

2024 学年第二学期期末试卷八年级数学

时间 90 分钟 满分 100 分

一. 选择题 (共 6 小题)

1. 直线 $y = 3x - 6$ 的截距是 ()

- A. 6 B. -6 C. 3 D. 2

2. 下列方程中, 没有实数解的是 ()

- A. $x^2 - 2 = 0$ B. $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ C. $x^2 + y^2 = 0$ D. $\sqrt{4-x} \cdot \sqrt{x-6} = 0$

3. 下列事件中, 随机事件的是 ()

- A. 直线 $y = x - 3$ 与直线 $y = 3x - 1$ 有公共点
B. 从只装有 5 个白球的袋子里摸出 1 个红球
C. 任意画一个三角形, 其内角和是 180 度
D. 掷一枚质地均匀的硬币, 正面朝上

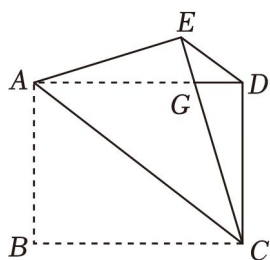
4. 下列关于向量的说法中, 正确的是 ()

- A. 若 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$ 或 $\vec{a} = -\vec{b}$
B. 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 均为单位向量, 那么 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$
C. 如果 $\vec{e}$ 是单位向量, 那么 $\vec{e} = 1$
D. 若 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, 则 A、B、C、D 构成平行四边形

5. 已知四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AC \perp BD$, $\angle ABO = \angle CBO$, 再添加一个条件使四边形 $ABCD$ 是菱形, 添加条件不正确的是 ()

- A. $AB = AD$ B. $AB \parallel CD$ C. $OB = OD$ D. $AD = CD$

6. 把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 点 B 的对应点为点 E , 边 EC 交边 AD 于点 G . 连接 ED (如图所示). 当 $BC = \sqrt{2}AB$ 时, 下列结论中, 不正确的是 ()



- A. $\triangle AEG \cong \triangle CDG$ B. $ED \parallel AC$

C. $AG = 4GD$

D. $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle AEG}$

二. 填空题 (共 12 小题)

7. 将直线 $y = x - 2$ 沿 y 轴方向向下平移 3 个单位, 平移后的直线表达式是_____.

8. 已知一次函数 $y = (1 - 3m)x + 2$, y 的值随 x 的值的增大而增大, 那么 m 的取值范围是_____.

9. 方程 $\sqrt{6-x} = x$ 的实数解是_____.

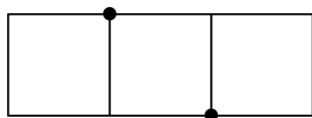
10. 如果关于 x 的方程 $ax = x + 2$ 有解, 那么 a 的取值范围为_____.

11. 用换元法解方程 $\frac{3x}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{x} = 2$ 时, 若设 $\frac{x}{x^2-1} = y$, 则原方程可化为关于 y 的整式方程为_____.

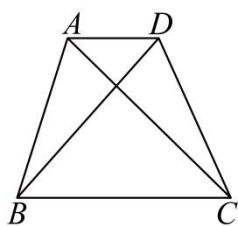
12. 我国古代中有这样一个问题: “今有户高多于广六尺八寸, 两隅相去适一丈. 问户高、广各几何?” 大意是说: 已知矩形门的高比宽多 6.8 尺, 门的对角线长 10 尺, 那么门的高和宽各是多少? 如果设矩形门的宽为 x 尺, 高为 y 尺, 那么可列方程组是_____.

13. 如果一个多边形的内角和是 1080° , 那么这个多边形的边数是_____.

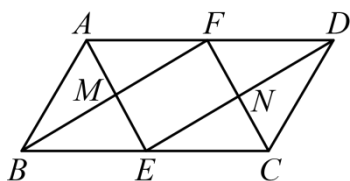
14. 在 1×3 的正方形网格格点上放三枚棋子, 按图所示的位置已放置了两枚棋子, 若第三枚棋子随机放在其它格点上, 则以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的概率是_____.



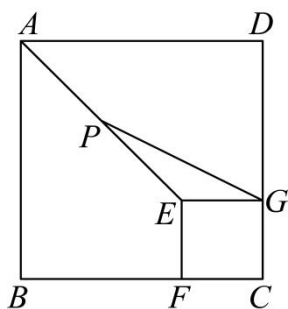
15. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 连接 AC 、 BD , 已知梯形 $ABCD$ 的面积为 17, $\triangle BDC$ 的面积为 12, 那么 $\triangle ADC$ 的面积_____.



16. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 3$, $AD = 6$, 点 E 、 F 分别是边 BC 、 AD 边的中点, 点 M 是 AE 与 BF 的交点, 点 N 是 CF 与 DE 的交点, 则四边形 $ENFM$ 的周长是_____.



17. 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $EF CG$ 的边长分别为 9 和 3, 点 F , G 分别在边 BC , CD 上, P 为 AE 的中点, 连接 PG , 则 PG 的长为_____.



18. 新定义：有一组对角相等而另一组对角不相等的四边形叫做“等对角四边形”. 在“等对角四边形” $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AD = 7$ ，对角线 AC 的长_____.

三. 简答题 (共 4 小题)

19. 请阅读下列材料回答问题：在解分式方程 $\frac{1}{x+1} - \frac{2x}{x^2-1} = 1$ 时，小明的解法如下：

解：(第①步) 去分母，得： $x-1-2x=1$ ，

(第②步) 解这个整式方程，得： $x=-2$ ，

(第③步) 检验：把 $x=-2$ 代入 x^2-1 ，得 $x^2-1 \neq 0$ ，

(第④步) 所以，原方程的根是 $x=-2$.

(1) 你认为小明在第_____步出现了错误；(只填序号)

(2) 针对小明解分式方程出现的错误，请你提出一条解分式方程时的注意事项_____；

(3) 写出上述分式方程的正确解法.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} 3x-y=4 & \text{①} \\ 9x^2+6xy+y^2=4 & \text{②} \end{cases}$$

21. 在平行四边形 $ABCD$ 中，点 M 为对角线 AC 上的一点，点 N 为边 BC 上的一点，且点 A 和点 N 关于直线 BM 对称.

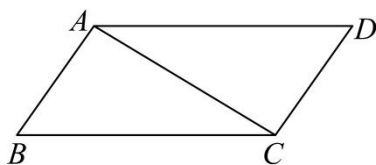


图1

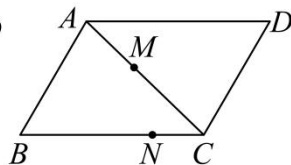


图2

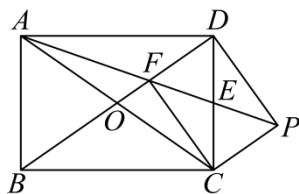
(1) 请用尺规作图的方法在图 1 中确定点 M ， N 的位置，并在图中求作： $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{NC}$ (不写作法，保留作图痕迹，写出结论)；

(2) 如图 2 所示，若 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AB = 4$ ，则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

22. 某机械加工厂计划在一定时间内组装 200 个机器人，后因接到大型展会订单，不但需要增产 20%，而且还要提前 4 天交货. 经生产部测算，每天需要多组装 5 个. 问原计划每天组装多少个机器人？

四. 解答题 (共 4 小题)

23. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O , 点 E 是 CD 的中点, 连接 AE 交 BD 于点 F , 延长 AE 到点 P , 使 $FP = AF$, 连接 CF , CP , DP .



(1) 求证: 四边形 $CFDP$ 是平行四边形;

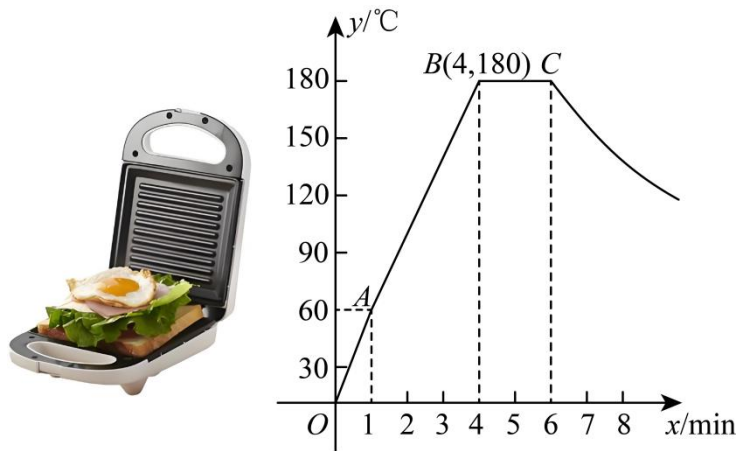
(2) 若四边形 $CFDP$ 是矩形, 且 $AD = \sqrt{2}$, 求 AB 的长度.

24. 某款三明治机制作三明治的工作原理如下:

①预热阶段: 开机 1 分钟空烧预热至 60°C , 机器温度 y 与时间 x 成正比例函数关系;

②操作阶段: 操作 3 分钟后机器温度均衡升至最高温度 180°C 后保持恒温状态, 机器温度 y 与时间 x 成一次函数关系;

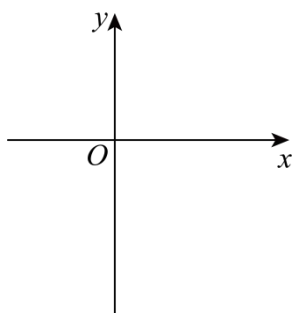
③断电阶段: 操作完成后进行断电降温, 机器温度 y 与时间 x 成反比例关系. 如图所示为某次制作三明治时机器温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 与时间 x (min) 的函数图象, 请结合图象回答下列问题:



(1) 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, 求机器温度 y 与时间 x 的函数关系式;

(2) 求三明治机工作温度在 100°C 及其以上持续的时间.

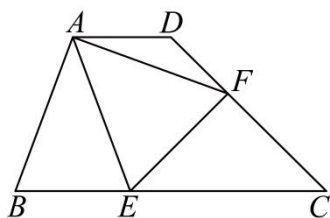
25. 在平面直角坐标系中, 已知直线 $l: y = kx - 4$ 经过点 $A(6, 0)$, 动点 P 的坐标为 $(m, -m + 2)$.



(1) 当直线 l 经过点 P 时, 求点 P 的坐标;

(2) 过点 P 作 y 轴的垂线 l_1 交直线 l 于点 Q , 垂足为点 M . 当以 O 、 A 、 P 、 Q 为顶点的四边形为平行四边形时, 求 m 的值.

26. 如图, 已知梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $\angle C = 45^\circ$, 点 E 、 F 分别是边 BC 和 CD 上的动点 (点 E 不与点 B 重合, 点 F 不与点 D 重合), 且 $\angle BAF = 90^\circ$, $AE = AF = AB$, 联结 EF .



(1) 若 $DF = 2$, 则点 F 到 AD 的距离是_____;

(2) 判断 $\triangle CEF$ 的形状并加以证明;

(3) 若 $EF = 4$, 设 $DF = x$, $AB = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域.