

2025 学年第二学期期中学情诊断试卷

(初二年级数学学科)

(考试时间: 90 分钟 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 菱形 D. 正五边形

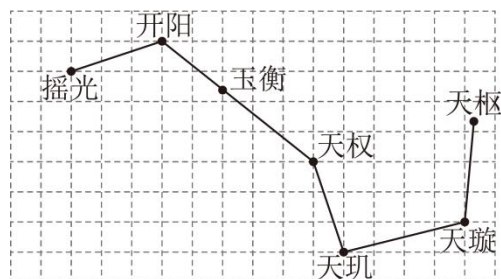
2. 在平面直角坐标系中, 点 $P(m^2+1, 2)$ 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 四边形的不稳定性在实际生活中有着广泛的应用, 即四边形的边长一定时, 可以发生改变的是 ()

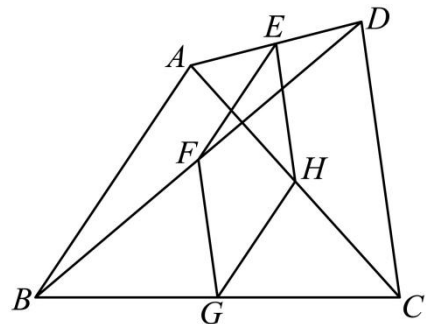
- A. 内角和 B. 内角大小 C. 周长 D. 外角和

4. 北斗七星是大熊座的一部分, 古代人们把这七颗星命名为天枢、天璇、天玑、天权、玉衡、开阳、摇光. 因为将这七星相连所成的形状类似古代舀酒的斗, 故名北斗. 爱好天文的小明将自己观察到的北斗七星画在如图所示的方格纸上, 建立适当的平面直角坐标系后, 表示“摇光”的点的坐标为 $(-4, 2)$, 表示“开阳”的点的坐标为 $(-1, 3)$, 则表示“天权”的点 (正好在网格点上) 的坐标为 ()



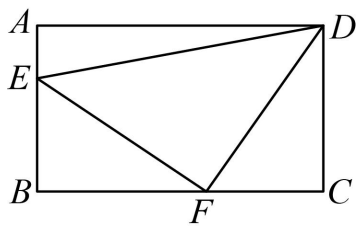
- A. $(1, -2)$ B. $(6, -1)$ C. $(4, -1)$ D. $(7, 0)$

5. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是线段 AD 、 BD 、 BC 、 AC 的中点, 要使四边形 $EFGH$ 是菱形, 需要加的条件是 ()



- A. $AC = BD$ B. $AC \perp BD$ C. $AB = CD$ D. $AB \perp CD$

6. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB < BC$, 点 E 在边 AB 上, 点 F 在边 BC 上, 连接 DE 、 DF 、 EF . $AB = a$, $BE = CF = b$, $DE = c$, $\angle BEF = \angle DFC$;



以下两个结论：（ ）

$$\textcircled{1} a+b>\frac{\sqrt{2}}{2}c \qquad \textcircled{2} (a+b)^2+(a-b)^2=c^2$$

- A. ①②都正确
B. ①②都错误
C. ①正确, ②错误
D. ①错误, ②正确

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

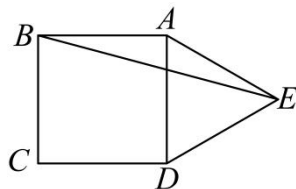
7. 如果从多边形的一个顶点出发的对角线有 5 条, 那么它的边数是_____

8. 在平面直角坐标系中, 点 $(3, -1)$ 到原点的距离为_____.

9. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A - \angle B = 60^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是

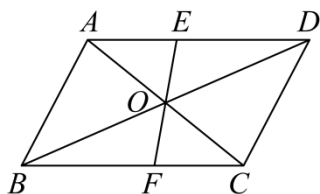
10. 若点 $A(3-x, x-5)$ 在平面直角坐标系的第二象限内, 则 x 的取值范围是_____

11. 如图, 以正方形 $ABCD$ 的边 AD 为一边向外作等边三角形 ADE , 则 $\angle AEB$ 的大小为_____.

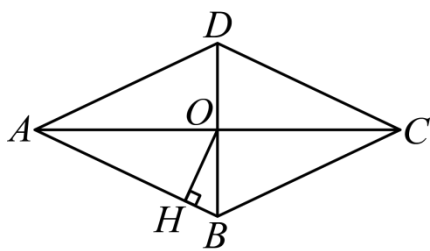


12. 在平面直角坐标系中, 已知点 $P(a-1, 5)$ 和点 $Q(2, b-1)$ 为关于 x 轴对称, 则 $(a+b)^{2025} =$ _____.

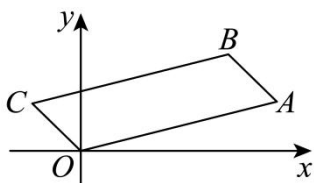
13. 如图, EF 过平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点 O , 交 AD 于点 E , 交 BC 于点 F , 若平行四边形 $ABCD$ 的周长是 32, $OE = 3$, 则四边形 $ABFE$ 的周长为_____



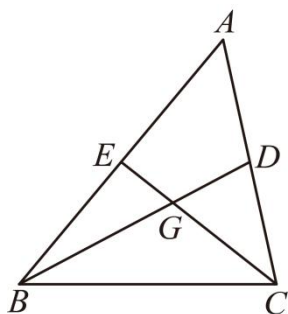
14. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 且 $AC=16$, $BD=12$, 过点 O 作 $OH \perp AB$, 垂足为 H , 则点 O 到边 AB 的距离 $OH =$ _____.



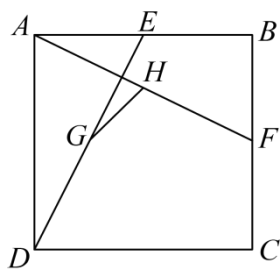
15. 如图, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 点 A, C 的坐标分别为 $(4,1), (-1,1)$, 则点 B 的坐标为_____.



16. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 四边形 $AEGD$ 与 $\triangle ABC$ 面积的比值是_____.



17. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, E, F 分别为边 AB, BC 的中点, 连接 AF, DE , 点 G, H 分别为 DE, AF 的中点, 连接 GH , 则 GH 的长为_____.



18. 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, 以 AD 为半径的圆 A 和以 CD 为半径的圆 C 相交于点 D, E , 如果点 E 到直线 BC 的距离不超过 3, 设 AD 的长度为 m , 则 m 的取值范围是_____.

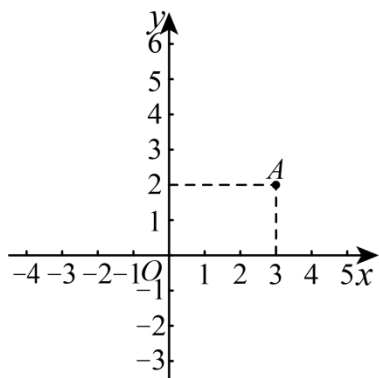
三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 5 分, 满分 20 分)

19. 一个多边形的内角和是 1080° .

(1) 求该多边形的边数.

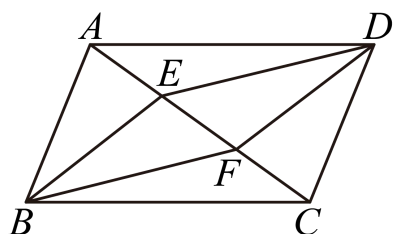
(2) 若该多边形每个内角都相等, 求每一个外角的度数.

20. 如图, 在平面直角坐标系内, 有一点 A , 将点 A 先向左平移 3 个单位, 再向下平移 4 个单位得到点 B .



- (1) 写出点 A ，点 B 的坐标；
- (2) 如果点 C 在 y 轴上，且 $\angle ABC = \angle ACB$ ，求点 C 的坐标.

21. 如图，已知：在平行四边形 $ABCD$ 中， $AF = CE$. 求证：四边形 $BFDE$ 是一个平行四边形.



22. 综合与实践：恺撒密码

恺撒密码是世界上最古老的加密技术之一，采用位移加密方法：明文中的所有字母都按照一个固定数值在字母表上向后（或向前）进行移位后形成密文. 例如，向前移动 3 位（密钥 $k = 3$ ）的恺撒密码，如图 1 所示：为方便使用恺撒密码进行加密和解密，可以使用密码盘如图 2 所示.

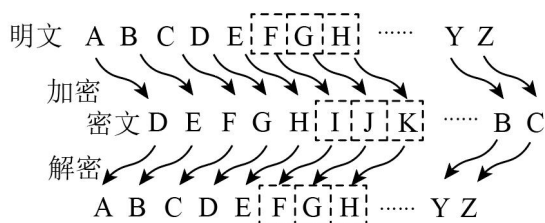


图1



图2

- (1) “解密”：已知密钥 $k = 3$ ，密文 $uhdgb$ 所对应的明文是_____.
- (2) “加密”：已知密钥 $k = 8$ ，明文 $enjoy$ 所对应的密文是_____.
- (3) “猜猜我是谁”：

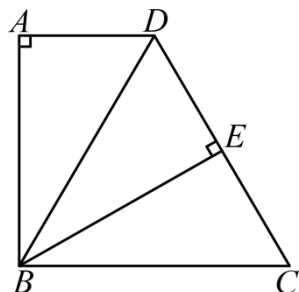
信息一：“我的身份经过了双重加密，密文为“ $rdykqrahw$ ”，左起奇数位密钥为 a ，偶数位密钥为 b .

信息二：密钥隐于坐标：已知点 $P(a, b)$ 位于第一象限，到 x 轴距离为 3，到 y 轴的距离为 5.

根据以上信息，点 P 的坐标为_____，我的身份对应的明文是_____

四、解答题（本大题共 4 题，23-24 每题 7 分，25 题 8 分，26 题 10 分，满分 32 分）

23. 已知：在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，将 $\triangle ABD$ 沿直线 BD 翻折，点 A 恰好落在腰 CD 上的点 E 处.

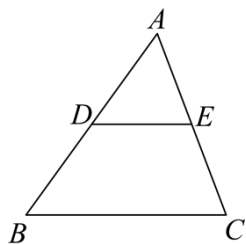


(1) 如图，当点 E 是腰 CD 的中点时，求证： $\triangle BCD$ 是等边三角形；

(2) 延长 BE 交线段 AD 的延长线于点 F ，连接 CF ，如果 $CE = DF$ ，请画出符合题意的图形，并证明：四边形 $ABCF$ 是矩形.

24. 阅读材料：

金山区某中学数学兴趣小组，在《23.4 (1) 三角形的中位线与重心》一课的学习后，对中位线定理的证明产生了很大的兴趣，在课后进行了延伸探究.



已知：如图 (1)，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点.

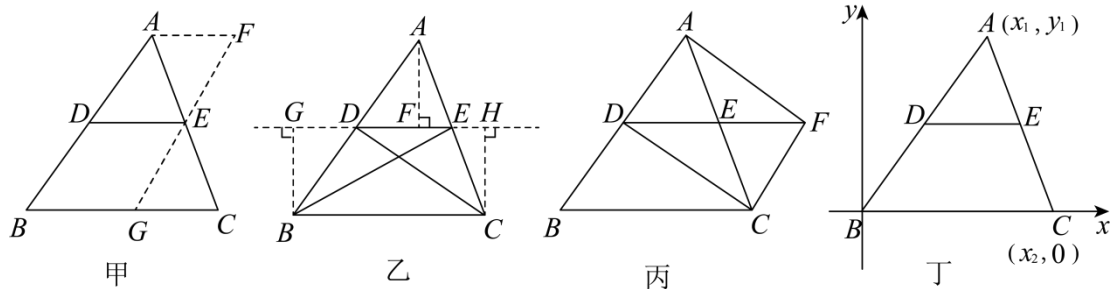
求证： $DE \parallel BC$ ，且 $DE = \frac{1}{2}BC$.

下面是几位同学的探究过程：

甲：过点 E 作 $EG \parallel AB$ ，交 BC 于点 G ，过点 A 作 BC 的平行线交 GE 的延长线于点 F .

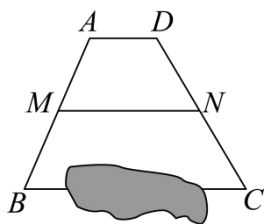
乙：连接 BE ， CD ，过点 A 作 $AF \perp DE$ ，垂足为 F ，分别过点 B 、 C 作 $BG \perp DE$ ， $CH \perp DE$ ，交 ED 、 DE 延长线于点 G 、 H .

丙：延长 DE 至点 F ，使 $EF = DE$ ，连接 FC 、 DC 、 AF .

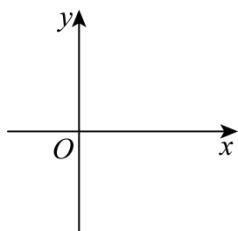


丁：以点 B 为原点建立平面直角坐标系，设点 A 的坐标为 (x_1, y_1) ，点 C 的坐标为 $(x_2, 0)$ 。

- (1) 任务一：四位同学的方案，能证明三角形的中位线定理的有_____（填人名）
- (2) 任务二：请选择一位同学的方案，并将证明过程补充完整。
- (3) 任务三：该兴趣小组在某公园开展“测距”为主题的小队活动时，发现 B 、 C 两地被某人工湖隔开，由于只有工具：一把皮尺（测量长度略小于 BC ），某同学提出方案“我们可以在与 BC 平行的人行步道上的点 A 、 D 处作好标记，通过皮尺找到 AB 与 DC 的中点 M 、 N ，通过皮尺测量 AD ， MN 的长度，就可以估算出 B 、 C 两点间的距离了”。若测得 $AD = m$ ， $MN = n$ ，请直接写出 B 、 C 两点间的距离。（用含 m 、 n 的代数式表示）

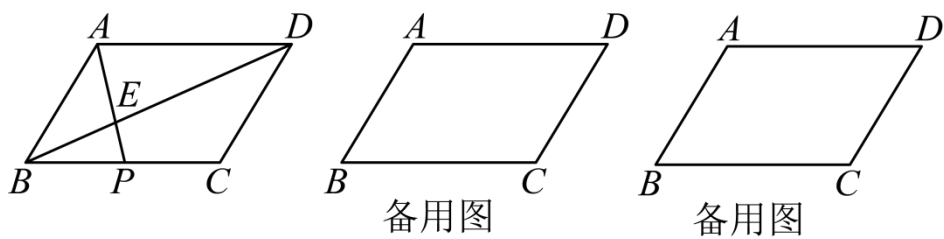


25. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(2a, 0)$ 、 $B(0, 2b)$ 、 $C(-a, 3b)$ 。若 a 、 b 满足 $\sqrt{a-3} + (b-\sqrt{3})^2 = 0$ 。



- (1) 求点 A 、 B 、 C 的坐标；
- (2) 点 $P(m, n)$ 为坐标平面内一点 ($m > 0$)；
- ①若 $\triangle OBP$ 的面积大于 $3\sqrt{3}$ ，求 m 的取值范围；
- ②若点 P 在直线 $x = 8$ 上，且满足 $S_{\triangle ABP} = 2S_{\triangle BOC}$ ，求点 P 的坐标。

26. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 P 是边 BC 中点， AP 与 BD 交于点 E 。



(1) 连接 CE ，当 $EA = EC$ 时，

①求证：平行四边形 $ABCD$ 是菱形；

②若 $AB = 5$ ， $AE = 3$ ，求 BD 的长；（提示：构造三角形重心）

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$ ，垂足为 F ，若点 C 、 E 、 F 共线，且满足 $CE = \sqrt{2}AE$ ，求 $\frac{AB}{BC}$ 的值.