

2025 学年第一学期期中考试七年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题 (本题共有 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $a^5 + a^5 = 2a^5$

C. $(-a^2)^3 = a^6$

D. $(-ab^2)^5 = a^5b^{10}$

2. 下列各组单项式是同类项的是 ()

A. x 与 y

B. $6a^2b$ 与 $3b^2a$

C. $\frac{3}{4}x^2y^3z^4$ 与 $y^3z^4x^2$

D. $5t$ 与 7

3. 下列各式中, 能用平方差公式计算的是 ()

A. $(-a-2b)(a+2b)$

B. $(-a-2b)(-a-2b)$

C. $(a-2b)(-a+2b)$

D. $(-2b+a)(a+2b)$

4. 下列从左边到右边的变形, 属于因式分解的是 ()

A. $6a^2b^2 = 3ab \cdot 2ab$

B. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

C. $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$

D. $x^2 - x - 4 = x(x-1) - 2$

5. 如果当 $x=3$ 时, $px^3 + qx + 1 = 888$, 那么当 $x=-3$ 时, $px^3 + qx + 1$ 的值是 ()

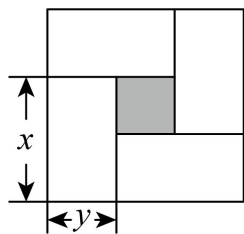
A. -888

B. -887

C. -886

D. -889

6. 如图, 用 4 个相同的矩形与 1 个小正方形镶嵌成的正方形图案, 已知这个正方形图案的面积为 49, 小正方形的面积为 9, 我们用 x 、 y 表示小矩形的两边长 ($x > y$). 请观察图案, 指出以下关系式中不正确的个数有 ()



① $x+y=7$; ② $x-y=3$; ③ $xy=10$; ④ $x^2+y^2=29$; ⑤ $x^2-y^2=21$.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 计算: $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 在横线上填入适当的整式: $(a+2)(\underline{\hspace{2cm}}) = -a^2 - 4a - 4.$

9. 将整式 $3qr - r^2 + \frac{4}{7}q^2r^3 - 13$ 按 r 升幂排列: $\underline{\hspace{2cm}}.$

10. 计算: $\left(-\frac{1}{2}\right)^{2005} \times 2^{2004} = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 计算: $(x-y)^3[(y-x)^4]^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 因式分解 $2(x-y) - 3(y-x)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 已知二次三项式 $2x^2 - mx + 3$ 的一个因式是 $x+3$, 则常数 $m = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 已知关于 x 的整式 $(3x+m)$ 与 $(x-3)$ 的乘积中不含 x 的一次项, 则 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

15. 已知 $a^2 - 3a + 1 = 0$, 则 $a^2 + \frac{1}{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 请写出一个整式, 使其同时满足以下条件: ①该整式中只含有字母 x ; ②该整式的次数为 5, 项数为 3; ③该整式不含二次项: $\underline{\hspace{4cm}}.$

17. 已知 $A = 2x^2 + 4y^2 - 3xy - y + 6$, $B = x^2 - 3xy + 2y^2 + 2x + 3y$, 则 $A \underline{\hspace{1cm}} B$. (填 “>” “<” 或 “=”)

18. 如图所示的“杨辉三角”告诉了我们二项式乘方展开式的系数规律, 如: 第三行的三个数(1,2,1), 恰好对应 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 展开式中各项的系数; 第四行的四个数恰好对应

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 的系数, 根据数表中前四行的数字所反映的规律计算:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^5 - 5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 + 10 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 10 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 5 \times \frac{1}{3} - 1 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

1		
1	1	
1	2	1
1	3	3
1	3	1

..... $(a+b)^1$

..... $(a+b)^2$

..... $(a+b)^3$

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

19. 计算: $(-3x)^2 \cdot x^2 + (-x)^3 \cdot x + (-x)^4$

20. 计算: $xy\left(\frac{3}{4}x^3y - 6x^2y^3 + 3xy^4\right) \div (-3xy)^2$

21. 利用乘法公式计算: $20^2 - 19\frac{3}{4} \times 20\frac{1}{4}$

22. 因式分解: $x^3 + 5x^2y - 24xy^2$

23. 因式分解: $9x^2 - y^2 + 2y - 1$

24. 因式分解: $(x^2 - 4x)^2 + 7(x^2 - 4x) + 12$

四、解答题 (本大题共 3 题, 每题 6 分, 满分 18 分)

25. 先化简, 再求值: $\left[(x+2y)^2 - (x+y)(3x-y) - 5y^2\right] \div 2x$, 其中 $x = -2$, $y = \frac{1}{2}$

26. (1) 已知 $2^m = 3$, $2^n = 5$, 求 2^{3m+2n} 值;

(2) 已知 $2x - 5y - 4 = 0$, x 、 y 为正整数, 求 $4^x \div 32^y$ 值.

27. 如图 1 是一个长方形窗户 $ABCD$, 它是由上下两个长方形 (长方形 $AEFD$ 和长方形 $EBCF$) 的小窗户组成, 在这两个小窗户上各安装了一个可以朝一个方向水平方向拉伸的遮阳帘, 这两个遮阳帘的高度分别是 a 和 $2b$ (即 $DF = a$, $BE = 2b$), 且 $b > a > 0$. 当遮阳帘没有拉伸时 (如图 1), 窗户的透光面积就是整个长方形窗户 (长方形 $ABCD$) 的面积.

如图 2, 上面窗户的遮阳帘水平方向向左拉伸 $2a$ 至 GH . 当下面窗户的遮阳帘水平方向向右拉伸 $2b$ 时, 恰好与 GH 在同一直线上 (即点 G 、 H 、 P 在同一直线上).

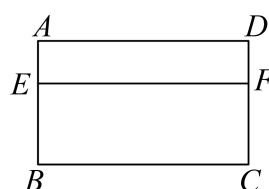


图1

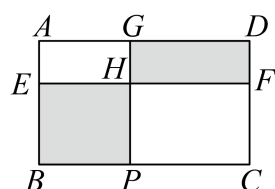


图2

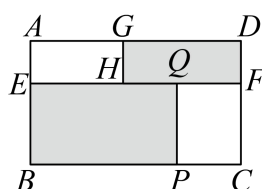


图3

(1) 求长方形窗户 $ABCD$ 的总面积; (用含 a 、 b 的代数式表示)

(2) 如图 3, 如果上面窗户的遮阳帘保持不动, 将下面窗户的遮阳帘继续水平方向向右拉伸 b 至 PQ 时, 求此时窗户透光的面积 (即图中空白部分的面积) 为多少? (用含 a 、 b 的代数式表示)

五、综合题 (本大题共 1 题, 满分 10 分)

28. 【阅读材料】“数形结合”是一种非常重要的数学思想方法. 比如: 在学习“整式的乘法”时, 我们通过构造几何图形, 用“等积法”直观地推导了完全平方公式: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (如图 1). 利用“数形结合”的思想方法, 可以从代数角度解决图形问题, 也可以用图形关系解决代数问题.

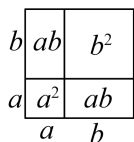


图 1

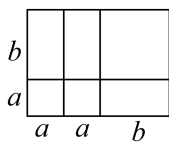


图 2

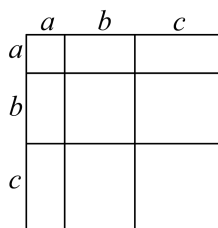


图 3

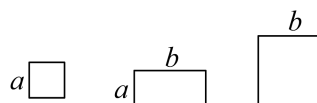


图 4

【方法应用】根据以上材料提供的方法，完成下列问题：

- (1) 由图 2 可得等式：_____；由图 3 可得等式：_____；
- (2) 利用图 3 得到的结论，解决问题：若 $a+b+c=15$ ， $ab+ac+bc=35$ ，求 $a^2+b^2+c^2$ 的值；
- (3) 如图 4，若用其中 x 张边长为 a 的正方形， y 张边长为 b 的正方形， z 张边长分别为 a 、 b 的长方形纸片拼出一个面积为 $(3a+b)(2a+3b)$ 长方形（无空隙、无重叠地拼接），则 $x+2y+3z=_____$ ；
- (4) 如图 4，若有 3 张边长为 a 的正方形纸片，4 张边长分别为 a 、 b 的长方形纸片，5 张边长为 b 的正方形纸片。从中取出若干张纸片，每种纸片至少取一张。把取出的这些纸片拼成一个正方形（无空隙、无重叠地拼接），则拼成的正方形的边长最长可以为_____。
- (5) 已知正数 a 、 b 、 c 和 m 、 n 、 l ，满足 $a+m=b+n=c+l=k$ 。试通过构造边长为 k 的正方形，利用图形面积来说明 $al+bm+cn < k^2$ 。