

上海市静安区 2025-2026 学年八年级下学期期末考试数学试题

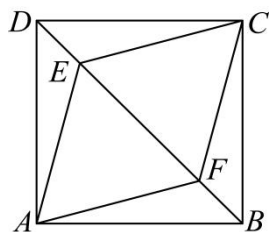
(完成时间: 100 分钟, 满分: 120 分)

考生注意:

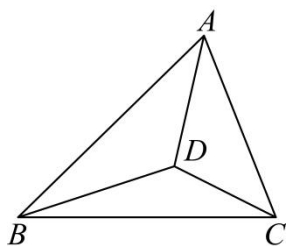
1. 本试卷含三个大题, 共 24 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 满分 18 分, 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. 因为四边形具有不稳定性, 所以当各边长确定时, 下列选项中不能被确定的是 ()
A. 四边形的内角和
B. 四边形的外角和
C. 四边形的周长
D. 四边形的面积
2. 第二象限的点 P 到 x 轴距离为 3, 到 y 轴距离为 2, 则 P 点坐标为 ()
A. $(-2, 3)$
B. $(-3, 2)$
C. $(2, -3)$
D. $(3, -2)$
3. 下列函数是正比例函数的是 ()
A. $y = \frac{1}{x}$
B. $y = x + 1$
C. $y = -\frac{x}{5}$
D. $y = kx$ (k 是常数)
4. 已知一次函数 $y = kx + b$, 若 $kb > 0$, 则该函数图象一定经过 ()
A. 第一、二象限
B. 第二、三象限
C. 第三、四象限
D. 第一、四象限
5. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 在对角线 BD 上 (点 E 、 F 不重合), 连接 AE 、 EC 、 CF 、 FA , 要使四边形 $AECF$ 是菱形, 在下列条件中, 可以添加的是 ()



- A. $AE = CF$
B. $\angle DAE = \angle DCE$
C. $\angle ECF = 45^\circ$
D. $AD = DF$
6. 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 内部, 且 $\triangle ABD$ 、 $\triangle BCD$ 、 $\triangle ACD$ 的面积分别为 10、8、6. 如果 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 连接 AG 、 BG 、 CG , 那么下列有关三角形面积大小的说法中, 正确的是 ()



A. $S_{\triangle AGC} = S_{\triangle ADC}$

B. $S_{\triangle AGC} = S_{\triangle ABD}$

C. $S_{\triangle BGC} = S_{\triangle BDC}$

D. $S_{\triangle BGC} = S_{\triangle ABD}$

二、填空题（本大题共 12 题，满分 36 分，请将结果直接填入答题纸的相应位置上）

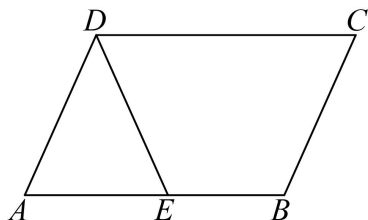
7. 一个十边形的每一个外角都相等，那么它的一个内角的度数为_____度.

8. 在平面直角坐标系中，点 $P(-1, \sqrt{5})$ 到原点 O 的距离为_____.

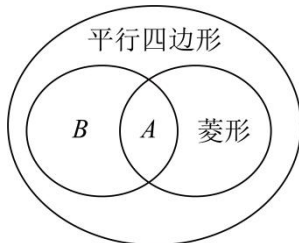
9. 如果一次函数的图像可以由函数 $y = 3x$ 的图像平移得到，且该一次函数图像与 y 轴的交点坐标为 $(0, -3)$ ，那么这个一次函数的表达式为_____.

10. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在其图像所在的每个象限内均上升，那么 k 的取值范围是_____.

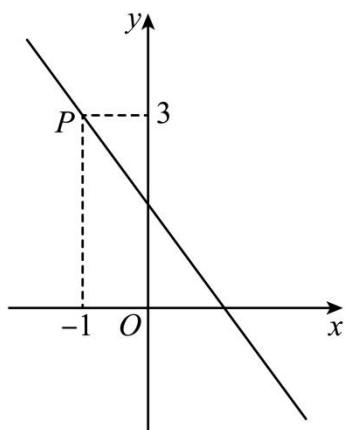
11. 如图，在 $\square ABCD$ 中，以 D 为圆心， BC 长为半径画弧交 AB 边于点 E . 当 $\angle CDE = 75^\circ$ 时， $\angle ADE =$ _____°.



12. 平行四边形、矩形、菱形、正方形的关系如图所示，其中区域 A、B 分别表示其中的两种图形，那么区域 A 表示的图形具有而区域 B 表示的图形不一定具有的性质是_____（写出一个即可）.



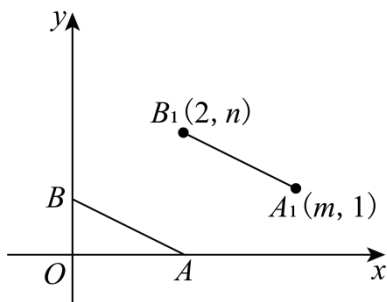
13. 如图，函数 $y = kx + b (k < 0)$ 的图像经过点 P ，则关于 x 的不等式 $kx + b > 3$ 的解集为_____.



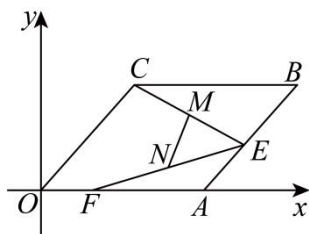
14. 在相互啮合的齿轮的传动中，大齿轮的齿数为80，每分钟转20圈，如果小齿轮的齿数为 x ，每分钟转 y 圈，那么 y 关于 x 的函数表达式为_____.

15. 已知等腰三角形的周长为10，设腰与底边长分别为 x 和 y ，那么 y 关于 x 的函数表达式为_____. (并写出自变量 x 的取值范围)

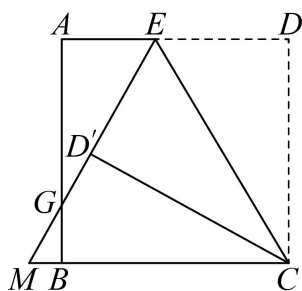
16. 如图，点 A 、 B 的坐标分别为 $(2,0)$ 、 $(0,1)$. 现将线段 AB 平移至 A_1B_1 ，点 A_1 、 B_1 的坐标分别为 $(m,1)$ 、 $(2,n)$ ，那么 $m^2 + n^2$ 的值为_____.



17. 如图，在平面直角坐标系中，平行四边形 $OABC$ 的顶点 C 的坐标是 $(2,2)$ ，点 E 、 F 分别在边 AB 、 OA 上，连接 CE 、 EF . 点 M 、 N 分别是 CE 、 EF 的中点，连接 MN ，那么 MN 的最小值为_____.

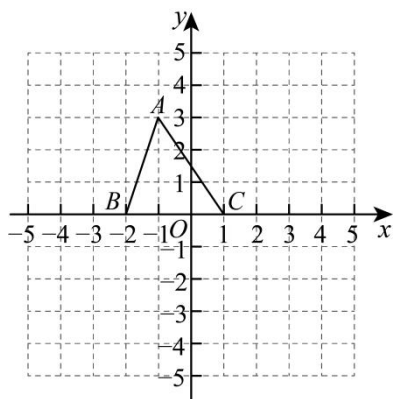


18. 如图，点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 AD 上 (点 E 与点 A 、 D 不重合)，将 $\triangle CDE$ 沿 CE 所在直线翻折，得到 $\triangle CD'E$. 延长 ED' 交 AB 于点 G ，交 CB 的延长线于点 M . 再将 $\triangle AEG$ 沿 EG 所在的直线翻折，得到 $\triangle A'EG$. 连接 CG ，如果点 A' 始终落在 $\triangle CEG$ 的内部 (不含边界)， $AB=3$ ，那么 BM 的取值范围是_____.



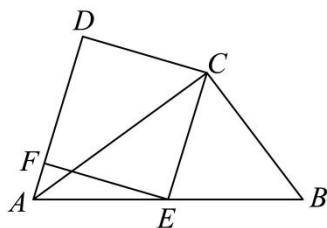
三、解答题（本大题共 6 题，满分 66 分，如无特别说明，本大题作答在答题纸上，须写出证明或计算的主要步骤）

19. 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，三角形的三个顶点坐标分别为 $A(-1,3)$ 、 $B(-2,0)$ 、 $C(1,0)$ 。已知 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 关于直线 $y = -1$ 成轴对称。



- (1) 在图中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标；
- (2) 在第四象限内存在一点 D_1 ，使得四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是平行四边形，在图中画出点 D_1 的位置，并写出 D_1 的坐标。

20. 如图，已知：在四边形 $ABCD$ 中， AC 平分 $\angle DAB$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， E 为 AB 的中点，过点 E 作 $EF \parallel CD$ ，交边 AD 于点 F ，连接 CE 。

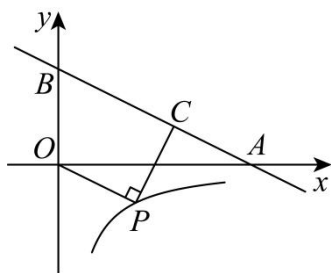


- (1) 求证：四边形 $CDFE$ 是平行四边形；
 - (2) 如果 $\angle ADC = 90^\circ$ ， $BC = 6$ ， $AB = 10$ ，求 AF 的长。
21. 小静在使用一款国际天气查询的 APP 时，发现该 APP 支持摄氏温度与华氏温度的自由切换。为了了解换算规律，她记录了 APP 中几个特定温度值的对应关系，如表所示：

摄氏温度 $x/^{\circ}\text{C}$	...	-10	0	10	25	30	...
华氏温度 $y/^{\circ}\text{F}$	...	14	32	50	77	86	...

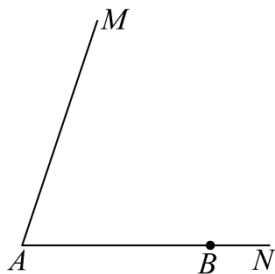
- (1) 小静通过描点画图发现华氏温度 y 是摄氏温度 x 的一次函数，求 y 关于 x 的函数表达式；
- (2) 如果小静查询到当地某日的气温为 95°F ，求当日的摄氏温度；
- (3) 小静认为存在华氏温度与摄氏温度相等的温度值，你同意吗？如果同意，请求出这个温度值；如果不同意，请说明理由.

22. 如图，已知一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 的图像与 x 轴的正半轴交于点 A ，与 y 轴的正半轴交于点 B ，且 $\triangle AOB$ 的面积为 25.



- (1) 求一次函数的表达式；
- (2) 已知点 $P(a, -2)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0, x > 0$) 上. 连接 OP ，将线段 OP 绕点 P 顺时针旋转 90° ，点 O 的对应点记作点 C ，当点 C 恰好落在直线 AB 上时，求该双曲线的表达式.

23. 如图，已知 $\angle MAN = 72^{\circ}$ ，点 B 在边 AN 上.



- (1) 在图中以 AB 为边长，求作菱形 $ABCD$ ，使点 D 落在射线 AM 上（尺规作图，不必写作法，保留作图痕迹）；
- (2) 在所作的菱形 $ABCD$ 中完成探究：
 - ① 直接写出这个菱形的其余三个内角的度数： $\angle ABC =$ _____ $^{\circ}$ ， $\angle BCD =$ _____ $^{\circ}$ ，

$\angle ADC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

②请设计 2 种分割方法，把这个菱形恰好分成四个等腰三角形，在图中画出分割线，并标出每个等腰三角形的顶角的度数.

24. 综合与实践

我们知道，质量均匀分布、厚度可忽略的薄板，其重心位置仅与几何形状有关. 通过物理实验可以发现，三角形的重心是三条中线的交点，矩形的重心恰好位于其对角线的交点处. 若一个平面图形可被分割为若干规则图形，我们还可借助平面直角坐标系，通过研究各部分重心的坐标，进一步探寻整体重心的位置规律.

如图 1 所示，已知在平面直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的顶点坐标分别为 $O(0,0)$ ， $A(4,0)$ ， $C(0,6)$.

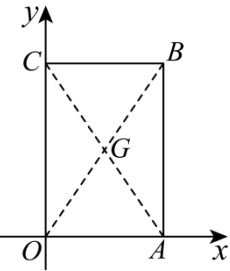


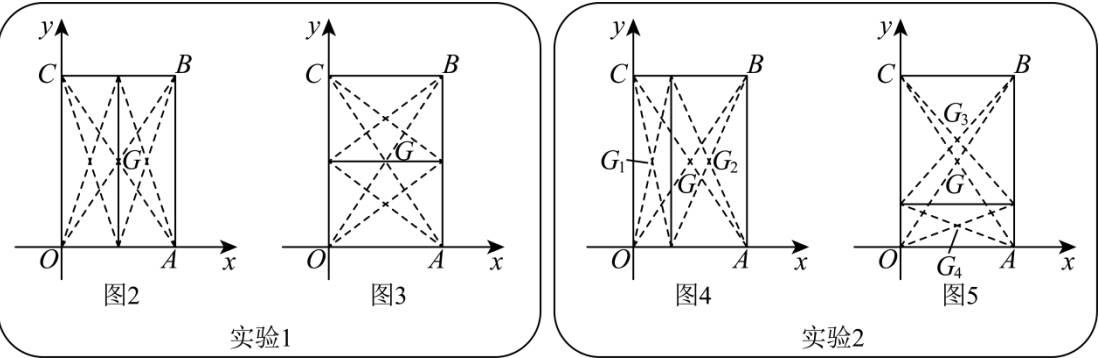
图1

(1) 任务一：确定矩形的重心

直接写出矩形 $OABC$ 的重心坐标： G ($\underline{\hspace{2cm}}$ ， $\underline{\hspace{2cm}}$).

(2) 任务二：从矩形分割中发现规律

将矩形 $OABC$ 视为一块匀质薄板. 下面我们对该矩形进行不同分割，观察各部分重心与整体重心之间的关系.



实验1：分别将矩形 $OABC$ 分成左右或上下两个面积相等的矩形（如图 2、3 所示），不难得到这两个小矩形的重心坐标，发现：矩形 $OABC$ 的重心就是连接这两部分重心的线段的 $\underline{\hspace{2cm}}$.

小丽提出疑问：“如果两部分面积不相等，刚才的结论还成立吗？”

小杰说：“我觉得不成立. 根据物理知识，对于材质均匀、厚度相同的薄板，面积越大质量越大，而质量大的部分对整体重心位置的影响越大，所以整体重心会更偏向面积（质量）大的那部分，至于具体是怎样的

规律，我还没得出。”

为了验证小杰的猜想，以及探究重心偏离中点的规律，他们做了第2个实验.

实验2: 将矩形 $OABC$ 作如下分割:

分割1: 将矩形分成左右两个面积比为1:2的矩形 (如图4所示).

①左侧矩形的面积占整个矩形面积的_____, 其重心坐标 G_1 (_____, _____);

②右侧矩形的面积占整个矩形面积的_____, 其重心坐标 G_2 (_____, _____);

分割2 将矩形分成上下两个面积比为3:1的矩形 (如图5所示).

③上方矩形的面积占整个矩形面积的_____, 其重心坐标 G_3 (_____, _____);

④下方矩形的面积占整个矩形面积的_____, 其重心坐标 G_4 (_____, _____);

根据上述两种分割获得的数据, 完成下面填空:

⑤ 分割1: 重心 G 的横坐标 $2 = \frac{1}{3} \times \text{_____} + \frac{2}{3} \times \text{_____}$, 重心 G 的纵坐标 $3 = \frac{1}{3} \times \text{_____} + \frac{2}{3} \times \text{_____}$;

⑥ 分割2: 重心 G 的横坐标 $2 = \frac{3}{4} \times \text{_____} + \frac{1}{4} \times \text{_____}$, 重心 G 的纵坐标 $3 = \frac{3}{4} \times \text{_____} + \frac{1}{4} \times \text{_____}$;

规律获得: 一般地, 当一个矩形被分成面积分别为 S_1 、 S_2 的两部分时, 如果设这两部分的重心坐标分别为

(x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) , 这个矩形的重心坐标为 (x, y) , 那么: $x = \text{_____}$, $y = \text{_____}$. (用含 S_1 、 S_2 、

x_1 、 x_2 、 y_1 、 y_2 的代数式表示)

(3) 任务三 求简单组合图形的重心

将“L”型角钢的横截面放置在平面直角坐标系中 (如图所示), 结合以上探究所得的规律, 根据图中提供的信息确定角钢的横截面的重心坐标为 (_____, _____).

