

静安区 2024 学年第二学期期末教学质量调研

八年级数学试卷

(完成时间: 100 分钟, 满分: 120 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 满分 18 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 一次函数 $y = 3x - b + 1$ 的图像在 y 轴上的截距是 ()
A. 1 B. $-b + 1$ C. $b + 1$ D. $|-b + 1|$
2. 经过点 $(-1, -1)$ 且平行于 $y = -2x$ 的直线不经过 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 下列事件中, 是随机事件的是 ()
A. 13 个人中至少有两个人的生日是同一个月份
B. 标准大气压下温度低于 -5 摄氏度, 纯净水结成了冰
C. 袋中装有 8 个黄球, 3 个绿球, 2 个白球, 从中任取一球, 然后放回袋中, 混合均匀, 再取一球. 如此反复 4 次, 4 次全部取到绿球
D. 将长度分别为 2cm、3cm、6cm 的三根小木条作为三条边, 能围成一个三角形
4. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 = b$ 无实数根, 那么实数 a 、 b 可以满足的条件是 ()
A. $a = b \neq 0$ B. $a < 0 < b$ C. $a > b > 0$ D. $a < b < 0$
5. 已知向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 则 ()
A. $\vec{a} = \vec{b}$ B. $\vec{a} = -\vec{b}$
C. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ D. 以上都有可能
6. 双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $y = kx$ ($k > 0$ 且 $k \neq 1$) 在一、三象限分别相交于 A 、 C 两点, 与直线 $y = \frac{1}{k}x$ 在一、三象限分别相交于 B 、 D 两点, 那么四边形 $ABCD$ 的形状一定是 ()
A. 矩形 B. 菱形
C. 正方形 D. 非矩形和菱形的任意平行四边形

二、填空题: (本大题共 12 题, 满分 36 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 方程 $x^3 = 2$ 的根是_____.

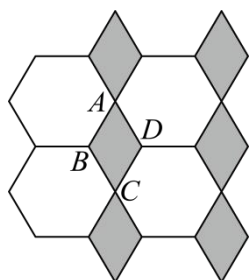
8. 方程 $\frac{x^2-4}{x-2}=0$ 的根是_____.

9. 方程 $\sqrt{x}=-x$ 的根是_____.

10. 已知方程 $\frac{3x}{x^2-1}=4-\frac{x^2-1}{x}$ 如果设 $\frac{x}{x^2-1}=y$, 那么原方程变形为关于 y 的整式方程是_____.

11. 化简: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=$ _____.

12. 如图, 地板砖的一部分是由若干四边形和各边相等且各角也相等的六边形镶嵌而成的, 那么四边形 $ABCD$ 中 $\angle BCD$ 的度数是_____度.

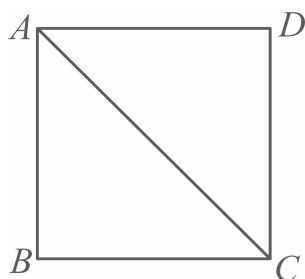


13. 某商品购买价 100 元, 第一年使用后折旧 20%, 第二、三年折旧率相同. 在第三年末它折旧后的价值是 20 元, 求该商品第二、三年折旧率为_____.

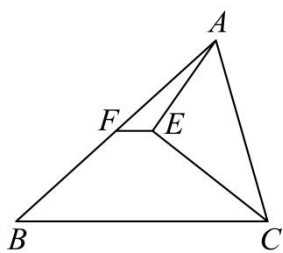
14. 如果 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 是函数 $f(x)=-x+1$ 图象上不同的两点, 那么 $(x_1-x_2)(y_1-y_2)$ 的计算结果_____. (填 “ >0 ”、“ <0 ”、“ $=0$ ” 或 “不能确定”)

15. 某博物馆有 A , B , C 三个大门, 其中 A , B 两门可进可出, C 门只进不出. 上午小海随机选择一个大门进馆, 参观结束后, 随机选择一个可出的大门出馆, 那么这次参观他在同一个大门出入的概率为_____.

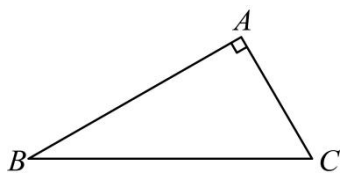
16. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, 如果将边 AB 沿着过点 A 的直线翻折后, 边 AB 恰巧落在对角线 AC 上, 折痕交边 BC 于点 E , 那么 BE 的长是_____.



17. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACE=\angle ECB$, $AE\perp EC$, F 是边 AB 的中点, $AE=3$, $EC=4$, $BC=7$, 那么 FE 的长是_____.



18. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转到 $\triangle ADE$ （点 D 与点 B 对应），且使直线 $AD \parallel BC$ ，直线 DE 交直线 BC 于点 G ，那么 $\angle EAG$ 的度数为_____.

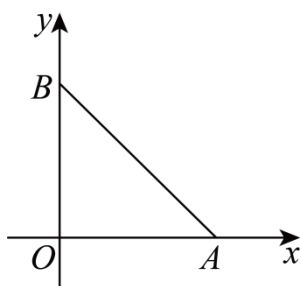


三、解答题：（本大题共 8 题，满分 66 分）【如无特别说明，本大题作答在答题纸上，须写出证明或计算的主要步骤】

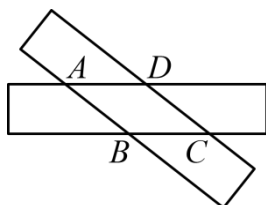
19. 解无理方程： $x - \sqrt{x-2} = 4$.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} 2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0 \text{ ①} \\ x - y = 1 \text{ ②} \end{cases}$$
.

21. 在平面直角坐标系中，已知直线 $y_1 = -x + 3$ 分别交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点（如图所示），直线 $y_2 = ax + a (a > 0)$ 交 x 轴于点 C .



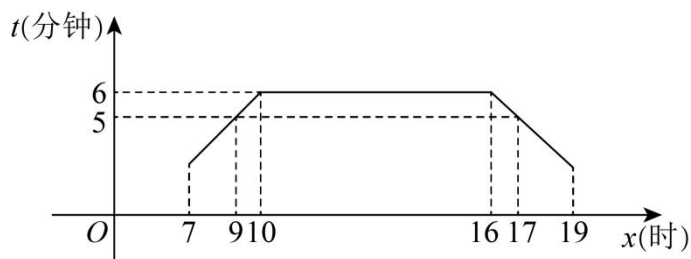
- (1) 点 A 、 B 的坐标，并求出直线 y_2 位于 x 轴上方所有点的横坐标的取值范围；
- (2) 现将直线 y_2 平移，使其经过点 B ，交 x 轴于点 D ，如果 $BD = BA$ ，求 a 的值.
22. 小王送外卖比送快递每单多赚 2 元钱. 某段时间内，他送快递赚了 1200 元，送外卖赚了 1500 元. 已知快递比外卖多送了 100 单，求送快递每单赚多少钱？
23. 操作 现有两张完全相同的长方形纸条，它们的长为 25 厘米，宽为 5 厘米，将其交叠摆放（如图所示），使它们对角线的交点重合. 现固定其中一张纸片，将另一张纸片绕对角线交点旋转一定角度，使它们的重叠部分始终形成四边形 $ABCD$.



(1) 重叠部分四边形 $ABCD$ 是什么形状的四边形？请说明理由，

(2) 重叠部分图形的最小面积和最大面积分别是多少？请直接填写：最小面积_____ cm^2 ，最大面积_____ cm^2 。

24. 从火车站至人民广场，地铁列车在非高峰时段（10~16时），相邻班次之间的间隔时间均为6分钟；高峰时段（7~10时和16~19时），相邻班次间隔时间 t （分钟）随时刻 x （时）变化而变化，分别可以近似看成是 t 关于 x 的一次函数关系，已知每天9时和17时的地铁相邻班次间隔时间都是5分钟（图像如图所示），



(1) 请分别将每天7~19时三个时段，相邻班次的间隔时间 t （分钟）关于某一时刻 x （时）的函数解析式填入表内。

时段	峰段	t （分钟）关于 x （时）的函数解析式
7~10时	高峰段	
10~16时	非高峰段	
16~19时	高峰段	

(2) 游客从火车站赴人民广场附近某商场，可选择先乘地铁7分钟至人民广场站，假设地铁平均候车时间

为相邻班次间隔时间的一半 (即 $\frac{t}{2}$), 然后再步行 10 分钟到达商场; 游客也可选择乘出租车直接到达商场, 高峰时段用时 19 分钟, 非高峰时段用时 14 分钟. 如果游客在上午 7~12 时之间到达火车站 (火车站到地铁站或出租点时间忽略不计), 为了尽快抵达商场, 请为游客选择出行方案, 并分析说明理由.

25. 平行四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别在 AD 、 BC 上, 连接 AF 、 BE 交于点 G , 连接 CE 、 DF 交于点 H , 四边形 $EGFH$ 是矩形.

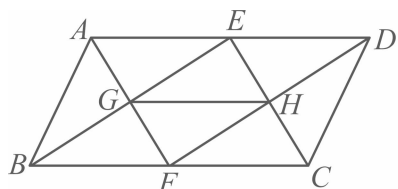


图1

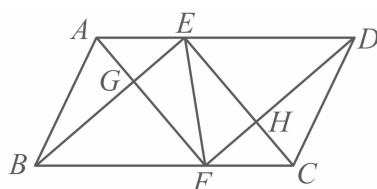


图2

(1) 如图 1, 连接 GH , 如果 $GH \parallel AD$, 求证: ① $AE = ED$; ② $AD = 2AB$;

(2) 如图 2, 若 $AE = CF = a$, $BF = DE = b$, 且 $a < b$, 又 $EF = AB$, 用含 a 、 b 的代数式表示 AB 的长. 请直接写出结果: $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

26. 如图 1, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD < BC$, 且 $AB = AD$, $\angle B = 2\angle ACB$.

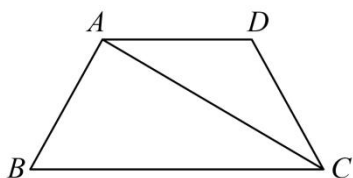


图1

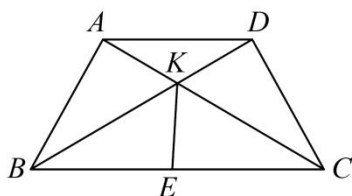


图2

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形;

(2) 如图 2, 设 AC 、 BD 相交于点 K , 点 E 在 BC 上, $BE = AD$, 联结 KE , 求证: $\angle CDK + \angle CEK = 180^\circ$;

(3) 如果 $AB = 1$, $AC = x$, $BC = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域.