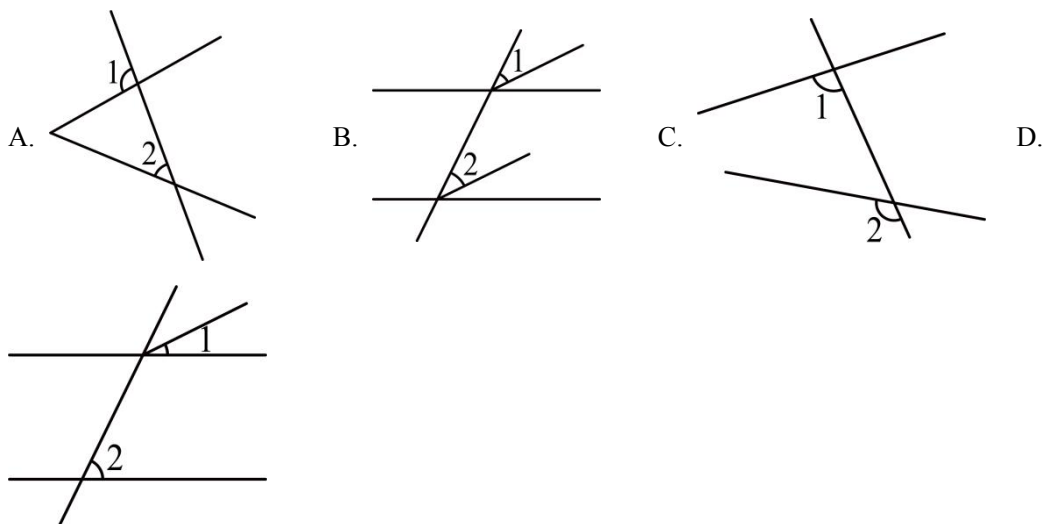


2024 学年第二学期期末考试七年级数学试卷

一、单选题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列图中 $\angle 1$, $\angle 2$ 不是同位角的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查识别同位角, 熟练掌握同位角的定义是解决本题的关键.

根据同位角的定义 (在被截线同一侧, 截线的同一方位的两个角互为同位角) 解决此题.

【详解】解: A. 由图可知, $\angle 1$, $\angle 2$ 是同位角, 故 A 不符合题意.

B. 由图可知, $\angle 1$, $\angle 2$ 是同位角, 故 B 不符合题意.

C. 由图可知, $\angle 1$, $\angle 2$ 是同位角, 故 C 不符合题意.

D. 由图可知, $\angle 1$, $\angle 2$ 不是同位角, 故 D 符合题意.

故选: D.

2. 若 $a < b$, 则下列不等式不一定正确的是 ()

- A. $\frac{1}{5}a < \frac{1}{5}b$ B. $-2a > -2b$ C. $a-5 < b-1$ D. $a+8 > b+1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了不等式的性质, 解题的关键是掌握不等式的性质, 根据不等式的性质逐项判断即可.

【详解】解: A、 $\because a < b$,

$\therefore \frac{1}{5}a < \frac{1}{5}b$, 故此选项正确, 不符合题意;

B、 $\because a < b$,

$\therefore -2a > -2b$ ，故此选项正确，不符合题意；

C、 $\because a < b$ ，

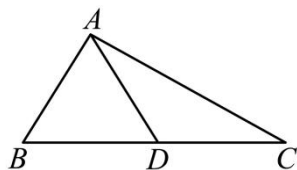
$\therefore a - 5 < b - 1$ ，故此选项正确，不符合题意；

D、 $\because a < b$ ，

$\therefore a + 8$ 不一定大于 $b + 1$ ，故此选项错误，符合题意，

故选：D.

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $AB = AD = DC$ ， $\angle B = 58^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为（ ）



A. 34°

B. 64°

C. 29°

D. 32°

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查的是等腰三角形的性质，三角形外角的性质，熟知等腰三角形的两底角相等是解答此题的关键.

先根据等腰三角形的性质求出 $\angle ADB$ 的度数，根据等腰三角形的性质和三角形外角的性质即可得出结论.

【详解】 解： $\because \triangle ABD$ 中， $AB = AD$ ， $\angle B = 58^\circ$ ，

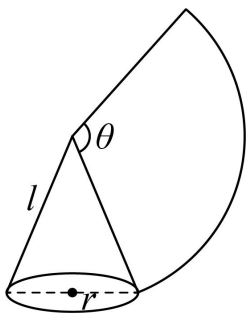
$\therefore \angle B = \angle ADB = 58^\circ$ ，

$\because AD = CD$ ，

$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle ADB = 29^\circ$.

故选：C.

4. 用一个半径为 20，圆心角为 45° 的扇形围成一个圆锥，则这个圆锥的底面半径是（ ）



A. 2.5

B. 5

C. 2.5π

D. 5π

【答案】A

【解析】

【分析】此题考查了圆锥和扇形的相关计算，掌握圆锥的底面圆周长=展开后的扇形的弧长是解题的关键.
圆锥的底面圆半径为 r ，根据圆锥的底面圆周长=展开后的扇形的弧长，列方程求解.

【详解】设圆锥的底面圆半径为 r ,

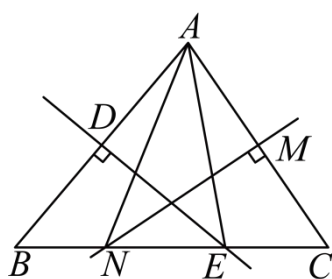
依题意，得 $2\pi r = \frac{45\pi \times 20}{180}$

解得 $r = 2.5$.

故圆锥的底面半径为 2.5.

故选 A.

5. 如图， $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线交 BC 边于点 E ， AC 的垂直平分线交 BC 边于点 N ，若 $\angle BAC = 74^\circ$ ，则 $\angle NAE$ 的度数为 ()



A. 30°

B. 32°

C. 36°

D. 37°

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了线段垂直平分线的性质，等腰三角形的判定及性质，三角形内角和定理. 由线段垂直平分线的性质及等腰三角形性质可得 $\angle BAE = \angle B$ ， $\angle CAN = \angle C$ ，从而可得 $\angle B + \angle C = 74^\circ + \angle EAN$ ，即可求解.

【详解】解： $\because AB$ 的垂直平分线交 BC 边于点 E ,

AC 的垂直平分线交 BC 边于点 N ,

$\therefore AE = BE$ ， $AN = CN$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle B$ ， $\angle CAN = \angle C$ ，

$\therefore \angle B + \angle C$

$= \angle BAE + \angle CAN$

$= \angle BAE + \angle CAE + \angle EAN$

$= \angle BAC + \angle EAN$

$= 74^\circ + \angle EAN$ ，

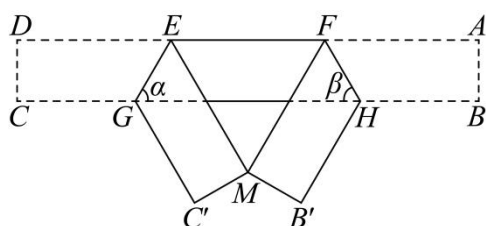
$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle BAC = 106^\circ,$$

$$\therefore 106^\circ = 74^\circ + \angle EAN,$$

$$\therefore \angle EAN = 32^\circ;$$

故选: B.

6. 如图, 现有一张长方形纸片 $ABCD$, 点 E, F 在 AD 上, 点 G, H 在 BC 上, 分别沿 EG, FH 折叠, 使点 D 和点 A 都落在点 M 处, 点 C 的对应点为点 C' . 点 B 对应点为点 B' . 若 $\angle \alpha + \angle \beta = 142^\circ$, 则 $\angle MEF + \angle MFE$ 的度数为 ()



A. 104°

B. 76°

C. 71°

D. 109°

【答案】 B

【解析】

【分析】 由平行线的性质得到 $\angle DEG = \angle \alpha$, $\angle AFH = \angle \beta$. 根据 $\angle \alpha + \angle \beta = 142^\circ$ 得到 $\angle DEG + \angle AFH = 142^\circ$, 由折叠得到 $\angle DEM = 2\angle DEG$, $\angle AFM = 2\angle AFH$. 即可由 $\angle MEF + \angle MFE = 180^\circ - \angle DEM + 180^\circ - \angle AFM = 360^\circ - 2(\angle DEG + \angle AFH)$ 得到答案.

【详解】 解: 由题意得 $AD \parallel BC$.

$$\therefore \angle DEG = \angle \alpha, \quad \angle AFH = \angle \beta.$$

$$\therefore \angle DEG + \angle AFH = \angle \alpha + \angle \beta = 142^\circ,$$

由折叠得 $\angle DEM = 2\angle DEG$, $\angle AFM = 2\angle AFH$.

$$\therefore \angle MEF + \angle MFE = 180^\circ - \angle DEM + 180^\circ - \angle AFM$$

$$= 180^\circ - 2\angle DEG + 180^\circ - 2\angle AFH$$

$$= 360^\circ - 2(\angle DEG + \angle AFH)$$

$$= 360^\circ - 2 \times 142^\circ$$

$$= 76^\circ.$$

故选: B.

【点睛】 此题考查了平行线的性质、折叠的性质、邻补角等知识点, 熟练掌握折叠的性质是解题的关键.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 写出命题“两个全等三角形的面积相等”的逆命题_____.

【答案】两个三角形面积相等则这两个三角形全等

【解析】

【分析】本题考查了命题的逆命题, 掌握逆命题的书写方法是关键.

对于两个命题, 如果一个命题的条件和结论分别是另外一个命题的结论和条件, 那么这两个命题叫做互逆命题, 确定条件和结论, 根据逆命题的书写方法即可求解.

【详解】解: “两个全等三角形的面积相等”的条件是“两个三角形全等”, 结论是“这两个三角形的面积相等”,

∴逆命题为: 两个三角形面积相等则这两个三角形全等,

故答案为: 两个三角形面积相等则这两个三角形全等.

8. 若 a 、 b 、 c 是三角形的三边长, 且满足 $|a-c|+(b-c)^2=0$, 则此三角形是_____三角形.

【答案】等边

【解析】

【分析】本题考查偶次方的非负数的性质、绝对值的非负数的性质, 根据非负数的性质求出 a 、 b 、 c 的关系, 即可判定三角形的形状.

【详解】解: $\because |a-c|+(b-c)^2=0$,

$\therefore a-c=0, b-c=0$,

$\therefore a=b=c$,

$\therefore$ 这个三角形一定是等边三角形,

故答案为: 等边.

9. 三角形的三边分别为 5, $a-2$, 9, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $6 < a < 16$

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形的三边关系, 熟练掌握三角形的两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边是解题的关键. 根据三角形的三边关系, 即可求解.

【详解】解: 根据题意得: $9-5 < a-2 < 9+5$,

即 $6 < a < 16$.

故答案为: $6 < a < 16$.

10. 一个圆柱和一个圆锥，体积之比是3:4，底面半径之比是2:5，那么这个圆柱和圆锥的高之比是_____.

【答案】 25:16

【解析】

【分析】 本题主要考查了比的应用，圆柱与圆锥的体积计算，根据题意可得这个圆柱的底面圆半径和这个圆锥的底面圆半径之比是2:5，设圆柱的底面圆半径为 $2r$ ，高为 h_1 ，圆锥底面圆半径为 $5r$ ，高为 h_2 ，根据圆柱与圆锥体积计算公式可得 $\pi h_1 (2r)^2 : \frac{1}{3} \times \pi h_2 (5r)^2 = 3:4$ ，据此求解即可.

【详解】 解： $\because$ 一个圆柱和一个圆锥的底面半径之比是2:5，

设圆柱的底面圆半径为 $2r$ ，高为 h_1 ，圆锥底面圆半径为 $5r$ ，高为 h_2 ，

$\therefore$ 圆柱和圆锥的体积之比是3:4，，

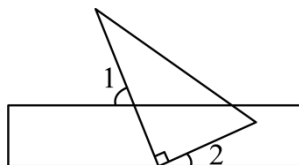
$$\therefore \pi h_1 (2r)^2 : \frac{1}{3} \times \pi h_2 (5r)^2 = 3:4,$$

$$\therefore 4h_1 : \frac{25}{3}h_2 = 3:4,$$

$$\therefore h_1 : h_2 = 25:16,$$

故答案为：25:16.

11. 如图，将一块直角三角板的直角顶点放在一个长方形纸片的一边上，那么 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____度.



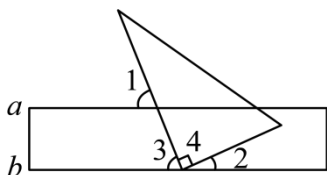
【答案】 90

【解析】

【分析】 根据 $a \parallel b$ 得到 $\angle 1 = \angle 3$ ，结合 $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，解答即可.

本题考查了平行线的性质，邻补角的定义，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

【详解】 $\because a \parallel b$ ，



$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

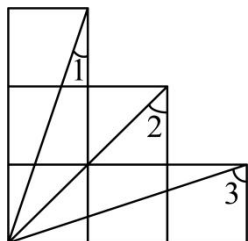
$$\therefore \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ, \quad \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

故答案为：90.

12. 如图为6个边长相等的正方形的组合图形，则 $\frac{2}{3}(\angle 1 + \angle 3) - \angle 2 =$ _____.

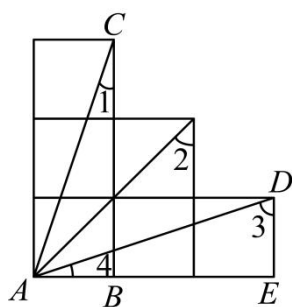


【答案】15°##15度

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，网格结构．利用“边角边”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEA$ ，根据全等三角形对应角相等可得 $\angle 1 = \angle 4$ ，然后求出 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，再判断出 $\angle 2 = 45^\circ$ ，然后计算即可得解．

【详解】解：标注字母，如图所示，



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEA$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle ABC = \angle DEA = 90^\circ, \\ BC = EA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEA (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ,$$

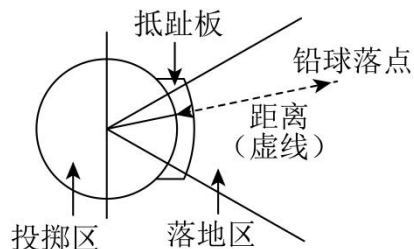
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 2 = 45^\circ,$$

$$\therefore \frac{2}{3}(\angle 1 + \angle 3) - \angle 2 = \frac{2}{3} \times 90^\circ - 45^\circ = 15^\circ.$$

故答案为：15°.

13. 学校的铅球场，由投掷区、抵趾板和落地区组成。如图所示，运动员推出的铅球着地后会留下痕迹。裁判员会按照如下步骤测量并给出成绩：①将皮尺的零刻度线拉至铅球落点；②将皮尺的另一端拉长并经过投掷区的圆心；③将皮尺拉直，读取皮尺上落在投掷区抵趾板内沿处的数值，作为运动员的成绩。确定铅球比赛成绩的数学公理是_____。



【答案】圆上的点到圆心的距离相等

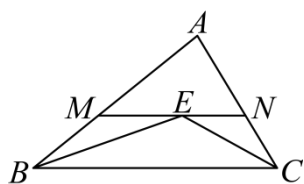
【解析】

【分析】本题考查了圆的基本概念，根据圆上的点到圆心的距离相等即可解答。

【详解】解：根据题意确定铅球比赛成绩的数学公理是：圆上的点到圆心的距离相等。

故答案为：圆上的点到圆心的距离相等。

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 E ，过点 E 作 $MN \parallel BC$ 交 AB 于 M ，交 AC 于 N ，若 $BM + CN = 7$ ，则线段 MN 的长为_____。



【答案】7

【解析】

【分析】本题考查平行线的性质，等角对等边的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键，根据角平分线的性质和平行线的性质可得 $\angle MBE = \angle EBC$ ， $\angle NEC = \angle ECB$ ，从而可得 $BM = EM$ ， $NE = NC$ ，进而得到 $MN = ME + NE = BM + CN = 7$ 。

【详解】解： $\because \angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 E ，

$\therefore \angle MBE = \angle EBC, \angle NCE = \angle ECB$ ，

$\because MN \parallel BC$ ，

$\therefore \angle MEB = \angle EBC, \angle NEC = \angle ECB$ ，

$\therefore \angle MBE = \angle MEB, \angle NCE = \angle NEC$

$$\therefore BM = EM, NE = NC,$$

$$\therefore BM + CN = 7,$$

$$\therefore MN = ME + NE = BM + CN = 7,$$

故答案为：7.

15. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x+2>1 \\ x-2m\geq 1 \end{cases}$ 有 5 个整数解，那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-3 < m \leq -\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，根据不等式组的解集求参数的取值范围，先求出不等式组的解集，再由题意可得 $-5 < 1+2m \leq -4$ ，求解即可，熟练掌握运算法则是解此题的关键.

【详解】 解： $\begin{cases} -x+2>1 \text{ ①} \\ x-2m\geq 1 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①可得： $x < 1$,

解不等式②可得： $x \geq 1+2m$,

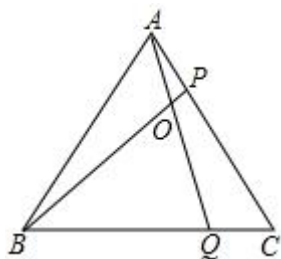
$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x+2>1 \\ x-2m\geq 1 \end{cases}$ 有 5 个整数解，

$$\therefore -5 < 1+2m \leq -4,$$

$$\text{解得： } -3 < m \leq -\frac{5}{2},$$

$$\text{故答案为： } -3 < m \leq -\frac{5}{2}.$$

16. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 的 AC , BC 边上各取一点 P , Q 使 $AP = CQ$, AQ , BP 相交于点 O , 则 $\angle BOQ =$ _____ 度.



【答案】 60°

【解析】

【分析】 根据已知条件证明 $\triangle ABP \cong \triangle CAQ$, 得到 $\angle ABP = \angle CAQ$, 再根据三角形的外角性质计算即可;

【详解】 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = CA, \angle BAP = \angle CAQ,$$

$$\text{又} \because AP = CQ,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CAQ$ 中,

$$\begin{cases} BA = AC \\ \angle BAP = \angle CAQ, \\ AP = CQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CAQ,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle CAQ,$$

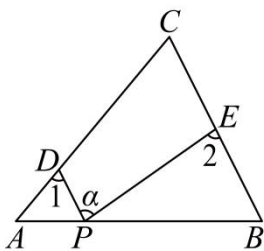
$$\therefore \angle BAO + \angle CAQ = \angle ABP + \angle BAO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOQ = \angle ABO + \angle BAO = 60^\circ;$$

故答案是 60° .

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质、等边三角形的性质、三角形外角性质, 准确计算是解题的关键.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 65^\circ$, 点 D, E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AC, BC 上的两个定点. 若点 P 在线段 AB 上运动, 当 $\angle \alpha = 60^\circ$ 时, 则 $\angle 1 + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 125° ## 125 度

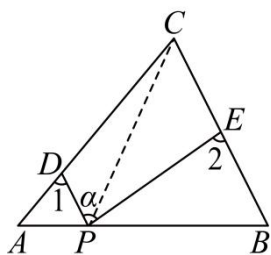
【解析】

【分析】 本题考查了三角形外角的性质, 连接 CP , 根据三角形外角的性质可得

$$\angle 1 = \angle DCP + \angle DPC, \angle 2 = \angle EPC + \angle ECP, \text{再根据}$$

$$\angle DCP + \angle ECP = \angle DCE = 65^\circ, \angle DPC + \angle EPC = \angle DPE = 60^\circ, \text{即可求解.}$$

【详解】 解: 连接 CP ,



$\because \angle 1$ 是 $\triangle DPC$ 的一个外角, $\angle 2$ 是 $\triangle EPC$ 的一个外角,

$$\therefore \angle 1 = \angle DCP + \angle DPC, \angle 2 = \angle EPC + \angle ECP,$$

$$\because \angle DCE = 65^\circ, \angle DPE = \angle \alpha = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCP + \angle ECP = \angle DCE = 65^\circ, \angle DPC + \angle EPC = \angle DPE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle DCP + \angle DPC + \angle EPC + \angle ECP = 125^\circ.$$

故答案为: 125° .

18. 将两块直角三角板 (即两个直角三角形, 其中, $\angle C = 30^\circ$, $\angle CDO = 60^\circ$; $\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$ 的直角顶点 O 按图 1 方式叠放在一起. $\triangle COD$ 绕着点 O 顺时针旋转 $\angle \alpha$ ($0^\circ < \angle \alpha < 180^\circ$), 旋转的速度为每秒 10° , 当旋转时间为 t 为_____秒, $\triangle COD$ 有一边与边 AB 平行.

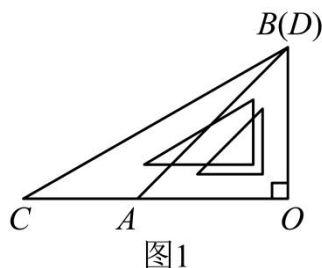


图1

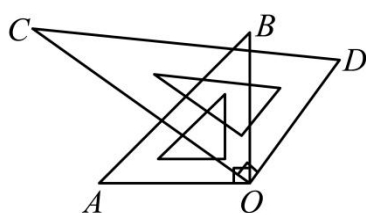


图2

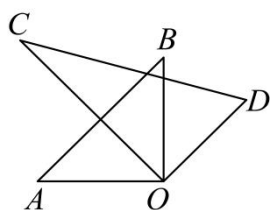
【答案】 4.5 或 13.5 或 16.5

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质, 平行线的性质, 几何中角度的计算, 理解图形的性质, 掌握平行性的性质是关键.

根据图形的旋转, 平行线的性质, 数形结合, 分类讨论即可求解.

【详解】 解: 如图所示, $OD \parallel AB$,

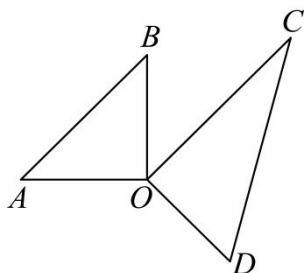


$$\therefore \angle B = \angle BOD = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle COD$ 绕着点 O 顺时针旋转，旋转的速度为每秒 10° ，

$\therefore OD$ 从 OB 顺时针旋转 45° 的时间为 $\frac{45}{10} = 4.5(\text{s})$ ；

如图所示， $OC \parallel AB$ ，

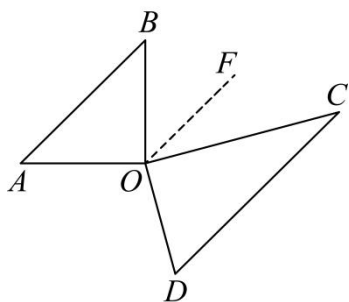


$\therefore \angle B = \angle BOC = 45^\circ$ ，

$\therefore OC$ 从 OA 顺时针旋转至图中所示位置的角度为 $\angle AOB + \angle BOC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ ，

$\therefore$ 所需时间为 $\frac{135}{10} = 13.5(\text{s})$ ；

如图所示， $CD \parallel AB$ ，过点 O 作 $OF \parallel AB$ ，



$\therefore AB \parallel OF \parallel CD$ ，

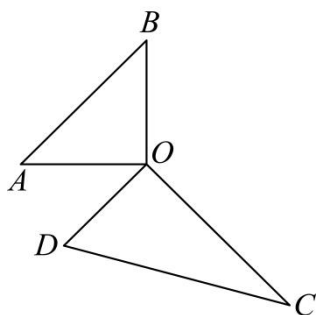
$\therefore \angle B = \angle BOF = 45^\circ, \angle C = \angle COF = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BOC = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ ，

$\therefore OC$ 从 OA 顺时针旋转至图中所示位置的角度为 $\angle AOB + \angle BOC = 90^\circ + 75^\circ = 165^\circ$ ，

$\therefore$ 所需时间为 $\frac{165}{10} = 16.5(\text{s})$ ；

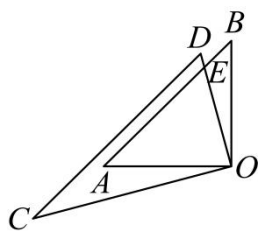
如图所示， $OD \parallel AB$ ，



$\therefore \angle A = \angle AOD = 45^\circ$ ，

$\therefore OC$ 从 OA 顺时针旋转至图中所示位置的角度为 $360^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 225^\circ > 180^\circ$, 故此种情况不符合题意, 舍去;

如图所示, $CD \parallel AB$, 设 AB, OD 交于点 E ,



$$\therefore \angle AEO = \angle D = 60^\circ = \angle B + \angle BOE,$$

$$\therefore \angle BOE = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ,$$

$$\because \angle BOE + \angle AOE = \angle AOE + \angle AOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle AOC = 15^\circ,$$

$\therefore \triangle COD$ 绕点 O 顺时针旋转至图中所示位置, 旋转的角度为 $360^\circ - 15^\circ = 345^\circ > 180^\circ$, 故此种情况不符合题意, 舍去;

综上所述, 当 $t = 4.5(\text{s})$ 或 $t = 13.5(\text{s})$ 或 $16.5(\text{s})$ 时, $\triangle COD$ 有一边与边 AB 平行,

故答案为: 4.5 或 13.5 或 16.5 .

三、解答题 (19-21 每题 6 分; 22-23 每题 7 分; 24-25 每题 8 分; 26 题 10 分, 共 58 分)

19. (1) 解不等式 $2(x-1) \leq 10(x-3) - 4$;

(2) 解不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ -\frac{1}{2}x-1 \leq 0 \end{cases}$, 并写出它的非负整数解.

【答案】

(1) $x \geq 4$

(2) 0, 1

【解析】

【分析】本题主要考查解不等式, 不等式组, 掌握不等式的性质是关键.

(1) 先去括号, 再根据不等式的性质求解即可;

(2) 根据不等式的性质分别求解, 再根据不等式组的取值方法得到解集, 结合题意即可求解.

【详解】解: (1) $2(x-1) \leq 10(x-3) - 4$,

去括号得, $2x-2 \leq 10x-30-4$,

移项得, $2x - 10x \leq -30 - 4 + 2$,

合并同类项得, $-8x \leq -32$,

系数化为 1 得, $x \geq 4$;

$$(2) \begin{cases} 2x - 1 < 3 \textcircled{1} \\ -\frac{1}{2}x - 1 \leq 0 \textcircled{2} \end{cases},$$

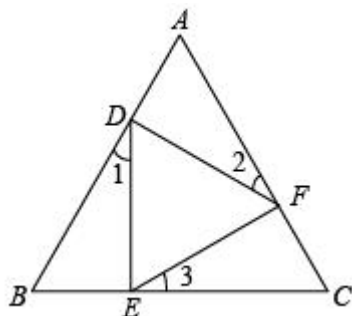
解①得, $x < 2$,

解②得, $x \geq -2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2 \leq x < 2$,

$\therefore$ 不等式组的非负整数解为: 0, 1.

20. 如图, 点 D 、 E 、 F 分别在 AB 、 BC 、 CA 上, $\triangle DEF$ 是等边三角形, 且 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, $\triangle ABC$ 是等边三角形吗? 试说明理由.



【答案】 是, 理由见解析

【解析】

【分析】 根据等边三角形的性质得到 $\angle EDF = \angle DEF = \angle DFE = 60^\circ$, 根据平角的定义得到 $\angle ADF = \angle BED = \angle CFE$, 由三角形的内角和得到 $\angle A = 180^\circ - \angle 2 - \angle ADF$, $\angle B = 180^\circ - \angle 1 - \angle BED$, $\angle C = 180^\circ - \angle 3 - \angle CFE$, 于是得到结论.

【详解】 解: $\triangle ABC$ 是等边三角形,
理由: $\because \triangle DEF$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle EDF = \angle DEF = \angle DFE = 60^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BED = \angle CFE,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle 2 - \angle ADF, \angle B = 180^\circ - \angle 1 - \angle BED, \angle C = 180^\circ - \angle 3 - \angle CFE,$$

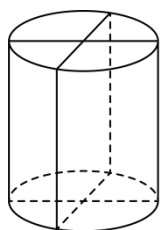
$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

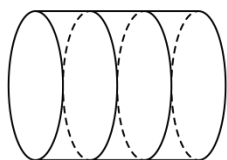
【点睛】 本题考查了等边三角形的判定和性质，三角形的内角和，平角的定义．熟练掌握等边三角形的判定和性质是解题的关键．

21. 一个圆柱形木块切成四块 (如图①)，表面积增加 72cm^2 ；切成三块 (如图②)，表面积增加 113.04cm^2 ；

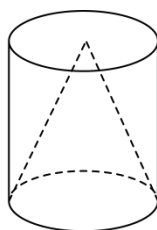
削成一个最大的圆锥 (如图③)，体积减少了多少立方厘米？ (π 取 3.14)



图①



图②



图③

【答案】 体积减少了 56.52cm^3

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱体表面积等知识，根据增加的面积求出底面圆的半径以及圆柱的高，是解答本题的关键．根据图②增加的表面积可以求出圆柱底面圆的面积，进而求出底面圆的半径，再根据图①增加的表面积可以求出圆柱的高，问题随之得解．

【详解】 解：该圆柱形木块一个底面面积 $113.04 \div 4 = 28.26 \text{ (cm}^2\text{)}$ ，

$$28.26 \div 3.14 = 9,$$

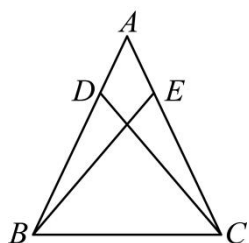
$\therefore$ 底面半径为 3cm ，直径为 6cm ，

该圆柱形木块高 $72 \div 4 \div 6 = 3 \text{ (cm)}$

$$3.14 \times 9 \times 3 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 56.52 \text{ (cm}^2\text{)}$$

答：体积减少了 56.52cm^3 ．

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D ，点 E 分别在边 AB ， AC 上，满足 $AD = AE$ ，连接 CD ， BE ．



(1) 求证： $CD = BE$ ．

(2) 若 $BC = BE$ ， $\angle ABE = 15^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数．

【答案】 (1) 见解析 (2) 50°

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理等知识.

(1) 由 SAS 证得 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 即可得出结论;

(2) 先证 $\angle ABC = \angle ACB = \angle BEC$, 推出 $\angle A = \angle CBE$, 再由 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 得出 $\angle ABE = \angle ACD = 15^\circ$, $\angle CBE = \angle DCB = \angle A$, 再由三角形内角和定理即可得出结果.

【小问 1 详解】

证明: 因为 $AB = AC$, $\angle A = \angle A$, $AE = AD$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS),

所以 $CD = BE$;

【小问 2 详解】

解: 因为 $AB = AC$,

所以 $\angle ABC = \angle ACB$,

因为 $BC = BE$,

所以 $\angle ACB = \angle BEC$,

所以 $\angle A = \angle CBE$,

因为 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$,

所以 $\angle ABE = \angle ACD = 15^\circ$, $\angle CBE = \angle DCB = \angle A$,

所以 $3\angle A + 30^\circ = 180^\circ$,

所以 $\angle A = 50^\circ$.

23. 如图 1, $\angle DAB = 90^\circ$, $CD \perp AD$ 于点 D , 点 E 是线段 AD 上的一点, 若 $DE = AB$, $DC = AE$.

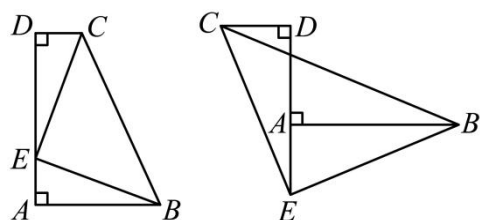


图1

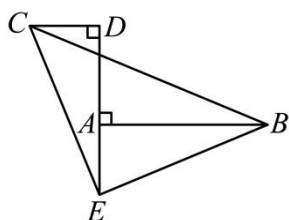


图2

(1) 判断 CE 与 BE 的关系是_____.

(2) 如图 2, 若点 E 在线段 DA 的延长线上, 过点 D 在 AD 的另一侧作 $CD \perp AD$, 并保持 $CD = AE$, $DE = AB$, 连接 CB , CE , BE , 试说明 (1) 中结论是否成立, 并说明理由.

【答案】 (1) $CE = BE$ 且 $CE \perp BE$

(2) 成立, 理由详见解析

【解析】

【分析】(1) 根据已知条件即可证明 $\triangle CDE \cong \triangle EAB$ ，然后根据全等三角形的性质即可证明 CE 与 BE 的关系为垂直且相等；

(2) 根据已知条件证明 $\triangle CDE \cong \triangle EAB$ ，然后根据全等三角形的性质进行等量代换即可得到结论；

【小问 1 详解】

解： $CE = BE$ 且 $CE \perp BE$ ，理由如下：

$$\because CD \perp AD, \therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\because \angle DAB = 90^\circ, \therefore \angle CDE = \angle EAB,$$

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle EAB$ 中，

$$\begin{cases} DC = AE \\ \angle CDE = \angle EAB \\ DE = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle EAB,$$

$$\therefore CE = BE, \angle CED = \angle EBA,$$

$$\because \angle EBA + \angle BEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CED + \angle BEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore CE \perp BE,$$

$$\therefore CE = BE \text{ 且 } CE \perp BE.$$

【小问 2 详解】

解：(1) 中结论成立，理由如下：

$$\because CD \perp AD, \therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\because \angle DAB = 90^\circ, \therefore \angle CDE = \angle EAB,$$

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle EAB$ 中，

$$\begin{cases} DC = AE \\ \angle CDE = \angle EAB \\ DE = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle EAB,$$

$$\therefore CE = BE, \angle CED = \angle EBA,$$

$$\because \angle EBA + \angle BEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CED + \angle BEA = 90^\circ,$$

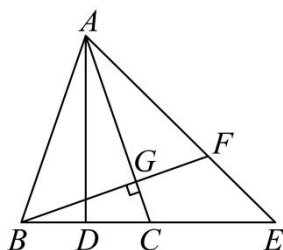
$$\therefore \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore CE \perp BE,$$

$$\therefore CE = BE \text{ 且 } CE \perp BE.$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，掌握并熟练使用相关知识，并注意解题中需注意的事项是本题的解题关键.

24. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 为中线，延长 DC 至点 E ，使 $DE = AD$ ，连结 AE ，过点 B 作 AC 的垂线，垂足为 G ，交 AE 于点 F .



(1) 若 $\angle BAC = 52^\circ$ ，求 $\angle FBC$ 的度数；

(2) 试说明 $BF = AC$ 的理由.

【答案】(1) 26° (2) 证明过程见详解

【解析】

【分析】本题主要考查等腰三角形的判定和性质，三角形外角的性质，直角三角形两锐角互余，掌握以上知识是关键.

(1) 根据等边对等角得到 $\angle ABC = \angle ACB = 64^\circ$ ，由直角三角形两锐角互余即可求解；

(2) 根据三线合一得到 $\angle BAD = \angle CAD$ ， $AD \perp BC$ ， $\angle GBC = \angle DAC = \angle DAB$ ，根据题意得到 $\triangle ADE$ 是等腰直角三角形， $\angle DAE = \angle DEA = 45^\circ$ ，根据角的和差计算得到

$$\angle AFB = \angle CBG + \angle DEA = \angle CBG + 45^\circ, \quad \angle BAF = \angle DAB + \angle DAE = \angle DAB + 45^\circ, \text{ 则}$$

$$\angle BAF = \angle BFA, \text{ 由此得到 } BF = BA, \text{ 由此即可求解.}$$

【小问1详解】

解： $\because \triangle ABC$ 是等腰三角形， $\angle BAC = 52^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ,$$

$$\because BG \perp AC,$$

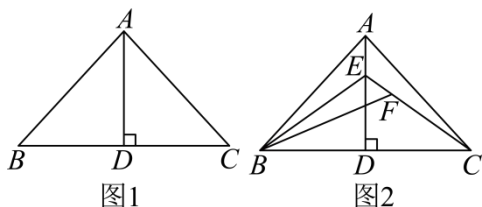
$$\therefore \angle FBC = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ;$$

【小问2详解】

解：在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 为中线，

$\therefore \angle BAD = \angle CAD, AD \perp BC,$
 $\therefore \angle GBC + \angle GCB = 90^\circ, \angle DAC + \angle DCA = 90^\circ,$
 $\therefore \angle GBC = \angle DAC = \angle DAB,$
 $\therefore AD \perp BC, DE = DA,$
 $\therefore \triangle ADE$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore \angle DAE = \angle DEA = 45^\circ,$
 $\therefore \angle AFB$ 是 $\triangle BEF$ 的外角,
 $\therefore \angle AFB = \angle CBG + \angle DEA = \angle CBG + 45^\circ,$
 $\therefore \angle BAF = \angle DAB + \angle DAE = \angle DAB + 45^\circ,$
 $\therefore \angle BAF = \angle BFA,$
 $\therefore BF = AB,$
 $\therefore AB = AC,$
 $\therefore BF = AC.$

25. 根据三角形全等知识易证: $\triangle ABC$ 中, ①若 $AB = AC$, 则 $\angle B = \angle C$; ②若 $\angle B = \angle C$, 则 $AB = AC$, 有时恰当使用上述结论, 可使解题过程更简化. 数学实验课上, 小颖、小亮位同学每人拿的一张画有“形状、大小完全相同的 $\triangle ABC$ ”的纸张, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 他们进行如下操作:



- (1) 如图 1, 小颖测量发现 $AD \perp BC$, 那么边 AB 、 AC 有何数量关系? 并证明你的结论;
- (2) 如图 2, 小亮在 AD 上取一点 E , 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折后发现, 点 A 的对应点 F 恰好在线段 CE 上, 且 BF 平分 $\angle ABC$, 求 $\angle BAC =$ _____.

【答案】 (1) $AB = AC$, 理由见详解

(2) 100°

【解析】

【分析】 (1) 根据题意证明 $\triangle ADB \cong \triangle ADC (SAS)$, 即可求解;

(2) 根据 (1) 的证明同理得到 $EB = EC$, $\angle EBC = \angle ECB$, 根据折叠得到

$\angle ABE = \angle FBE, \angle BAE = \angle BFE$, 设 $\angle ABE = \angle FBE = x$, 则 $\angle ABF = 2x$, 由角平分线的定义得到

$\angle ABF = \angle CBF = 2x$, $\angle EBC = \angle FBE + \angle CBF = 3x = \angle ECB$,
 $\angle EFB = \angle ECB + \angle CBF = 3x + 2x = 5x = \angle BAE$, 根据直角三角形两锐角互余即可得到 $x = 10^\circ$, 则得到 $\angle BAD = 50^\circ$, 由此即可求解.

【小问 1 详解】

解: $AB = AC$, 理由如下,

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore BD = CD$,

$\because AD \perp BC$,

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle ADB$ 和 $Rt\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} AD = AD \\ \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ, \\ DB = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC (SAS)$,

$\therefore AB = AC$;

【小问 2 详解】

解: 根据 (1) 的证明得到 $\triangle ADB \cong \triangle ADC (SAS)$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$, $\angle BAD = \angle CAD$, $AB = AC$,

$\therefore \angle BAC = 2\angle BAD$

同理, $EB = EC$, $\angle EBC = \angle ECB$,

$\because$ 折叠,

$\therefore \angle ABE = \angle FBE$, $\angle BAE = \angle BFE$,

设 $\angle ABE = \angle FBE = x$, 则 $\angle ABF = 2x$,

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABF = \angle CBF = 2x$,

$\therefore \angle EBC = \angle FBE + \angle CBF = 3x = \angle ECB$,

$\therefore \angle EFB = \angle ECB + \angle CBF = 3x + 2x = 5x = \angle BAE$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore 4x + 5x = 90^\circ$,

解得, $x = 10^\circ$,

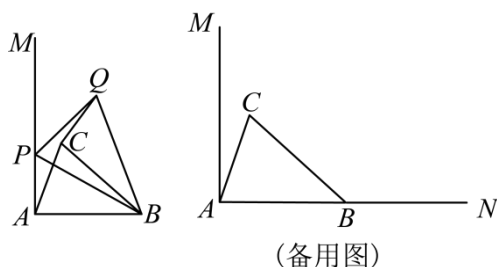
$$\therefore \angle BAD = 5x = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 100^\circ,$$

故答案为: 100° .

【点睛】 本题主要考查等边对等角, 等角对等边的判定和性质, 掌握中线的定义, 全等三角形的判定和性质, 折叠的性质, 角平分线的定义, 直角三角形两锐角互余, 三角形外角和的性质是解题的关键.

26. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = \alpha$, ($0 < \alpha < 60^\circ$), 射线 $AM \perp AB$, 点 P 为射线 AM 上的动点 (点 P 不与点 A 重合), 连接 BP , 将线段 BP 绕点 B 顺时针旋转角度 α 后, 得到线段 BQ , 连接 PQ 、 QC .



(1) $\triangle PAB$ 与 $\triangle QCB$ 全等吗? 试说明理由;

(2) 延长 QC 交射线 AM 于点 D , 在点 P 的移动过程中, $\angle QDM$ 的大小是否发生变化? 若改变请说明理由, 若不改变, 请求出 $\angle QDM$ 的大小 (用含 α 的代数式表示);

(3) 当 $BQ \parallel AC$ 时, $AB = m$, $AP = n$, 过点 Q 作 QE 垂直射线 AB , 垂足为 E , 那么 $S_{\triangle AEQ} =$ _____ (用 m 、 n 的代数式表示) .

【答案】 (1) $\triangle PAB \cong \triangle QCB$, 理由见解析

(2) $\angle QDM$ 大小不改变, $\angle QDM = \alpha$

(3) mn

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质、三角形外角定理, 平行线的性质, 解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定定理.

(1) 先证明 $\angle PBA = \angle QBC$, 再根据两条边相等, 即可证得两个三角形全等;

(2) 先证明 $\text{Rt}\triangle DAB \cong \text{Rt}\triangle DCB$ (HL), 得到 $DA = DC$, $\angle CDB = \angle ADB$,

$\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \alpha$ ，根据 $\angle BAC = \angle BCA$ ，推出 $\angle DAC = \angle DCA$ ，再利用三角形内角和定理求出 $\angle ADB + \angle DAC = 90^\circ$ ，结合 $\angle ADB + \angle ABD = 90^\circ$ ，推出 $\angle ABD = \angle DAC = \frac{1}{2} \alpha$ ，利用三角形外角的性质即可解答；

(3) 证明 $\triangle QBC \cong \triangle QBE$ (AAS)，得到 $BC = BE$ ， $QE = QC$ ，再根据 $BC = AB = m$ ， $QC = PA = n$ ，即可得到 BE 和 QE ，根据三角形面积公式进行计算即可。

【小问 1 详解】

解： $\triangle PAB \cong \triangle QCB$ ，理由如下：

根据旋转的性质得到 $BP = QB$ ， $\angle PBQ = \alpha$ ，

$$\therefore \angle PBQ = \angle ABC,$$

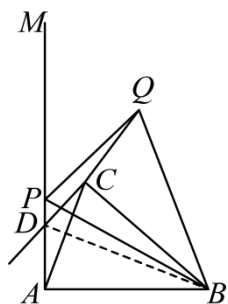
$$\therefore \angle PBA = \angle QBC,$$

$$\therefore \begin{cases} PB = QB \\ \angle PBA = \angle QBC, \\ AB = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PAB \cong \triangle QCB (\text{SAS});$$

【小问 2 详解】

解：如下图所示，连接 BD ，



$$\therefore \triangle PAB \cong \triangle QCB,$$

$$\therefore \angle QCB = \angle PAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \begin{cases} BC = AB \\ DB = DB \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle DAB \cong \text{Rt}\triangle DCB (\text{HL}),$$

$$\therefore DA = DC, \quad \angle CDB = \angle ADB, \quad \angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \alpha,$$

$$\therefore AB = BC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA,$$

$$\therefore \angle CDB + \angle ADB + \angle DAC + \angle DCA = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB + \angle DAC = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB + \angle ABD = 90^\circ,$$

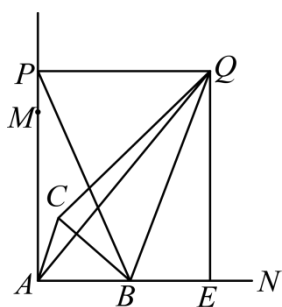
$$\therefore \angle ABD = \angle DAC = \frac{1}{2} \alpha,$$

$$\therefore \angle QDM = \angle DAC + \angle DCA = \angle DAC = \alpha,$$

$$\therefore \angle QDM \text{ 大小不改变, 且 } \angle QDM = \alpha;$$

【小问 3 详解】

解: 如下图所示,



$$\therefore BQ \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CBQ, \quad \angle CAB = \angle QBE,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CAB,$$

$$\therefore \angle QBE = \angle CBQ,$$

$$\therefore AM \perp AB,$$

$$\therefore \angle PAB = 90^\circ,$$

由 (1) 知 $\triangle PAB \cong \triangle QCB$,

$$\therefore \angle QCB = \angle PAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QCB = \angle QEB = 90^\circ,$$

$$\therefore QB = QB,$$

$$\therefore \triangle QBC \cong \triangle QBE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BC = BE, \quad QE = QC,$$

$$\therefore BC = AB = m, \quad QC = PA = n,$$

$$\therefore BE = m, \quad QE = n,$$

$$\therefore S_{\triangle AEQ} = \frac{1}{2} AE \cdot QE = \frac{1}{2} (AB + BE) \cdot QE = mn,$$

故答案为: mn .