

八年级第一学期数学阶段小练习

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 在下列二次根式中，属于最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{1.3x}$ B. $\sqrt{a^2 + a^8}$ C. $\sqrt{a^2 + b^2}$ D. $\sqrt{18}$

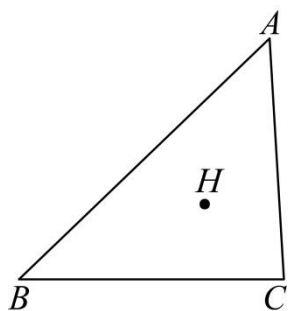
2. 下列关于 x 的方程中有实数根的是（ ）

- A. $x^2 + 1 = 0$ B. $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$
C. $\frac{1}{x} = \frac{x}{x-1}$ D. $x^2 - mx - 1 = 0$

3. 某种时装，平均每天销售 20 件，每件可盈利 40 元，若每件降价 1 元，则每天可以多售出 5 件，如果每天要盈利 1600 元，若设每件可降价 x 元，根据题意列出的方程是（ ）

- A. $(40-x)(20-5x) = 1600$ B. $(40-x)(20+5x) = 1600$
C. $(40+x)(20+5x) = 1600$ D. $(40-5x)(20+5x) = 1600$

4. 上海正建设一批精品口袋公园，如图所示， ABC 是一个正在修建的口袋公园，要在公园里修建一座凉亭 H ，使该凉亭到公路 AB 、 AC 、 BC 的距离都相等，则凉亭 H 是 ABC 的（ ）



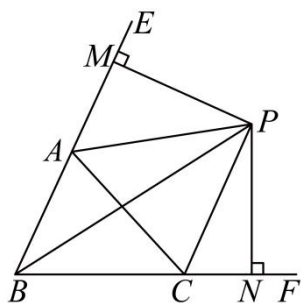
- A. 三条中线的交点 B. 三条高的交点
C. 三条角平分线的交点 D. 三条边的垂直平分线的交点

5. 下列条件中，不能确定三角形是直角三角形的是（ ）

- A. 有一边的中线等于这边的一半 B. 三个内角之比为 $1:2:3$
C. 三边之比为 $1:1:\sqrt{2}$ D. 三边之比为 $1:\sqrt{2}:\sqrt{2}$

6. 如图， ABC 中， $\angle ABC$ 、 $\angle EAC$ 的角平分线 BP 、 AP 交于点 P ，延长 BA 、 BC ， $PM \perp BE$ ， $PN \perp BF$ ，则下列结论中正确的个数（ ）

- ① CP 平分 $\angle ACF$ ；② $\angle ABC + 2\angle ACP = 180^\circ$ ；③ $\angle ACB = 2\angle APB$ ；④ $S_{\triangle PAC} = S_{\triangle MAP} + S_{\triangle NCP}$ 。



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. 要使代数式 $\frac{x}{\sqrt{x-2}}$ 有意义，则 x 的取值范围为_____.

8. 在数轴上，点 A 表示 $-\sqrt{5}$ ，点 B 表示 $-3\sqrt{5}$ ，则点 A 与点 B 之间的距离是_____.

9. 方程： $2x^2 = 10$ 的根是_____.

10. 若关于 x 的方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有两个相等的实数根，则 $k =$ _____.

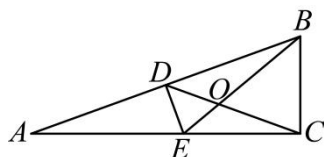
11. 在实数范围内因式分解： $2x^2 - 4x + 1 =$ _____.

12. 手卷是国画装裱中横幅的一种体式，以能握在手中顺序展开阅览得名，它主要由“引首”、“画心”、“拖尾”三部分组成（这三部分都是矩形形状），分隔这三部分的其余部分统称为“隔水”. 下图中手卷长 1000cm，宽 40cm，引首和拖尾完全相同，其宽度都为 100cm，若隔水的宽度为 x cm，画心的面积为 15200cm^2 ，根据题意，可列方程是_____.

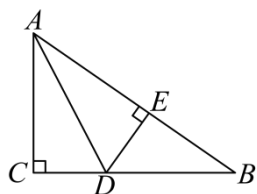


13. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{k}{x-1} = \frac{x}{x+1}$ 有增根 $x=1$ ，则 $k =$ _____.

14. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ 、 $\angle A = 20^\circ$ ，点 D 是 AB 的中点， $DE \perp AB$ ，垂足为 D ，交 AC 于 E ， CD 、 BE 相交于点 O ，则 $\angle DOE =$ _____°.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于点 E , 如果 $\triangle ABC$ 的周长为 16cm , AC 长为 4cm , 则 $\triangle BDE$ 的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.



16. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC = 4$, $AC = 3$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如果三角形中有一边上的中线长度正好等于这条边的长度, 那么称这个三角形为“好玩三角形”. 如果

$\text{Rt}\triangle ABC$ 是“好玩三角形”, $\angle C = 90^\circ$, 且 $BC < AC$, 那么 $\frac{BC}{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 纸飞机是大家平时随手就能制作的简单玩具, 其做法各种各样, 接下来我们将图 1 中长为 26cm , 宽为 20cm 的矩形纸片折叠可得到图 2 中的纸飞机, 下面是折纸飞机的三个关键步骤的介绍. (说明: 纸片折叠过程中无缝隙、无边缘重叠)

第一步: 如图 3, 将图 1 中的矩形纸片 $ABCD$ 沿 MN 折叠, 点 A 的对应点 A' 落在 MD 边上.

第二步: 如图 4, 将 EM 和 EN 分别沿着 EP 和 EQ 折叠, 点 M 与点 N 的对应点重合, 从而获得边 PQ 与 CD 平行, 且 PQ , $A'B'$, CD 三条线段中相邻的两条之间距离均为 $x\text{cm}$.

第三步: 如图 5, 在 CD 上选取点 F , 将四边形 $EPDF$ 沿着 EF 折叠, 使 EP 的对应边所在直线与 EM' 所在直线重合, 点 D 的对应点为 D' , 下方部分进行同样的操作, 点 C 的对应点为 C' , 点 E 到 $C'D'$ 的距离 EG 为飞机的最大长度.

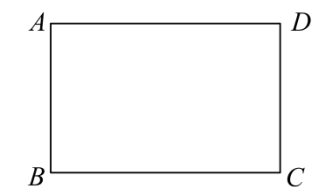


图1

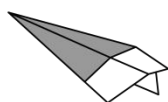


图2

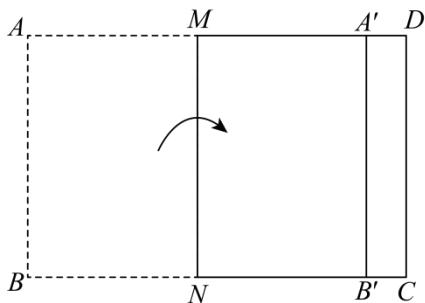


图3

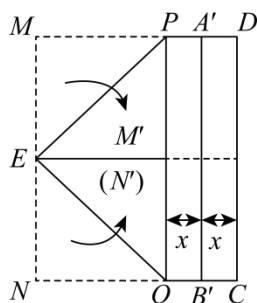


图4

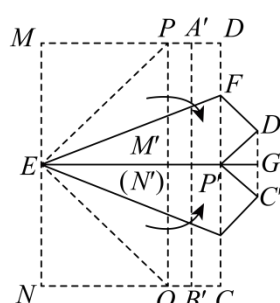


图5

则该纸飞机最大长度 EG 为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.

三、简答题 (每题 5 分, 共 25 分)

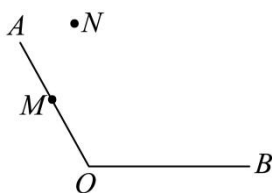
19. 计算: $\sqrt{12} + \sqrt{0.5} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

20. 解方程: $(3x-1)(x+2) = 2x+4$

21. 解分式方程: $\frac{x-2}{x+2} + 1 = \frac{16}{x^2-4}$.

22. 已知 x_1 、 x_2 是方程 $\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{3}x - \sqrt{50} = 0$ 的两个根. 求: $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$ 的值.

23. 作图题: 如图, 已知 $\angle AOB$ 及定点 M 、 N , 在 $\angle AOB$ 的内部求作点 P , 使点 P 到直线 OA 、 OB 的距离相等, 且 $PM = PN$.

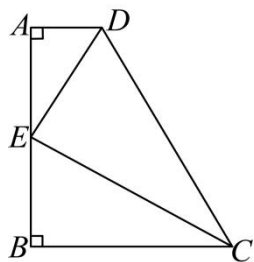


四、解答题 (6+6+6+6+9=33)

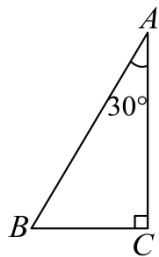
24. 求证: 关于 x 的方程 $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$ 总有实数根.

25. 一列火车到达 A 站已经晚点 6 分钟, 如果将速度每小时加快 10 千米, 那么继续行驶 20 千米便可以在 B 站正点到达, 求火车原来行驶的速度.

26. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B = 90^\circ$, E 为 AB 的中点, DE 平分 $\angle ADC$. 求证: CE 平分 $\angle BCD$;



27. 证明: 在直角三角形中, 如果有一个角为 30° , 那么这个角对边的长度是斜边的一半.



(1) 根据图形写出已知、求证.

如图, 已知: _____

求证: _____

(2) 证明:

28 阅读与探究:

勾股定理是一个基本的几何定理,在我国西汉时期算书《周髀算经》就有“勾三股四弦五”的记载.如果一个直角三角形三边长都是正整数,这样的直角三角形叫“整数直角三角形”,这三个整数叫作一组“勾股数”,

【探究 1】

(1) ①如果 a 、 b 、 c 是一组勾股数,即满足 $a^2 + b^2 = c^2$,则 ka 、 kb 、 kc (k 为正整数)也是一组勾股数.如: 3、4、5 是一组勾股数,则_____也是一组勾股数.

②另外利用一些构成勾股数的公式也可以写出许多勾股数,毕达哥拉斯学派就曾提出: $a = 2n + 1$,

$b = 2n^2 + 2n$, $c = 2n^2 + 2n + 1$ (n 为正整数)是一组勾股数,证明满足以上公式的 a 、 b 、 c 是一组勾股数.

【探究 2】

(2) 观察 3、4、5; 5、12、13; 7、24、25; …可以发现这些勾股数的勾都是奇数,且以 3 起就没有间断过,并且勾为 3 时,股 $4 = \frac{1}{2} \times (9 - 1)$,弦 $5 = \frac{1}{2} \times (9 + 1)$;勾为 5 时,股 $12 = \frac{1}{2} \times (25 - 1)$,弦 $13 = \frac{1}{2} \times (25 + 1)$. 请仿照上面两组样例,用发现的规律填空:

①如果勾为 7 时,则股 $24 =$ _____; 弦 $25 =$ _____.

②现在将勾用 a 表示,股用 b 表示,弦用 c 表示,当 $a = n$ 时, ($n \geq 3$, 且 n 为奇数) 则 $b =$ _____;
 $c =$ _____; (用含有 n 的式子表示) 并证明这个规律的合理性.