

2024 学年第二学期初二年级学业质量调研

数学学科

一、选择题:

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列方程是二项方程的是 ()

- A. $2x^2 = 0$ B. $x^4 + x = 0$ C. $\frac{1}{3}x^3 + 8 = x$ D. $y^5 = 9$

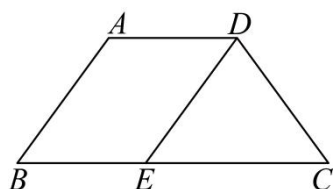
2. 下列函数中， y 的值随 x 的增大而减小的是 ()

- A. $y = -x$ B. $y = 2x + 1$ C. $y = 2$ D. $y = \frac{2}{x}$

3. 下列事件中，不是确定事件的是 ()

- A. 蜡烛在没有氧气的瓶中燃烧
B. 打开电视，正在播报新闻
C. 抛掷两枚正方体骰子，点数之和等于 13
D. 10 只鸟关在 3 个笼子里，至少有一个笼子关的鸟超过 3 只

4. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ， $AB \parallel DE$ ，下列结论中正确的是 ()



- A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{DC}$ 是相等向量 B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE} = 0$
C. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 是相反向量 D. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{CE}$ 是平行向量

5. 尺规作图：已知 $\angle MON$ ($0^\circ < \angle MON < 180^\circ$) 具体步骤如下：①在射线 OM 、 ON 上分别截取 OA 、 OB ，使 $OA = OB$ ；②分别以点 A 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的同一长度为半径作弧，两弧交于 $\angle MON$ 内的一点 P ，作射线 OP ；③以点 A 为圆心， OA 为半径作弧，交射线 OP 于点 C ，联结 AC 、 CB 。那么所作的四边形 $AOBC$ 一定是 ()

- A. 菱形 B. 矩形 C. 正方形 D. 等腰梯形

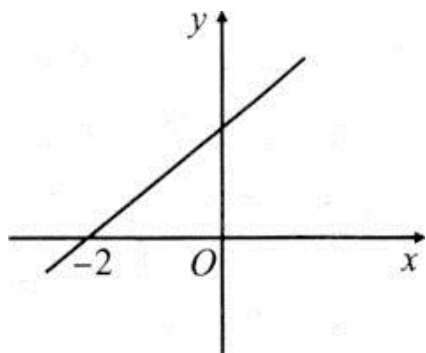
6. 已知四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AC = BD$ ，下列判断中的正确的是 ()

- A. 如果 $BC = AD$ ，那么四边形 $ABCD$ 是等腰梯形

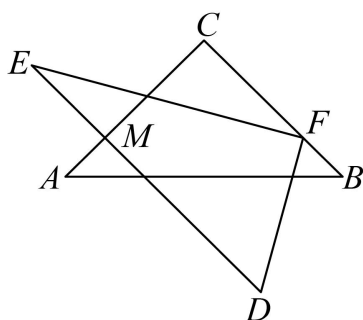
- B. 如果 $AD \parallel BC$ ，那么四边形 $ABCD$ 是菱形
C. 如果 AC 平分 BD ，那么四边形 $ABCD$ 是矩形
D. 如果 $AC \perp BD$ ，那么四边形 $ABCD$ 是正方形

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

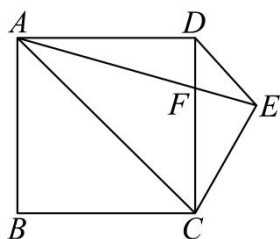
7. 已知 $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$ ，如果 $f(a) = 4$ ，则实数 a 的值是_____.
8. 用换元法解方程 $\frac{3x}{x-2} - \frac{2x-4}{x} + 3 = 0$ 时，如果设 $\frac{x}{x-2} = y$ ，那么将原方程变形后所得的一元二次方程是_____.
9. 无理方程 $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1-x}$ 的解是_____.
10. 已知一次函数 $y = (1-3m)x + (2m-1)$ 的图像经过第二、三、四象限，那么 m 的取值范围是_____.
11. 如果一个多边形的每个内角为 160° ，那么它的边数为_____.
12. 袋子里有若干个除了颜色不同其它完全相同的白球和绿球，小杰从袋中随机摸出一个球，要使摸出绿球的概率为 $\frac{3}{5}$ ，那么最少要在袋中放_____个绿球.
13. 顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是_____.
14. 如图，直线 $y = kx + b$ 与 x 轴交于点 $(-2, 0)$ ，则 $y > 0$ 时， x 的取值范围是_____.



15. 定义：在平面直角坐标系 xOy 中，距离为 1 的两条直线叫做“互为伴随线”. 如果直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = x$ 互为伴随线，那么直线 $y = kx + b$ 的函数解析式为_____.
16. 三角尺是学习数学的工具，三角尺一般是每套两把，其中一把是两个底角都是 45° 的等腰直角三角尺，另一把是有一个内角为 30° 的三十度直角三角尺，且等腰直角三角尺的斜边与三十度直角三角尺较长的直角边等长. 如图放置三十度直角三角尺 ($\triangle DEF$)，使得直角顶点 F 落在等腰直角三角尺 ($\triangle ABC$) 的腰 BC 上，斜边 DE 与腰 AC 垂直，垂足为点 M . 当 $AB = EF = 8$ 时，线段 AM 的长为_____.



17. 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $DE \parallel AC$, $AE = AC$, 那么 $\angle DCE$ 的度数为_____.



18. 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB < BC$. 点 M 、 N 分别在边 AD 、 BC 上, 沿直线 MN 将四边形 $DMNC$ 翻折, 点 C 恰好与点 A 重合. 如果此时在原图中 CDM 与 $\triangle MNC$ 的面积比是 $1:3$, 那么 $\frac{MN}{DM}$ 的值等于_____.



三、计算题 (本大题共 7 题, 满分 64 分)

19. 解关于 x 的方程: $ax^2 + 1 = 2$ ($a \neq 0$).

20. 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

21. 上海教育出版社八年级第二学期《数学课本》第 118 页阅读材料.

例题 1 已知: 四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , $AO = OC$, $DO = OB$.

求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

证明: 作向量 $\overrightarrow{AO}$ 、 $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{DO}$ 、 $\overrightarrow{OB}$.

$\because AO = OC$, $DO = OB$,

又 $\because \overrightarrow{AO}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 同向, $\overrightarrow{DO}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 同向,

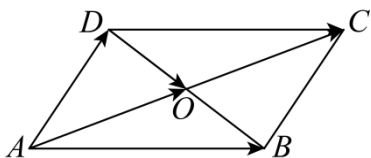
$$\therefore \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}, \quad \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}.$$

$$\therefore \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}.$$

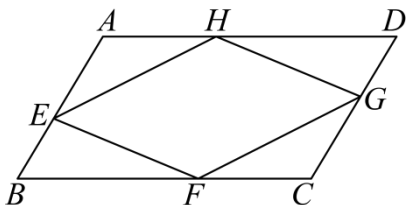
即: $AB \parallel DC$, 且 $AB = DC$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



仔细阅读以上内容, 请采用**向量的方法**补完下题的证明.

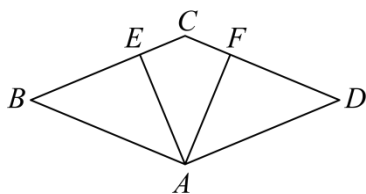
已知: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别在边 AB 、 BC 、 CD 、 AD 上, 且 $AH = FC$, $EA = CG$. 求证: 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.



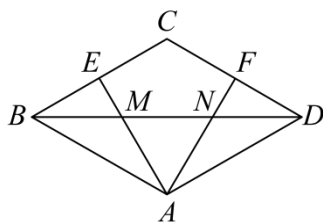
22. 第 24 届国际数学家大会会标是根据中国古代数学家赵爽的弦图设计的, 颜色的明暗使它看上去像一个风车, 代表中国人民热情好客. 如图, 会标是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形. 如果大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1, 那么直角三角形的两条直角边长分别是多少?



23. 已知: 在菱形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$, $AF \perp CD$, 垂足为 E 、 F .



图①

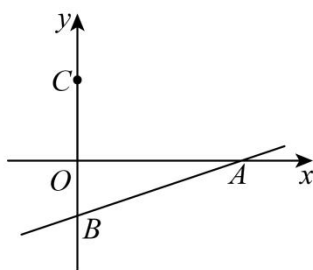
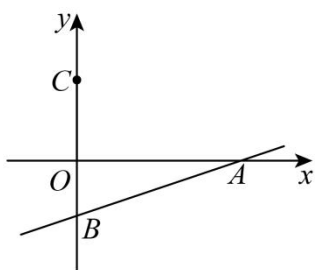


图②

(1) 如图①, 如果 $\angle BAE = \angle EAF$, 求证: $AE = BE$;

(2) 如图②, 如果对角线 BD 与 AE 、 AF 交于点 M 、 N , 且 $BM = MN$, 求证: $\angle EAF = 2\angle BAE$.

24. 已知, 一次函数 $y = \frac{1}{3}x + b$ 的图像与 x 轴相交于点 $A(6, 0)$, 与 y 轴相交于点 B , 点 C 在 y 轴的正半轴上, $BC = 5$.



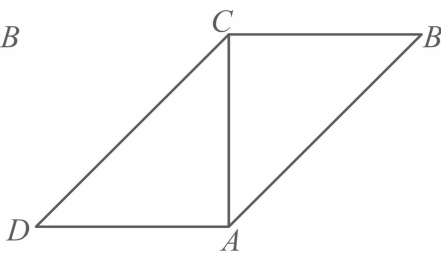
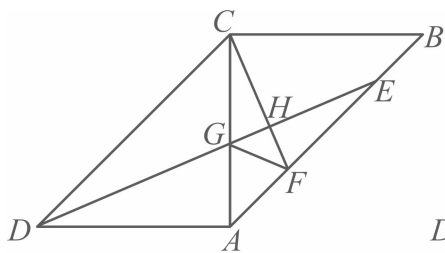
(备用图)

(1) 求一次函数的解析式及点 B 与点 C 的坐标;

(2) 如果四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, 请直接写出点 D 的坐标;

(3) 将直线 AB 绕着点 B 逆时针旋转 45° 后与 x 轴交于点 P , 求点 P 坐标.

25. 已知, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD \perp AC$, $AD = AC$, 点 E 在射线 BA 上, 直线 DE 与直线 AC 交于点 G , $CH \perp DE$ 于 H , CH 的延长线与直线 AB 交于点 F .



(备用图)

(1) 如图, 当点 E 在线段 AB 上时,

①如果 $\angle EDA = 30^\circ$, $CG = 2$, 求 DG 的长;

②连接 FG , 求证: $DG = CF + FG$;

(2) 如果 $HG = HF$, $FG = \sqrt{2}$, 求 DG 的长.