

2024 学年度第二学期期末学情诊断

初二数学试卷

(测试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 一次函数 $y=x+2$ 的图象不经过的象限是()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 若 $k < 0$, 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - x + 1 = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法判断

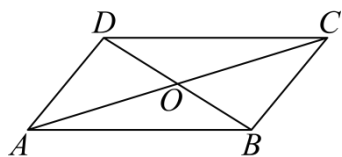
3. 学校艺术节需用红纸花 3000 朵, 某班全体同学自愿承担这批红纸花的制作任务, 在实际制作时, 有 10 名同学因排练节目而没有参加, 这样参加劳动的同学平均每人制花的数量比原定全班同学平均每人要完成的数量多 15 朵, 设这个班级共有 x 名同学, 根据题意可得方程 ()

- A. $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{x-10} = 15$ B. $\frac{3000}{x-10} - \frac{3000}{x} = 15$
C. $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{x+10} = 15$ D. $\frac{3000}{x+10} - \frac{3000}{x} = 15$

4. 下列事件中, 属于必然事件的是 ()

- A. 在平面上画一个四边形, 这个四边形的内角和等于 360°
B. 在平面上画一个平行四边形, 这个平行四边形的对角线互相垂直
C. 在平面上画一个平行四边形, 这个平行四边形的对角线相等
D. 在平面上画一个平行四边形, 这个平行四边形是轴称图形

5. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AO}$ 可以表示为 ()



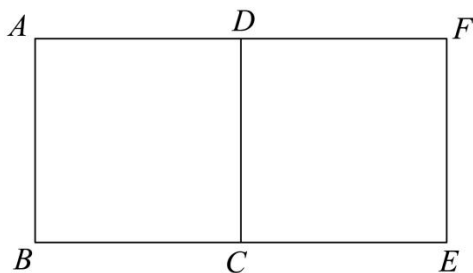
- A. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ C. $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$ D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

6. 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是各边的中点, 四边形 $EFGH$ 是正方形, 下列选项中正确的是 ()

- A. 四边形 $ABCD$ 一定是矩形
- B. 四边形 $ABCD$ 一定是正方形
- C. 四边形 $ABCD$ 的对角线相等且垂直
- D. 四边形 $ABCD$ 有一组邻边相等且有一个内角是直角

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 把直线 $y = -2x + 3$ 向上平移 2 个单位所得直线的解析式是_____.
8. 直线 $y = -2x + 1$ 在 y 轴上的截距是_____.
9. 方程 $x = \sqrt{x+2}$ 的解是_____.
10. 方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases}$ 的解为_____.
11. 某公司 5 月份的营业额为 25 万, 7 月份的营业额为 36 万, 已知 6、7 月的增长率相同, 则增长率为_____.
12. 有 10 张卡片, 上面分别写着数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 从中随机抽取 1 张, 该卡片上的数是 3 的整数倍的概率是_____.
13. 一个多边形的内角和等于 900° , 这个多边形的边数是_____.
14. 如果梯形的一条底边长为 6, 中位线长为 8, 那么梯形的另一条底边长 x 的值是_____.
15. 如果 CD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, E 、 F 分别是 AC , BC 的中点, 连接 DE 、 DF , 那么再加一个条件_____ (只要写一种情况), 就可得到四边形 $CEDF$ 是菱形.
16. 如图, 如果把正方形 $CDFE$ 经过旋转后能与正方形 $ABCD$ 重合, 那么图形所在的平面上可作为旋转中心的点共有_____个.



17. 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 5$, 点 M 在 AD 边所在的直线上, 且 $DM = 1$, 将矩形纸片 $ABCD$ 折叠, 使点 B 与点 M 重合, 折痕与 AD , BC 分别交于点 E , F , 则线段 EF 的长度为_____.

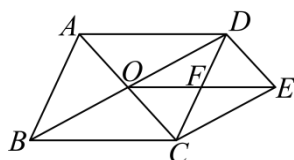
三、(本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

18. 解方程: $x + \sqrt{2x+3} = 0$.

19. 解方程: $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{2}$.

20. 解方程组: $\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$.

21. 如图, 已知: 平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , 过点 D 、 C 分别作 $DE \parallel AC$, $CE \parallel BD$, DE 、 CE 相交于点 E , 连接 OE 交 CD 于点 F , 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

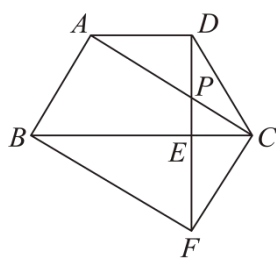


(1) 用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{OE} =$ _____;

(2) 连接 BF , 用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{BF} =$ _____.

四、(本大题共 4 题, 满分 34 分)

22. 如图, 已知: 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为 E , 延长 DE 至 F , 使 $EF = DE$, 连接 BF 、 AC , AC 与 DE 相交于点 P .



(1) 求证: 四边形 $ABFC$ 是平行四边形;

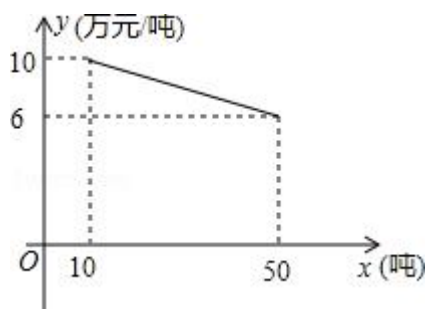
(2) 如果 $AD = DE$, $AP = DC$, 求证: 四边形 $ABFC$ 是矩形.

23. 某工厂生产一种产品, 当生产数量至少为 10 吨, 但不超过 50 吨时, 每吨的成本 y (万元/吨) 与生产数量 x (吨) 的函数关系式如图所示.

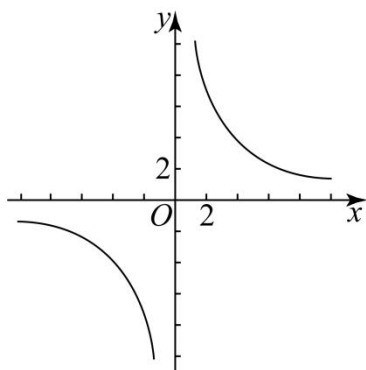
(1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(2) 当生产这种产品的总成本为 280 万元时, 求该产品的生产数量.

(注: 总成本 = 每吨的成本 $\times$ 生产数量)



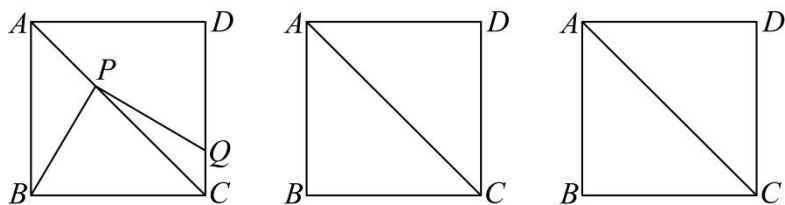
24. 已知反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图像和一次函数 $y = kx - 7$ 的图像都经过点 $P(m, 2)$.



(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 如果等腰梯形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 在这个一次函数的图像上, 顶点 C 、 D 在这个反比例函数的图像上, 两底 AD 、 BC 与 y 轴平行, 且 A 和 B 的横坐标分别为 a 和 $a+2$, 求 a 的值.

25. 如图, 已知: 正方形 $ABCD$ 边长为 1, 点 P 是对角线 AC 上一点, $PQ \perp BP$, P 交射线 DC 于点 Q .



(1) 当点 Q 在边 CD 上时, 线段 PQ 与线段 PB 之间有怎样的大小关系? 试证明你观察得到的结论;

(2) 当点 Q 在边 DC 的延长线上, $\triangle PCQ$ 是等腰三角形时, 求 PC 的长;

(3) 当以 P 、 B 、 C 、 Q 为顶点的四边形的面积为 $\frac{1}{3}$ 时, 直接写出 AP 的长.