

八年级数学学科

(满分 100 分 时间 90 分钟)

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分) (每题只有一个选项正确)

1. 下列函数中，是一次函数的是 ()

A. $y = \frac{7}{x}$

B. $y = x^2 + 1$

C. $y = kx + b$ (k, b 是常数)

D. $y = \sqrt{3}x - 5$

2. 下列方程中，属于二项方程的是 ()

A. $2x^3 + 9 = 0$

B. $x^3 + 5x = 0$

C. $x^4 + 2x^2 = 1$

D. $\frac{1}{x} + 4 = 0$

3. 在下列方程中，有实数根的是 ()

A. $\sqrt{x-2} + 3 = 0$

B. $\sqrt{4x+1} = -x$

C. $x^2 + 2x + 3 = 0$

D. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

4. 甲乙两个工程队修建某段公路. 如果甲乙两队合作，16 天可以完成；如果甲队独做 5 天后，乙队加入，两队继续工作 10 天，共完成了总工作量的 $\frac{3}{4}$. 设甲队单独完成这项工程需要 x 天，乙队单独完成这项工程需要 y 天，那么根据题意可列方程组为 ()

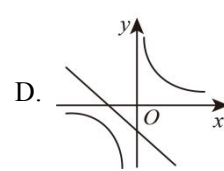
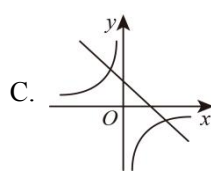
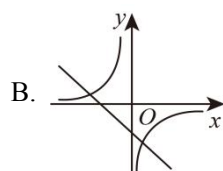
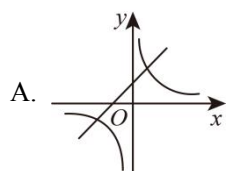
A.
$$\begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 1 \\ \frac{5}{x} + \frac{10}{y} = 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 1 \\ \frac{15}{x} + \frac{10}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

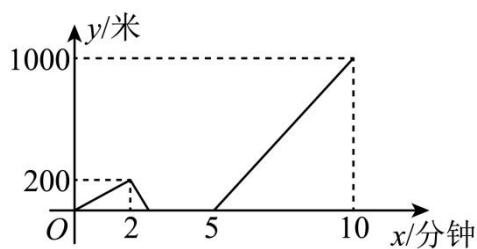
C.
$$\begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 1 \\ \frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 1 \\ \frac{15}{x} + \frac{10}{y} = 1 \end{cases}$$

5. 函数 $y = k(x-1)$ 与函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在同一直角坐标系中的大致图像可能是 ()



6. 乐乐家与学校相距 1000 米，某天乐乐上学时忘了带了一本书，走了一段时间才想起，于是返回家拿书，然后加快速度赶到学校，图中是乐乐与家的距离 y (米) 关于时间 x (分钟) 的函数图像，下列说法错误的是 ()



- A. 乐乐走了 200 米后返回家拿书
B. 乐乐在家停留了 3 分钟
C. 乐乐以每分钟 200 米的速度加速赶到学校
D. 乐乐在第 10 分钟的时候赶到学校

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 直线 $y = -7 - 3x$ 在 y 轴上的截距是_____.

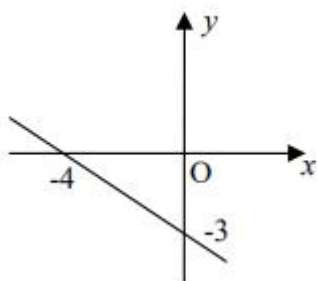
8. 方程 $\frac{1}{3}x^4 - 27 = 0$ 的根是_____.

9. 一次函数 $y = -2(x - 1)$ 可由一次函数 $y = -2x + 3$ 向_____平移_____个单位得到.

10. 已知一次函数 $y = kx + b$ 与 x 轴的交点坐标的横坐标是 3，且平行于函数 $y = -3x$ ，那么这个一次函数解析式是_____.

11. 若点 $A(2, a)$ 、 $B(-1, b)$ 在直线 $y = -x + 1$ 上，则 a 、 b 的大小关系是 a _____ b . (填 “>” “=” 或 “<”)

12. 一次函数 $y = kx + b$ 的图像如图所示. 当 $y > 0$ 时， x 的取值范围是_____.



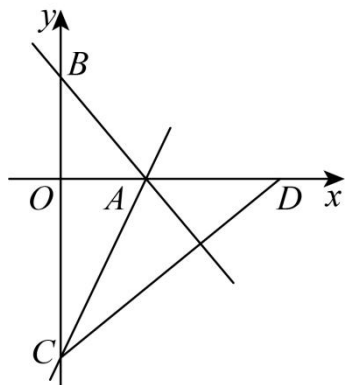
13. 用换元法解方程 $\frac{2(x-1)}{x^2} - \frac{x^2}{3(x-1)} = 1$ 时，设 $y = \frac{x-1}{x^2}$ ，则原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

14. 方程 $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{3x-5} = 0$ 的根是_____.

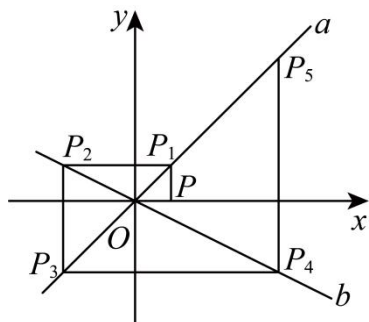
15. 将一根长 56 厘米的铁丝弯折成一个直角三角形，使它的一条直角边长为 7 厘米，则另一条直角边长是_____厘米.

16. 已知二元二次方程组有一组解是 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ ，写出一个符合上述条件的二元二次方程组为_____.

17. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B , 点 C 在 y 轴的负半轴上, 将 ABC 沿 AC 翻折, 点 B 恰好落在 x 轴正半轴上的点 D 处, 则点 C 的坐标为_____.



18. 如图, 已知直线 $a: y = x$, 直线 $b: y = -\frac{1}{2}x$ 和点 $P(1, 0)$, 过点 P 作 y 轴的平行线交直线 a 于点 P_1 , 过点 P_1 作 x 轴的平行线交直线 b 于点 P_2 , 过点 P_2 作 y 轴的平行线交直线 a 于点 P_3 , 过点 P_3 作 x 轴的平行线交直线 b 于点 $P_4, \dots$, 按此作法进行下去, 则点 P_{2024} 的横坐标为_____.



三、简答题: (本大题共 6 题, 每题 6 分, 满分 36 分)

19. 解关于 x 的方程: $ax - 3x = 2(2 - x)$.

20. 解方程: $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+5} - 1 = 0$.

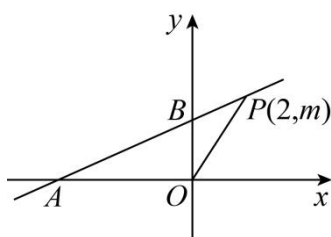
21. 解方程: $\frac{3x-x^2}{x^2-1} = 2 - \frac{1}{1-x}$.

22. 解方程组: $\begin{cases} x-2y=4 \text{ ①} \\ x^2-xy-6y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$

23. 解方程组: $\begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2 \\ \frac{3}{x-y} - \frac{1}{x+y} = \frac{5}{2} \end{cases}$

24. 已知, 点 $P(2, m)$ 是第一象限内的点, 直线 PA 交 y 轴于点 $B(0, 2)$, 交 x 轴负半轴于点 A . 连 $OP = 6$,

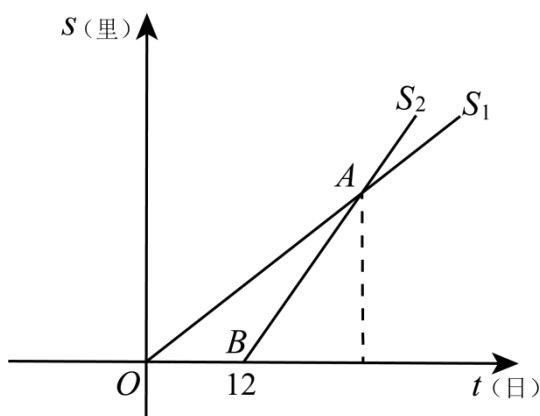
$$S_{\triangle AOP} = 6.$$



- (1) 求 $\triangle BOP$ 的面积;
- (2) 直接写出点 A 的坐标_____和 m 的值_____.

四、解答题：(本大题共 3 题，25 题 6 分，26 题 8 分，27 题 8 分，满分 22 分)

25. 元朝朱世杰的《算学启蒙》一书记载了一个数学问题：“良马日行二百四十里，驽马日行一百五十里，驽马先行一十二日，问良马几何追及之。”它的大意是：“良马每天行 240 里，劣马每天行 150 里，劣马先行 12 天，良马需要多少天才能追上劣马？”如图，是良马与驽马行走路程 s (单位：里) 关于行走时间 t (单位：日) 的函数图象.



- (1) 射线 OA 记为 S_1 ，射线 BA 记为 S_2 ，那么良马行走路程 s 关于行走时间 t 的函数图象是_____；
(填 S_1 或 S_2)
- (2) 两图象交点 A 的坐标是_____；
- (3) 求良马行走路程 S 关于行走时间 t 的函数解析式.

26. 《哪吒 2 魔童闹海》票房大卖，周边玩偶热销. 小洋在网上开设相关周边专卖店，一次，小洋发现一张进货单上的一个信息是： A 款哪吒玩偶的进货单价比 B 款哪吒玩偶少 5 元，花 500 元购进 A 款哪吒玩偶的数量与花 750 元购进 B 款哪吒玩偶的数量相同.

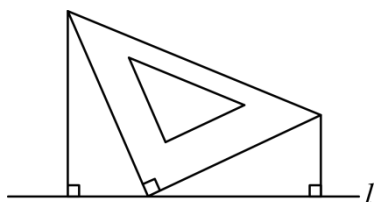
- (1) 问： A 、 B 两款的进货单价分别是多少元？
- (2) 小洋决定将 A 款玩偶的销售单价定为 12 元，将 B 款玩偶的销售单价定为 20 元，小洋打算要花费 1000 元购进 A 、 B 两款玩偶若干个，且 A 款的数量不小于 B 款的一半，请你根据计算说明，当 A 、 B 两款各购进

多少时，小洋获得的总利润最高，最高为多少？

27. 探究活动

【模型构建】

如图，将含有 45° 的三角板的直角顶点放在直线 l 上，过两个锐角顶点分别向直线 l 作垂线，这样就得到了两个全等的直角三角形。由于三个直角的顶点都在同一条直线上，因此我们将其称为“一线三直角”，这模型在数学解题中被广泛使用。



【模型应用】

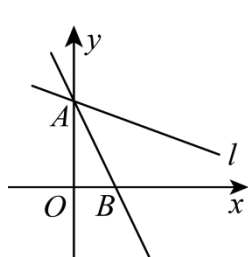


图1

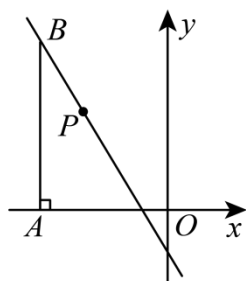


图2

(1) 在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴， y 轴分别交于 A ， B 两点，以 B 为直角顶点在第一象限内构造等腰直角 ABC ，直接写出第三个点的坐标是_____；

(2) 如图 1，一次函数 $y = -2x + 2$ 的图像与 y 轴， x 轴分别交于 A ， B 两点。将直线 AB 绕点 A 逆时针旋转 45° 得到直线 l ，求直线 l 对应的函数表达式；

【模型拓展】

(3) 如图 2，点 A 在 x 轴负半轴上， $OA = 8$ ，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴交直线 $y = -2x - 3$ 于点 B ， P 是直线 $y = -2x - 3$ 上的动点， Q 是 y 轴上的动点，若 $\triangle APQ$ 是以其中一个动点为直角顶点的等腰直角三角形，请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标。