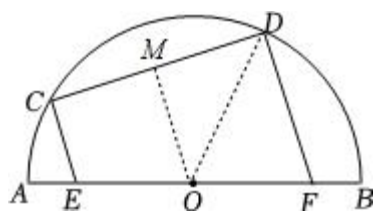
【点评】本题考查了解一元一次不等式组和解一元一次不等式组的整数解，能根据不等式的解集求出不等式组的解集是解此题的关键.

21. (10分) 如图，已知在半圆 O 中， AB 是直径， CD 是弦，点 E 、 F 在直径 AB 上，且四边形 $CDFE$ 是直角梯形， $\angle C = \angle D = 90^\circ$ ， $AB = 34$ ， $CD = 30$. 求梯形 $CDFE$ 的面积.



【分析】过 O 作 $OM \perp CD$ 于 M ，连接 OD ，根据垂径定理求出 $DM = CM = 15$ ，根据勾股定理求出 OM ，求出 OM 是梯形 $CDFE$ 的中位线，求出 $CE + DF = 2OM$ ，再根据梯形的面积公式求出答案即可.

【解答】解：过 O 作 $OM \perp CD$ 于 M ，连接 OD ，



$\because OM \perp CD$, OM 过圆心 O , $CD = 30$,

$\therefore DM = CM = 15$, $\angle OMD = 90^\circ$,

$\because$ 直径 $AB = 34$,

$\therefore$ 半径 $OA = OD = OB = 17$,

在 $Rt\triangle OMD$ 中, 由勾股定理得: $OM = \sqrt{OD^2 - DM^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$,

$\because \angle C = \angle D = 90^\circ$,

$\therefore CE \perp CD$, $FD \perp CD$,

$\therefore CE \parallel OM \parallel FD$,

$\because DM = CM$,

$\therefore OE = OF$,

$\therefore CE + DF = 2OM = 2 \times 8 = 16$,

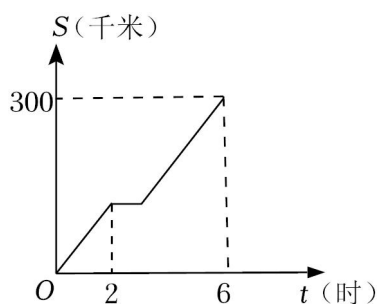
$\therefore$ 梯形 $CDFE$ 的面积是 $\frac{1}{2} \times (CE + DF) \times CD = \frac{1}{2} \times 16 \times 30 = 240$.

【点评】 本题考查了垂径定理, 梯形的性质, 勾股定理等知识点, 能熟记垂直于弦的直径平分这条弦是解此题的关键.

22. (10 分) 在同一条公路上, 甲车从 A 地驶往 B 地, 乙车从 B 地驶往 A 地, 两车同时出发, 匀速行驶. 甲车行驶 2 小时后, 因故停车一段时间, 然后按原速继续驶往 B 地, 最后两车同时到达各自的终点. 如果甲车的速度比乙车每小时快 10 千米, 如图表示甲车离 A 地的路程 S (千米) 与时间 t (时) 的函数关系, 问:

(1) 甲、乙两车行驶时的速度分别为每小时多少千米?

(2) 两车在离 A 地多少千米处相遇? (结果保留三位有效数字)



【分析】(1) 用路程除以时间可得乙车的速度, 根据甲车的速度比乙车每小时快 10 千米即得甲车速度;

(2) 算出甲车停车结束时两车各自行驶的路程, 即知两车再行 30 千米即可相遇, 根据速度比等于路程比可得这 30 千米中甲车所行驶的路程, 即可得到答案.

【解答】解: (1) 由两车同时到达各自的终点可知, 乙车从 B 地驶往 A 地需 6 小时,

$$\therefore \text{乙车的速度为 } \frac{300}{6} = 50 \text{ (千米/小时)},$$

$\therefore$ 甲车的速度比乙车每小时快 10 千米,

$$\therefore \text{甲车速度是 } 50 + 10 = 60 \text{ (千米/小时)},$$

答: 甲车速度是 60 千米/小时, 乙车速度是 50 千米/小时;

(2) 由题意可知, 甲车停车时间为 $6 - \frac{300}{60} = 1$ (小时), 即出发后 2 小时至 3 小时, 甲车停车,

停车结束时, 甲所行路程为 $2 \times 60 = 120$ (千米), 乙车所行路程为 $3 \times 50 = 150$ (千米),

$\therefore$ 两车再行 $300 - (120 + 150) = 30$ (千米) 即可相遇,

$$\therefore \text{相遇处离 } A \text{ 地 } 120 + 30 \times \frac{60}{60 + 50} \approx 136 \text{ (千米)},$$

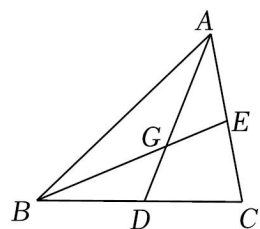
答: 两车在离 A 地约 136 千米处相遇.

【点评】本题考查乙车函数的应用, 解题的关键是读懂题意, 能正确识图, 求出两车的速度.

23. (12 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上一点, G 是线段 AD 上一点, 且 $AG = 2GD$, 联结 BG 并延长, 交边 AC 于点 E .

(1) 求证: $\frac{AE}{CE} = \frac{2BD}{BC}$;

(2) 如果 D 是边 BC 的中点, P 是边 BC 延长线上一点, 且 $CP = BC$, 延长线段 BE , 交线段 AP 于点 F , 联结 CF 、 CG , 求证: 四边形 $AGCF$ 是平行四边形.



【分析】(1) 通过证明 $\triangle DHG \sim \triangle AEG$, 由相似三角形的性质可得 $DH = \frac{1}{2}AE$, 通过证明 $\triangle BDH \sim \triangle BCE$, 可得结论;

(2) 通过证明 $\triangle DGC \sim \triangle DAP$, 可得 $\angle DGC = \angle DAP$, 可证 $GC \parallel AP$, 可证 $GE = EF$, 可

$$\therefore \frac{DG}{AD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{CD}{DP} = \frac{DG}{AD},$$

$$\text{又} \because \angle ADP = \angle GDC,$$

$$\therefore \triangle DGC \sim \triangle DAP,$$

$$\therefore \angle DGC = \angle DAP,$$

$$\therefore GC \parallel AP,$$

$$\therefore \triangle GEC \sim \triangle FEA,$$

$$\therefore \frac{GE}{EF} = \frac{CE}{AE} = 1,$$

$$\therefore GE = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $AGCF$ 是平行四边形.

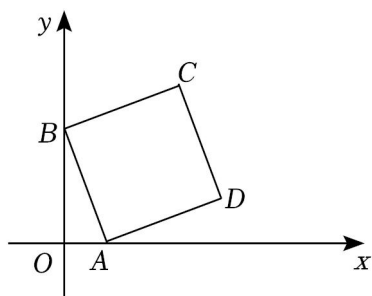
【点评】 本题考查了相似三角形判定和性质，平行四边形的性质，掌握相似三角形的性质是解题的关键.

24. (12分) 如图，已知菱形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上，点 D 的坐标为 $(4,1)$ ，抛物线 $y = \frac{5}{6}x^2 + bx + c$ 经过点 A 、 B 、 D ，对称轴为直线 $x = \frac{23}{10}$.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 求证：菱形 $ABCD$ 是正方形;

(3) 联结 OC ，如果 P 是 x 轴上一点，且它的横坐标大于点 D 的横坐标， $\angle PCD = \angle BCO$ ，求点 P 的坐标.



【分析】 (1) 由对称轴可得 $b = -\frac{23}{6}$ ，将点 D 的坐标代入 $y = \frac{5}{6}x^2 + bx + c$ 即可求解析式;

(2) 分别求出 A 点、 B 点坐标，证明 $\triangle ABO \cong \triangle DAE$ (SSS)，即可证明菱形 $ABCD$ 是正方形;

(3) 过点 C 作 $MN \perp y$ 轴交于 M 点，过点 P 作 $PN \perp MN$ 交于 N 点，连接 DP ，通过证明 $\triangle MBC \cong \triangle OAB$ (AAS)，求出 C 点坐标，再证明 $\triangle MCO \sim \triangle NPC$ ，求出 P 点坐标即可.

【解答】 (1) 解： $\because$ 抛物线 $y = \frac{5}{6}x^2 + bx + c$ 对称轴为直线 $x = \frac{23}{10}$,

$$\therefore -\frac{b}{2 \times \frac{5}{6}} = \frac{23}{10},$$

$$\therefore b = -\frac{23}{6},$$

$\because$ 抛物线经过点 $D(4,1)$,

$$\therefore 1 = \frac{5}{6} \times 16 - \frac{23}{6} \times 4 + c,$$

$$\therefore c = 3$$

$$\therefore y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{23}{6}x + 3;$$

(2) 证明: 令 $x = 0$, 则 $y = 3$,

$$\therefore B(0,3),$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } \frac{5}{6}x^2 - \frac{23}{6}x + 3 = 0,$$

$$\text{解得 } x = 1 \text{ 或 } x = \frac{18}{5} \text{ (舍)},$$

$$\therefore A(1,0),$$

$$\therefore OA = 1, \quad OB = 3,$$

$$\therefore AE = 3,$$

$$\because DE = 1, \quad AB = AD,$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DAE (SSS),$$

$$\therefore \angle BAO = \angle DAE,$$

$$\because \angle BAO + \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE + \angle BAO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 是正方形;

(3) 过点 C 作 $MN \perp y$ 轴交于 M 点, 过点 P 作 $PN \perp MN$ 交于 N 点, 连接 DP ,

$$\because \angle MBC + \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\because \angle MBC + \angle MCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OBA = \angle MCB,$$

$$\because BC = AB,$$

$$\therefore \triangle MBC \cong \triangle OAB (AAS),$$

$$\therefore MC = OB, \quad MB = OA,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore C(3,4), \\
&\because \angle PCD = \angle BCO, \\
&\therefore \angle BCD = \angle OCP = 90^\circ, \\
&\therefore \angle MCO + \angle NCP = 90^\circ, \\
&\because \angle MCO + \angle MOC = 90^\circ, \\
&\therefore \angle NCP = \angle MOC, \\
&\therefore \triangle MCO \sim \triangle NPC, \\
&\therefore \frac{MC}{NP} = \frac{MO}{CN}, \\
&\therefore \frac{3}{4} = \frac{4}{CN}, \\
&\therefore CN = \frac{16}{3}, \\
&\therefore MN = 3 + \frac{16}{3} = \frac{25}{3}, \\
&\therefore P\left(\frac{25}{3}, 0\right).
\end{aligned}$$

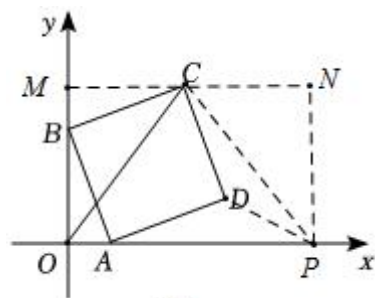


图2

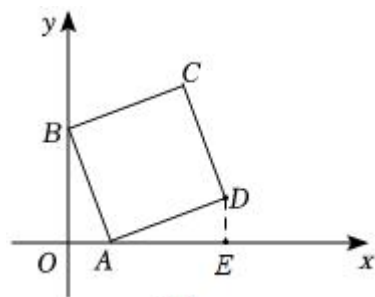


图1

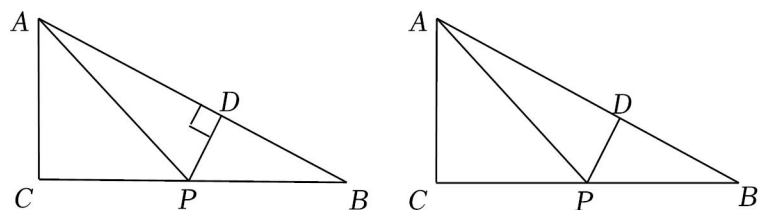
【点评】 本题考查二次函数的图象及性质，熟练掌握二次函数的图象及性质，菱形、正方形的性质，三角形全等的判定及性质，三角形相似的判定及性质是解题的关键。

25. (14分) 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， P 是边 BC 上一点， $\angle APC = 45^\circ$ ， $PD \perp AB$ ，垂足为点 D ， $AB = 4\sqrt{5}$ ， $BP = 4$ 。

(1) 求线段 PD 的长；

(2) 如果 $\angle C$ 的平分线 CQ 交线段 PD 的延长线于点 Q ，求 $\angle CQP$ 的正切值；

(3) 过点 D 作 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边的平行线，交直线 AP 于点 E ，作射线 CE ，交直线 PD 于点 F ，求 $\frac{CE}{EF}$ 的值．



备用图

【分析】 (1) 设 $AC = CP = x$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ，构建方程求出 x ，再利用相似三角形的性质求出 PD ；

(2) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ，设 CQ 交 AB 于点 J ，过点 J 作 $JM \perp C$ 于点 M ， $JN \perp CB$ 于点 N ．想办法求出 CH ， HJ ，证明 $\angle Q = \angle HCJ$ ，可得结论；

(3) 分两种情形：如图 2 中，当 $DE \parallel BC$ 时，设 DE 交 AC 于点 K ．求出 DE ，可得结论．如图 3 中，当 $DE \parallel AC$ 时，连接 CD 交 AE 于点 R ， DE 交 AB 于点 T ．证明 $DT:DE = 2$ ， $CR:RD = 5:3$ ，把图 3 中 $\triangle CDE$ 提出来，见右图，过点 E 作 $EM \parallel CD$ 交 DF 的延长线于点 M ，交 CT 的延长线于点 N ．利用平行线的性质求解即可．

【解答】 解：(1) $\because \angle C = 90^\circ$ ， $\angle APC = 45^\circ$ ，

$$\therefore AC = CP,$$

$$\text{设 } AC = CP = x,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ACB \text{ 中, } AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore x^2 + (x+4)^2 = (4\sqrt{5})^2,$$

$$\text{解得 } x = 4 \text{ 或 } -8 \text{ (舍去),}$$

$$\therefore AC = CP = 4,$$

$$\because PD \perp AB,$$

$$\therefore \angle PDB = \angle C = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle BDP \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{PD}{AC} = \frac{PB}{AB},$$

$$\therefore \frac{PD}{4} = \frac{4}{4\sqrt{5}},$$

$$\therefore PD = \frac{4\sqrt{5}}{5};$$

(2) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ，设 CQ 交 AB 于点 J ，过点 J 作 $JM \perp AC$ 于点 M ， $JN \perp CB$ 于点 N 。

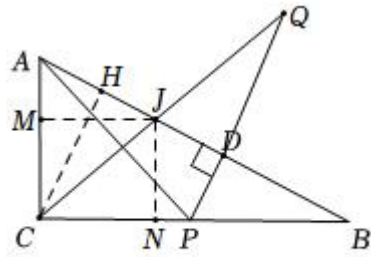


图1

$\because CQ$ 平分 $\angle ACB$ ， $JM \perp AC$ ， $JN \perp CB$ ，

$\therefore JM = JN$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle ACJ}}{S_{\triangle BCJ}} = \frac{AJ}{BJ} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AC \cdot JM}{\frac{1}{2} \cdot CB \cdot JN} = \frac{CA}{CB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AJ = \frac{1}{3} AB = \frac{4\sqrt{5}}{3},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot CB,$$

$$\therefore CH = \frac{4 \times 8}{4\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore JH = AJ - AH = \frac{4\sqrt{5}}{3} - \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{8\sqrt{5}}{15},$$

$\because DQ \perp AB$ ， $CH \perp AB$ ，

$\therefore CH \parallel DQ$ ，

$\therefore \angle Q = \angle HCJ$ ，

$$\therefore \tan \angle CQP = \tan \angle HCJ = \frac{HJ}{CH} = \frac{1}{3};$$

(3) 如图 2 中, 当 $DE \parallel BC$ 时, 设 DE 交 AC 于点 K .

$$\begin{aligned} \therefore \tan B &= \frac{AC}{CB} = \frac{PD}{DB} = \frac{1}{2}, \\ \therefore BD &= 2PD = \frac{8\sqrt{5}}{5}, \\ \therefore AD &= AB - BD = 4\sqrt{5} - \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}, \\ \therefore DK &\parallel CB, \\ \therefore \frac{AK}{CA} &= \frac{AD}{AB} = \frac{DK}{CB}, \\ \therefore \frac{AK}{4} &= \frac{\frac{12\sqrt{5}}{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{DK}{8}, \\ \therefore AK &= \frac{12}{5}, \quad DK = \frac{24}{5}, \\ \therefore \angle AEK &= \angle CPA = 45^\circ, \quad \angle AKD = \angle ACP, \\ \therefore AK &= KE = \frac{12}{5}, \quad DE = DK - KE = \frac{12}{5}, \\ \therefore DE &\parallel CP, \\ \therefore \frac{EF}{CF} &= \frac{DE}{CP} = \frac{\frac{12}{5}}{4} = \frac{3}{5}, \\ \therefore \frac{CE}{EF} &= \frac{2}{3}; \end{aligned}$$

第 25 页 (共 27 页)

$$\therefore EM = MN - EN = \frac{32}{5}k - 4k = \frac{12}{5}k ,$$

$$\therefore \frac{EF}{CF} = \frac{EM}{CD} = \frac{\frac{12}{5}k}{8k} = \frac{3}{10} ,$$

$$\therefore \frac{CE}{EF} = \frac{13}{3} .$$

综上所述, $\frac{CE}{EF}$ 的值为 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{13}{3}$.

【点评】 本题属于相似形综合题, 考查了相似三角形的判定和性质, 解直角三角形等知识, 解题的关键是学会添加辅助线, 利用平行线分线段成比例定理解决问题, 属于中考常考题型.