

上海田家炳中学 2024 学年第一学期期中考试

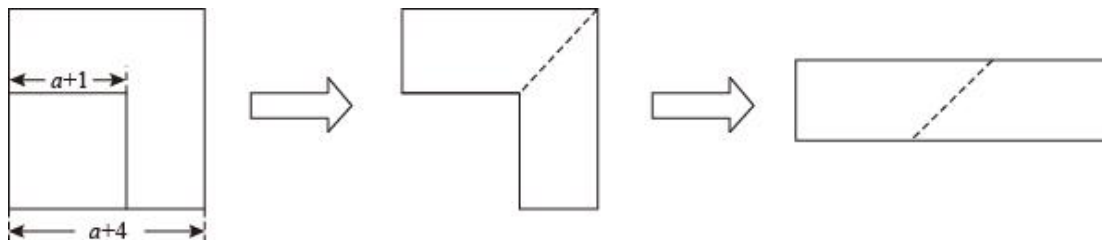
初一年级数学试卷 (2024.10)

(考试时间: 100 分钟, 试卷满分 100 分)

(注意: 所有答案务必写在答题卡上, 写在试卷上不给分.)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

- 下列代数式 $\frac{x+a}{2}$, $2x^2y$, $\frac{1}{m}$, $\frac{7a}{3-b}$, -2 , x^2+8x-1 中, 单项式有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 下列运算正确的是 ()
A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $\left(-\frac{2}{3}y^2\right)^2 = \frac{4}{3}y$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$
- 在下列多项式乘法中, 能用完全平方公式计算的是 ()
A. $(a-b)(a+b)$ B. $(-a-b)(b-a)$ C. $(a-b)(b-a)$ D. $(a-b)(-a-b)$
- 下列代数式 $\frac{-6xy}{3x}$, $\frac{y^2-x^2}{x-y}$, $\frac{x^2+y^2}{x+y}$, $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$, $\frac{6}{x^2-9}$ 中, 最简分式的个数有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 若 $z^2 - kz - 15 = (z+a)(z+b)$, 则 $a+b$ 的值不可能为 ()
A. 14 B. 16 C. 2 D. -14
- 如图, 从边长为 $(a+4)$ cm 的正方形纸片中剪去一个边长为 $(a+1)$ cm 的正方形 ($a > 0$), 剩余部分沿虚线又剪拼成一个矩形 (不重叠无缝隙), 则矩形的面积为 ()



- A. $(2a^2 + 5a)\text{cm}^2$ B. $(3a+15)\text{cm}^2$ C. $(6a+9)\text{cm}^2$ D. $(6a+15)\text{cm}^2$

二、填空题: (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

- $-\frac{5a^2b^3c}{4}$ 是 _____ 次单项式, 它的系数是 _____.

8. 已知 A 、 B 表示两个不同的多项式，且 $A - B = x^2 - 1$ ， $A = -2x^2 + 2x - 3$ ，则多项式 B 是_____.

9. $x^{m-1}y$ 与 $\frac{2}{5}x^2y^{n-4}$ 的和是一个单项式，则 $m+n=$ _____.

10. 已知： $5^m = a$ ， $5^n = b$ ， 则 $5^{2m+3n} =$ _____

11. 计算 $(x-2y+z) \cdot (x+2y-z) =$ _____

12. 若分式 $\frac{2-|x|}{x^2-2x-8}$ 的值为零，则 x 的值为_____.

13. 计算： $-2a^2\left(\frac{1}{2}ab+b^2\right) - 5a(a^2b-ab^2) =$ _____

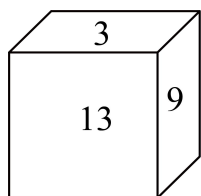
14. $16x^2+kxy+9y^2$ 是完全平方式，则 $k=$ _____.

15. 化简： $\frac{18xy}{27x^2y^2} =$ _____， $\frac{x^2-4}{x^2+5x+6} =$ _____

16. 已知： $x+y=5$ ， $x^2+y^2=13$ ， 则代数式 $x^3y-3x^2y^2+xy^3$ 的值为_____

17. 已知 $a = 2017x + 2016$ ， $b = 2017x + 2017$ ， $c = 2017x + 2018$ ， 那么 $a^2 - ab - ac + bc =$ _____

18. 如图，正方体的每一个面上都有一个正整数，已知相对的两个面上两数之和都相等．如果 13、9、3 对面的数分别为 a 、 b 、 c ，则 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 的值为_____



三、计算题：（本题共 4 题，每题 4 分，满分 16 分）

19. 化简： $(2x+5)^2 - (2x-1)(2x+1)$

20. 化简： $(a^2b+ab^2-3b^3) \cdot (4ab^2) - (-2ab^2)^2$

21. 化简： $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} \div \frac{2x^2-2}{4x^2+8x+4} \div (x-1)^2$

22. 计算： $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+3} - \frac{3x+5}{x^2+2x-3}$.

四、因式分解（本题共 4 题，每题 4 分，满分 16 分）

23. 因式分解： $9(x+y)^2 - 4(x-y)^2$

24. 因式分解: $x^3 + 5x^2y - 24xy^2$

25. 因式分解: $(a^2 - 4a)^2 + 8(a^2 - 4a) + 16$

26. 因式分解: $x^2 - 8xy + 16y^2 - 3x + 12y - 10$

五、解答题: (本大题共 4 题, 4+6+6+6, 满分 22 分)

27. 已知 $3 \times 9^m \times 27^m = 3^{21}$, 求 $(-m^2)^3 \div (m^3 \cdot m^2)$ 的值.

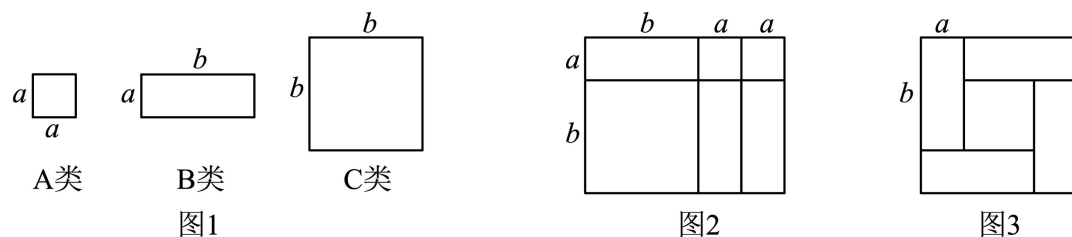
28. 已知 $P = 3x^2 + mx - \frac{1}{3}y + 4$, $Q = 2x - 3y + 1 - nx^2$,

(1) 关于 x, y 的式子 $P - 2Q$ 的取值与字母 x 的取值无关, 求式子 $(m + 3n) - (3m - n)$ 的值;

(2) 当 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$ 时, 若 $3P - \frac{1}{3}Q = \frac{35}{3}$ 恒成立, 求 m, n 的值.

29. 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1} \div \left(\frac{3}{x + 1} - x + 1 \right)$, 请从不等式组 $\begin{cases} 5 - 2x \geq 1 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$ 的整数解中选择一个合适的值代入求值

30. 数形结合是解决数学问题的重要思想方法, 借助图形可以对很多数学问题进行直观推导和解释. 如图 1, 有足够多的边长为 a 的小正方形, 长为 b 、宽为 a 的长方形以及边长为 b 的大正方形.



利用图①中的三种材料各若干可以拼出一些长方形来解释某些等式, 例如图 2 可以解释整式乘法:

$(2a + b)(a + b) = 2a^2 + 3ab + b^2$, 也可以解释因式分解: $2a^2 + 3ab + b^2 = (2a + b)(a + b)$.

(1) 若用 4 个 B 类材料围成图 3 的形状, 设外围大正方形的边长为 x , 内部小正方形的边长为 y , 观察图案, 指出下列关系式中正确的是 (写出所有正确结论的序号) _____.

① $a + b = x$; ② $(x - y)^2 = 2a^2$; ③ $ab = \frac{x^2 - y^2}{4}$; ④ $b^2 = a^2 + xy$; ⑤ $a^2 + b^2 = \frac{x^2 + y^2}{2}$.

(2) 若取其中的若干个 (三种图形都要取到) 拼成一个长方形, 使其面积为 $3a^2 + 5ab + 2b^2$, 在虚框中画出图形, 并根据所画图形, 将多项式 $3a^2 + 5ab + 2b^2$ 分解因式为_____.



(3) 若取其中的若干个 (三种图形都要取到) 拼成一个长方形, 使其面积为 $4a^2 + mab + 5b^2$ 则 m 的值为 _____. (直接写出结果)

六、附加题 (共 20 分)

31. 已知 $a^2(b+c) = b^2(a+c) = 2023$, 且 $a \neq b$, 求 abc 的值.

32. 正数 a, b, c 满足 $ab+2a+2b = bc+2b+2c = ac+2a+2c = 12$, 求 $(a+2)(b+2)(c+2)$ 的值.

33. 使得 $m^2 + m + 7$ 是完全平方数的整数 m 的和等于多少?

34. 若 a, b 为实数且满足 $ab - a - b - 4 = 0$, $s = a^2 + 3ab + b^2 + 3a - \frac{5}{2}b$, 求 s 的最小值.

35. 已知 $x + y = 1$, $x^2 + y^2 = 2$, 求 $x^7 + y^7$ 的值.