

七年级数学

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

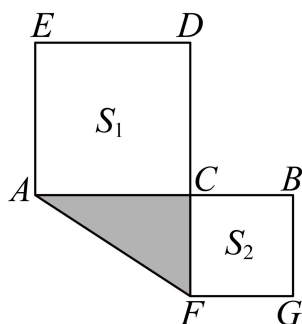
一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分) (每题只有一个选项正确)

1. 整式 $\frac{3a^2 - 7a + 2}{4}$ 的一次项系数是 ()
- A. 7 B. -7 C. $\frac{7}{4}$ D. $-\frac{7}{4}$
2. 下列各组代数式, 两个单项式是同类项的是 ()
- A. $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{1}{4}ab^2c$ B. $0.4m^3$ 与 $\frac{2}{5}n^3$ C. $3a^2b$ 与 $\frac{1}{3}ba^2$ D. $-xy^2$ 与 $-x^2y$
3. 下列各式中, 计算正确的是 ()
- A. $m^2 + m^3 = m^5$ B. $m^2 \cdot m^3 = m^5$ C. $(m^2)^3 = m^8$ D. $m^2 \cdot m^2 = 2m^4$
4. 下列各式能用平方差公式计算的是 ()
- A. $(a-b)(b-a)$ B. $(a+b)(b+a)$ C. $(a-b)(-a-b)$ D. $(a+b)(-a-b)$
5. 下列等式中, 从左向右的变形为因式分解的是 ()
- A. $x^3 - x = x(x-1)(x+1)$ B. $a^2(a-1) = a^3 - a^2$
- C. $a^2 - 2a - 1 = a(a-2) - 1$ D. $(a-3)(a+3) = a^2 - 9$
6. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{2023} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^{2024}$ 的计算结果是 ()
- A. $\frac{2}{5}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $-\frac{5}{2}$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 把整式 $-y^3 + x^2 - 3x^3y + 2xy^2$ 按字母 x 的降幂排列是: _____.
8. 计算: $-\frac{1}{5}x^2 + \frac{8}{15}x^2 =$ _____.
9. 计算: $x^4 \cdot (-x) =$ _____.
10. 计算: $(-a^2)^3 =$ _____.

11. 计算: $(4x-3)(x+2) = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. 计算: $(2x-5y)(2x+5y) = \underline{\hspace{2cm}}$.
13. 计算: $(7a^4b^3 - a^3b^2) \div (3a^3b^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 因式分解: $ac^2 - 4ab^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 若 $x+y=9$ 且 $xy=-36$, 则 $(x+1) \cdot (y+1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
16. 已知 $2x+3y-3=0$, 则 $9^x \cdot 27^y = \underline{\hspace{2cm}}$.
17. 如图, 点 C 是线段 AB 上的一点, 以 AC , BC 为边向两边作正方形, 设 $AB=8$, 两正方形的面积和 $S_1 + S_2 = 40$, 则图中阴影部分面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. 我国宋代数学家杨辉发现了 $(a+b)^n$ ($n=1,2,3, \dots$) 展开式系数的规律:

	$(a+b)^1 = a+b$	展开式系数和为 1+1
	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	展开式系数和为 1+2+1
	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	展开式系数和为 1+3+3+1
	$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$	展开式系数和为 1+4+6+4+1

根据上述规律, $(a+b)^7$ 展开式的系数和是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、简答题: (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

19. 计算: $\frac{1}{3}x^2 - \left(x^2 - 2xy + \frac{1}{2}y^2\right) + \frac{1}{6}y^2$

20. 计算: $2x^2y^3(3x^2 - 2xy + 3y^2) \div (-3x^2y^2)$

21. 利用乘法公式计算: $650^2 - 648 \times 652$

22. 计算: $\left(2x - \frac{1}{3}y\right)^2 - \left(2x - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{3}y + 2x\right)$

23. 因式分解: $(a^2 - 4a)^2 + 8(a^2 - 4a) + 16$

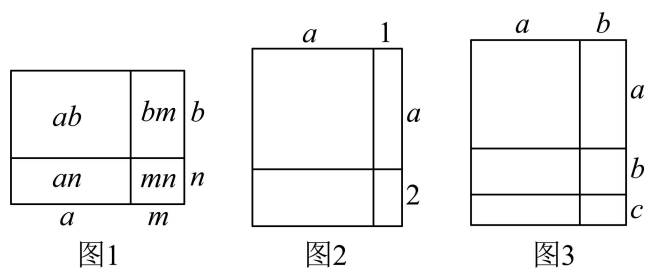
24. 因式分解: $4(a-b)(2a-3b) + (3b-2a)b^2$

四、解答题: (本大题共 4 题, 25 题、26 题每题 6 分, 27 题、28 题每题 8 分, 满分 28 分)

25. 先化简, 再求值: $5(3x^2y - xy^2) - (xy^2 + 3x^2y)$, 其中 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$.

26. 已知整式 $A = 2x^2 - 2x - 1$, 整式 $B = -x^2 + kx - 2$, 且 $3A + 6B$ 的结果中不含 x 的一次项, 求 k 的值.

27. 数形结合是解决数学问题的一种重要的思想方法, 借助这样方法可将抽象的数学知识变得直观起来. 如等式: $(a+m)(b+n) = ab + an + bm + mn$ 就可以用 (图 1) 中各长方形的面积来帮助理解, 请完成下列问题:



(1) 写出 (图 2) 中所表示的数学等式: _____.

(2) 从 (图 3) 可得 $(a+b)(a+b+c) =$ _____.

(3) 请通过画图, 说明等式 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$.

28. 【阅读材料】两个两位数相乘, 如果这两个因数的个位数字相同, 十位数字的和是 10, 该类乘法可以利用一种特殊的速算方法:

比如 $47 \times 67 = \underset{4 \times 6 + 7}{31} \underset{7 \times 7}{49}$, 它们乘积的前两位是 $4 \times 6 + 7 = 31$, 它们乘积的后两位是 $7 \times 7 = 49$, 所以

$47 \times 67 = 3149$.

又如 $13 \times 93 = \underset{1 \times 9 + 3}{12} \underset{3 \times 3}{09}$, 它们乘积的前两位是 $1 \times 9 + 3 = 12$, 它们乘积的后两位是 $3 \times 3 = 9$, 不足两位, 就

将 9 写在个位，十位上写 0，所以 $13 \times 93 = 1209$ 。

该速算方法可以用我们所学的数学知识说明其合理性：

观察与归纳：

(1) 观察上述例子，请归纳这种速算方法，并以 86×26 为例说明；

推理与解释：

(2) 该速算方法可以将其用字母进行表示，设其中一个因数的十位数字为 a ，个位数字是 b ，(a 、 b 表示 1~9 的整数)

则该数可表示为 $10a + b$ ，另一因数可表示为_____，

用速算方法得到的结果可以表示为 $100[\quad] + b^2$ ，

请运用所学数学知识，说明满足条件的两个因数相乘所得结果一定与速算方法所得结果相同。

探索与推广：

(3) 已知某宝藏的解锁密码 $\quad$ 是一个自然数， $\quad + 1$ 是一个正整数的平方， $\quad - 88$ 是另一个正整数的平方。你能凭借自己的智慧解开密码获取宝藏吗？（请简要说明你的解密过程和理由）

