

2024 学年第一学期期末考试

七年级数学试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列运算结果正确的是 ()

- A. $x^3 + x^3 = 2x^6$ B. $-x^2 - x^4 = -x^6$ C. $(2x)^3 = 8x^3$ D. $x^6 \div x^2 = x^3$

2. 使分式 $\frac{x}{2x-4}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

- A. $x = 2$ B. $x \neq 2$ C. $x = -2$ D. $x \neq 0$

3. 下列变形属于因式分解的是 ()

- A. $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$ B. $(-2x+3y)(2x+3y) = -4x^2 + 9y^2$
C. $a^2 - 2a + 1 = a(a-2) + 1$ D. $3x^2y - xy = xy(3x-1)$

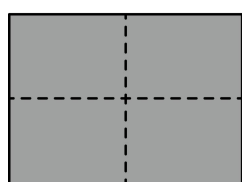
4. 下列说法中正确的是 ()

- A. 对应线段的夹角等于旋转角
B. 图形上的每一个点到旋转中心的距离都相等
C. 平移的对应点之间的距离是一样的, 并且对应点的连线一定平行
D. 经过平移和旋转后的图形的形状和大小是不变的

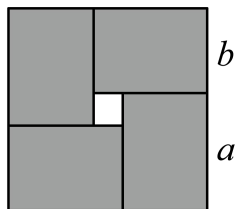
5. 已知 $a = 81^{31}$, $b = 27^{41}$, $c = 9^{61}$, 则下列关系中正确的是 ()

- A. $b > c > a$ B. $a > c > b$ C. $a > b > c$ D. $a < b < c$

6. 图 (1) 是一个长为 $2a$, 宽为 $2b$ ($a > b$) 的长方形, 用剪刀沿图中虚线 (对称轴) 剪开, 把它分成四块形状和大小完全相同的小长方形, 然后按图 (2) 那样拼成一个正方形, 则中间空余的部分的面积是 ()



(1)



(2)

- A. ab B. $(a+b)^2$ C. $(a-b)^2$ D. $a^2 - b^2$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 计算: $-x^2 \cdot (-x^2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 计算: $\frac{1}{3x} + \frac{5}{6x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

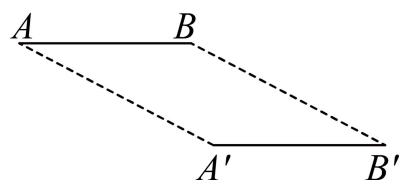
9. 因式分解: $xm + xn + ym + yn = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 分式 $\frac{y}{a(x-y)^2}$ 和 $\frac{1}{(x+y)(x-y)}$ 的最简公分母是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 计算: $ab(a^{-2} + b^{-2}) = \underline{\hspace{2cm}}$. (结果用不含有负整数指数幂的形式表示)

12. 分式方程 $\frac{3}{x-3} = \frac{1}{x}$ 的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图所示, 线段 AB 经过平移后得到线段 $A'B'$, $AB = 3\text{cm}$, $AA' = 4\text{cm}$, 那么线段 AB 沿 $\underline{\hspace{2cm}}$ 方向平移了 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.



14. 若 $4x^2 + kx + 1$ 是一个完全平方式, 则 k 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

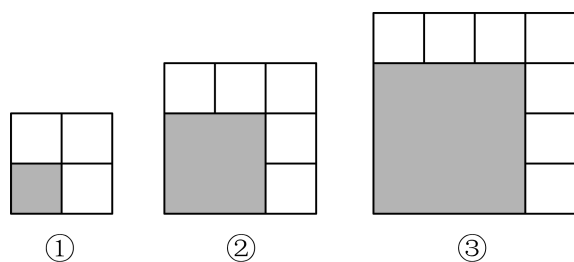
15. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x+a}{x-1} = 1$ 有增根, 则 a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. x 克盐溶解在 a 克水中, 取这种盐水 m 克, 其中含盐 $\underline{\hspace{2cm}}$ 克.

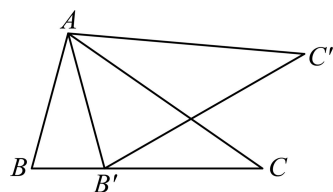
17. 探索规律, 并回答问题: 观察下面各图形, 我们会发现: 图①空白部分小正方形的个数是 $2^2 - 1^2 = 2 + 1$;

图②空白部分小正方形的个数是 $3^2 - 2^2 = 3 + 2$; 图③空白部分小正方形的个数是 $4^2 - 3^2 = 4 + 3$; 像这样

继续排列下去, 可以用含有字母 n 的代数式表示为: $\underline{\hspace{2cm}}$. (其中 n 为正整数)



18. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 30° 得到 $\triangle AB'C'$, 且 B' 恰好落在边 BC 上, 已知 $\angle BAC = 70^\circ$, 则 $\angle C' = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题：(本大题共 9 题，第 19-25 题每题 6 分，26、27 每题 7 分，第 28 题 8 分，满分 64 分)

19. 计算： $(9a^3b - 6a^2b^2 + 3ab) \div 3ab + 3ab$

20. 计算： $(-x + 2y)(-x - 2y) - x(x - y)$

21. 计算： $(\frac{b}{2ax})^2 \div (-\frac{ax}{3b}) \times \frac{8a}{b^3}$.

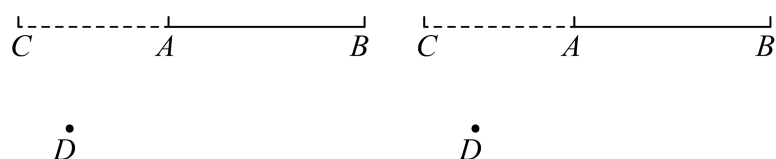
22. 因式分解： $-a^2 - 5b^2 + 6ab$

23. 因式分解： $(m^2 - 6)^2 - 6(m^2 - 6) + 9$

24. 解方程： $1 - \frac{x}{1-x} = \frac{1}{x-1}$

25. 先化简，在求值： $\frac{a^2 - 4a - 5}{a^2 - 5a} \div (a^2 + a)$ ，其中 $a = -\frac{1}{3}$.

26. 线段 AB ， AC ，点 A ，点 D 与点 B 如图所示 (A ， B ， C 三点共线). 其中 $AB = a$ ， $AC = b$ ，点 A 与点 D 之间的距离 $AD = c$ ，点 B 与点 D 之间的距离为 $BD = d$.



(备用图)

(1) 以点 C 为旋转中心将线段 AB 逆时针旋转 90° ，那么线段扫过的面积如何表示？

(2) 以点 D 为旋转中心将线段 AB 逆时针旋转 90° ，那么线段扫过的面积如何表示？

当 $c = 1$ ， $d = \frac{5}{2}$ 时，扫过的面积是多少？(结果保留 π)

27. 2024 年 4 月第七批上海市非物质文化遗产代表性项目名录发布，青浦有 2 个非遗项目入选，其中一项是“水印版画”。为宣传非遗文化，学校开设了“水印版画”社团，计划采购 A 、 B 两种套装的工具，已知某商店 A 种套装的工具的标价比 B 种套装的工具的标价高 30%，如果用 1300 元购买 A 种套装的数量比用 3000 元购买 B 种套装的数量少 20 套，那么 A 种、 B 种套装的标价分别为多少元？

28. 【问题提出】唐朝诗人李欣的诗《古从军行》开头两句话说：“白日登山望烽火，黄昏饮马傍交河。”诗中隐含着一个有趣的数学问题. 如图所示，诗中将军在观望烽火之后从山脚下的 A 点出发，走到河边饮马后再到 B 点宿营. 请问怎样走才能使总的路程最短？大数学家海伦曾用轴对称的方法巧妙的解决了这个问题.

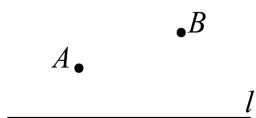


图1

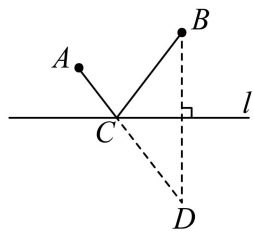


图2

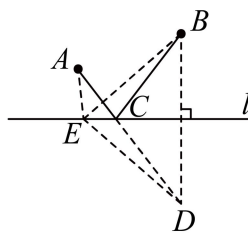


图3

【解决问题】如图 2，作 B 关于直线 l 的对称点 D ，连接 AD 与直线 l 交于点 C ，点 C 就是所求的位置.

证明过程如下：如图 3，在直线 l 上另取任一点 E ，连接 AE ， BE ， DE ，

因为直线 l 是点 B ， D 的对称轴，点 C ， E 在直线 l 上，

所以 $CB = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $BE = \underline{\hspace{2cm}}$.

所以 $AC + CB = AC + CD = \underline{\hspace{2cm}}$.

因为在 $\triangle ADE$ 中， $AD < AE + DE$ （三角形的两边之和大于第三边）

所以 $AC + CB < AE + DE$ ，即 $AC + CB$ 最小.

本问题实际上是利用了轴对称变换的思想，把 A ， B 在直线同侧的问题转化为在直线的两侧，从而可利用

“两点之间线段最短”，即“三角形两边之和大于第三边”的问题加以解决（其中 C 在 AD 与直线 l 的交点上，即 A ， C ， B 三点共线），本问题可归纳为“求定直线上一动点与直线外两定点的距离和的最小值”的问题的数学模型.

【拓展延伸】如图所示，点 M 是锐角 AOB 内部的一点. 请你在边 OA 和边 OB 上分别找到点 P ， Q ，使得 $\triangle MPQ$ 的周长最小.

