

静安区 2023 学年第二学期期末教学质量调研

八年级数学试卷

2024.06

(完成时间: 100 分钟, 满分: 120 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 26 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
2. 除第一、二大题外, 其余各题无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 满分 18 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列事件中, 是必然事件的是 ()

- | | |
|----------------------|---------------------------------|
| A. 购买一张彩票, 中奖 | B. 射击运动员射击一次, 命中靶心 |
| C. 经过有交通信号灯的路口, 遇到红灯 | D. 任意画一个凸多边形, 其外角和是 360° |

2. 一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象不经过 ()

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| A. 第一象限 | B. 第二象限 | C. 第三象限 | D. 第四象限 |
|---------|---------|---------|---------|

3. 下列方程有实数根的是 ()

- | | | | |
|-----------------------|------------------|--------------------------|------------------------------------|
| A. $x^2 + 2x - 1 = 0$ | B. $x^4 + 2 = 0$ | C. $\sqrt{x^2 - 2} = -1$ | D. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ |
|-----------------------|------------------|--------------------------|------------------------------------|

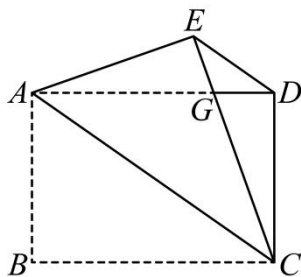
4. 下列说法中, 正确的是 ()

- | | |
|--------------|-----------------|
| A. 平行向量的方向相同 | B. 方向相反的向量是相反向量 |
| C. 平行向量的方向相反 | D. 方向相反的向量是平行向量 |

5. 已知四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$, 如果只添加一个条件, 即可判定该四边形是正方形, 那么所添加的这个条件可以是 ()

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|---------------------|
| A. $AB = CD$ | B. $AC = BD$ | C. $AB = AD$ | D. AC 与 BD 互相平分 |
|--------------|--------------|--------------|---------------------|

6. 把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 点 B 的对应点为点 E , 边 EC 交边 AD 于点 G , 连接 ED (如图所示), 当 $BC = \sqrt{2}AB$ 时, 下列结论中, 不正确的是 ()



- A. $\triangle AEG \cong \triangle CDG$ B. $ED \parallel AC$ C. $AG = 3GD$ D. $S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle AEG}$

二、填空题：（本大题共 12 题，满分 36 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

8. 直线 $y = x - 1$ 的截距是_____.

9. 方程 $x^3 - 8 = 0$ 的根是_____.

10. 如果关于 x 的方程 $ax = 3$ 有实数解，那么常数 a 的取值范围是_____.

11. 已知方程 $\frac{x^2 + 4}{x} - \frac{4x}{x^2 + 4} = 2$ ，如果设 $\frac{x^2 + 4}{x} = y$ ，那么原方程变形为关于 y 的整式方程是_____.

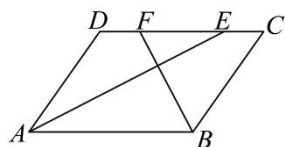
12. 化简： $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} =$ _____.

13. 一个多边形的每一个外角都等于 36° ，那么这个多边形的内角和是 _____ $^\circ$.

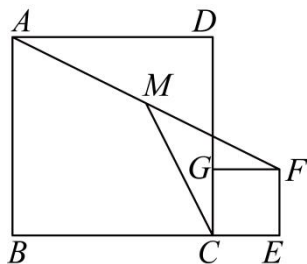
14. 从 1, 2, 3 这三个数字中任意抽取两个，其和是偶数的概率是_____.

15. 梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 4$, $AD = 2$, $CD = 5$ ，这个梯形的中位线的长度为_____.

16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle DAB$ ，交边 DC 于点 E , BF 平分 $\angle ABC$ ，交边 DC 于点 F ，如果 $BC = 3$, $EF = 2$ ，那么 $DC =$ _____.



17. 如图，正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 中， B 、 C 、 E 三点共线，点 G 在 CD 上， $BC = 3$ ， $CE = 1$ ， M 是 AF 的中点，那么 CM 的长是_____.



18. 如果一个函数图像上存在横、纵坐标相等的点，那么称这个点为这个函数图像的“等值点”，比如：点 $(-1, -1)$ 是函数 $y = 2x + 1$ 图像上的“等值点”. 已知点 $A(1, 0)$, 点 B 是函数 $y = -x + 2$ 图像上的“等值点”，点 C 是函数 $y = 2x - 10$ 图像上的“等值点”，如果四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，那么点 D 的坐标是_____.

三、解答题：（本大题共 8 题，满分 66 分）【如无特别说明，本大题作答在答题纸上，须写出证明或计算的主要步骤】

19. 解方程： $3 - \sqrt{2x - 3} = x$

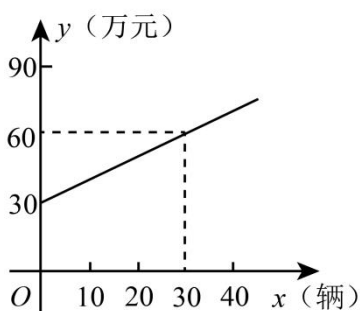
20. 解方程组：
$$\begin{cases} x + y = 6, \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0. \end{cases}$$

21. 已知一次函数 $y = \frac{2}{3}x + 6$ ，完成下列问题：

(1) 求在这个函数图像上且位于 x 轴上方的所有点的横坐标的取值范围；

(2) 求经过点 $(-2, -4)$ ，且平行于直线 $y = \frac{2}{3}x + 6$ 的一次函数的解析式.

22. 某汽车销售店根据过去几个月的销售记录，得到了每月的销售成本 y （万元）与销售车辆 x （辆）之间的关系如图所示.



(1) 求 y 关于 x 的函数解析式；（不写定义域）

(2) 如果该店每月的销售收入 w （万元）与销售车辆 x （辆）之间恰好成正比例关系，且当月销售 10 辆汽车时，销售收入与销售成本相等.

①求 w 关于 x 的函数解析式；（不写定义域）

②如果汽车销售店想要每月的净利润不少于 13 万元，那么该店每月应至少销售多少辆车？（净利润=销售收入-销售成本）

23. 某工厂接到制作 2000 件物理实验模型的加工订单，为了尽快完成任务，工厂对原加工计划进行了调整，经测算，如果平均每天比原计划多加工 20 件，那么能提早 5 天完成任务.

(1) 求工厂原计划每天加工物理实验模型的件数；

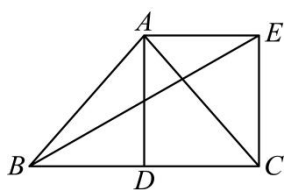
(2) 在生产模型的过程中，检验员会在一段时间内先后对多个批次的模型合格情况进行抽查，目的是估计产品的报废率，及时调整生产数量与进度，满足客户需求.

下表是检验员对该物理实验模型产品抽查过程中的数据统计：

抽取模型数累计 m (件)	50	100	150	200	250	300	400
报废模型数累计 n (件)	0	3	4	5	5	6	8
模型报废的频率 $\frac{n}{m}$ (精确到 0.001)	0	0.03	0.027	0.025	0.02	0.02	0.02

请估计这批物理实验模型成品的报废率约为_____ (精确到 0.01)；结合你的估计帮助工厂计算，至少还需生产_____件产品才能完成订单的需求.

24. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$, AD 为 BC 边上的中线，过点 A 作 $AE \parallel BC$ ，且 $AE = \frac{1}{2}BC$ ，连接 EC .



(1) 求证：四边形 $ADCE$ 是矩形；

(2) 连接 BE ，如果 $\angle CBE = 30^\circ$, $EC = \sqrt{3}$ ，求点 A 到直线 BE 的距离.

25. 问题：已知矩形的长和宽分别为 12 和 2，是否存在一个新矩形，使其周长和面积都为原矩形的一半？

在学习函数的知识后，小丽发现可利用函数知识，借助图像，成功解决这一问题. 过程如下：

第一步：建立函数模型

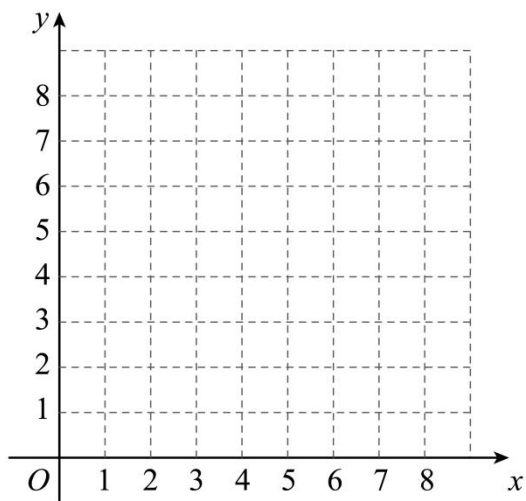
设新矩形的长和宽分别为 x 和 y ,

(1) 假如只考虑新矩形周长为原矩形周长的一半，不考虑面积，那么 y 关于 x 的函数解析式是_____①，它的定义域是_____；

(2) 假如只考虑新矩形面积为原矩形面积的一半，不考虑周长，那么 y 关于 x 的函数解析式是_____②，它的定义域是_____；

第二步：画出函数图像

(3) 在所给的直角坐标平面内画出符合题意的函数①和函数②的大致图像.



第三步：同时考虑新矩形的面积和周长都为原矩形的一半，观察图像，解决问题

- (4) 这两个函数图像在第一象限内有_____个公共点；请解释公共点的意义.
- (5) 如果存在这样的新矩形，直接写出新矩形的长和宽；如果不存在，请说明理由.

26. 在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 2\sqrt{5}$, $BC = 4$ ，直线 l 垂直平分 AB ，交 AB 于点 O ，点 D 、 E 在直线 l 上，且点 D 与点 E 关于点 O 对称，连接 AD 、 DB 、 BE 、 EA 。

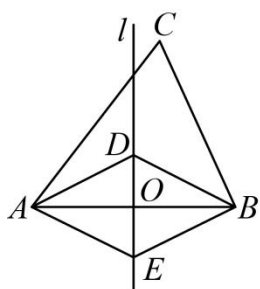


图 1

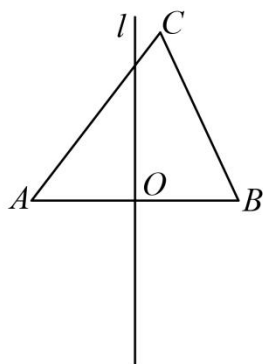
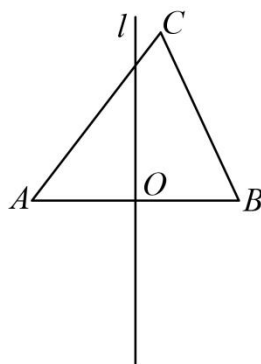


图 2



备用图

- (1) 如图 1，求证：四边形 $ADBE$ 是菱形；
- (2) 如图 1，当 AD 平分 $\angle BAC$ 时，求菱形 $ADBE$ 的周长；
- (3) 当四边形 $ADBE$ 为正方形时，请在图 2 中画出符合题意的正方形 $ADBE$ ，再连接 CD ，求 CD 的长.