

2023 学年第二学期期末学情诊断

初二数学试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟) 2024.6

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分) 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.

1. 下列方程是高次方程的是 ()

- A. $x - y = 1$ B. $x^3 = 1$ C. $\frac{1}{x^2} - x = 1$ D. $\sqrt{x^3} = 1$

2. 下列函数是一次函数的是 ()

- A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = x^2$ C. $y = 2(x + 1)$ D. $y = x + \frac{1}{x}$

3. 用换元法解分式方程 $\frac{x^2 - 1}{x} + \frac{3x}{x^2 - 1} = 1$ 时, 设 $\frac{x^2 - 1}{x} = y$, 那么原方程化成整式方程正确的是 ()

- A. $y + \frac{1}{y} = 1$ B. $y + \frac{3}{y} = 1$ C. $y^2 + 3y = 1$ D. $y^2 - y = -3$

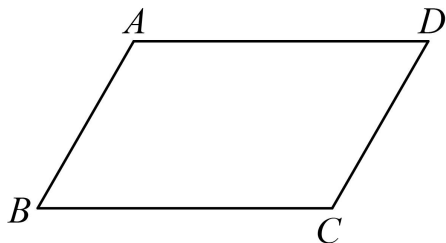
4. 下列说法正确的是 ()

- A. $\vec{a} - \vec{a} = 0$ B. $\overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}|$ C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ D. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 平行

5. 下列事件是随机事件的是 ()

- A. 汽车的车窗玻璃破碎
B. 从地面上抛掷一枚硬币, 硬币一定会落下
C. 从一副没有大小王的扑克牌中任意取出一张牌, 这张牌一定是大王
D. 今年十四岁的你, 明年一定是十五岁

6. 已知在 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 AD 上, 连结 AE 、 CF , 下列条件能使四边形 $AECF$ 一定是平行四边形的是 ()



- A. $AE = CF$ B. $\angle EAF = \angle FCE$ C. $\angle EAF = \angle AFC$ D. $\angle EAF = \angle AEC$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分) 请直接将结果填入答题纸的相应位置.

7. 方程 $x^4 = 16$ 的实数根是_____.

8. 方程 $\frac{1}{1-x} + 1 = \frac{1}{1+x}$ 的根是_____.

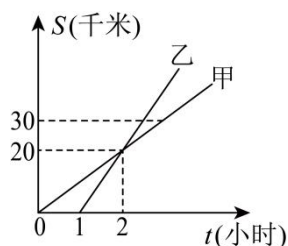
9. 方程 $\sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{2x + 1}$ 的解是_____.

10. 方程组 $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{3}{2} \end{cases}$ 的解是_____.

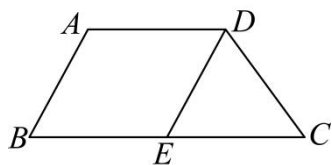
11. 已知直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的截距等于 1, 且经过点 $(1, 2)$, 那么这条直线的表达式是_____.

12. 布袋里有 3 个红球、2 个白球, 它们除颜色外其他都相同, 从中任意摸出两个球恰好是同颜色的概率的是_____.

13. 甲、乙两人在公路上练习竞走和长跑, 竞走、长跑的距离与时间的关系如图所示, 那么在 30 千米的休息处, 乙比甲早到了_____小时.



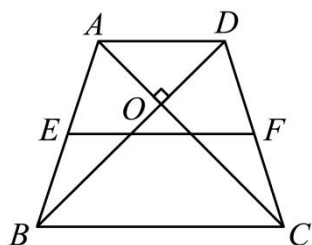
14. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 是 BC 的中点, $DE \parallel AB$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CD} =$ _____. (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



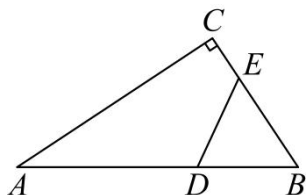
15. 已知 n 边形的每个内角都是 160° , 那么 $n =$ _____.

16. 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于 O , 若 $AB = 6$, $AC = 4$, 那么 $BD =$ _____.

17. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, $AC \perp BD$ 于 O , E 、 F 分别是 AB 、 DC 的中点, 梯形 $ABCD$ 的面积为 24, 那么 $EF =$ _____.



18. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$ ($BC < AC$), $BC = 8$, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, 连接 DE , $\angle DEC = 120^\circ$, 将 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 翻折, 点 B 恰好落在边 AC 上的点 B' 处, 那么线段 $BB' =$ _____.

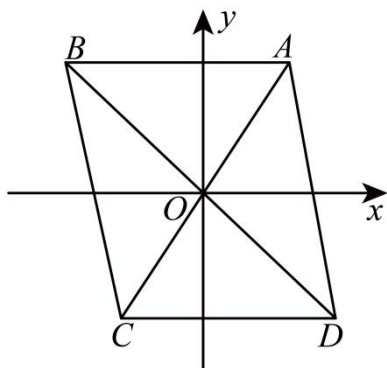


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 52 分)

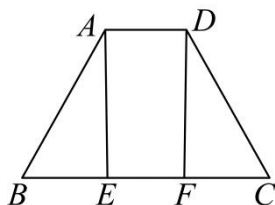
19. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \end{cases}$$

20. 解关于 x 的方程: $bx^2 - 1 = 1 - x^2$ ($b \neq -1$).

21. 如图, 在直角坐标平面内, $ABCD$ 的对角线的交点正好与坐标原点重合, 且点 A 、 B 坐标分别为 $(2, 3)$, $(-3, 3)$.

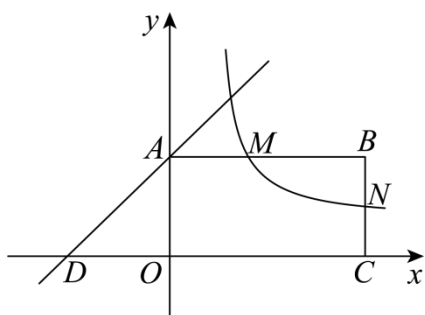


- (1) 求点 C 、 D 的坐标;
 - (2) 求 $ABCD$ 的周长.
22. 为了落实“珍惜和合理利用每一寸土地”的基本国策, 某地区计划若干年内开发“改造后可利用土地”的面积达到 360 平方千米, 实际施工中, 每年比原计划开发的土地面积多 2 平方千米. 如果按此速度继续开发, 预计可提前 6 年完成任务. 求实际施工中每年开发土地面积是多少平方千米?
23. 如图, 已知在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 、 F 分别在底边 BC 上, 连接 AE 、 DF , $\angle AEF = \angle ADF$.



- (1) 求证：四边形 $AEFD$ 是平行四边形；
 (2) 若 $BE = FC$ ，求证：四边形 $AEFD$ 是矩形。

24. 在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 是矩形，点 C 、 A 分别在 x 轴和 y 轴正半轴上， $OA = 2$ ， $OC = 4$ ，双曲线 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 与矩形 $OABC$ 交于 M 、 N 两点，直线 AD 与 x 轴负半轴交于点 D ， $\angle ADO = 45^\circ$ 。



- (1) 求直线 AD 的表达式；
 (2) 将直线 AD 向下平移 m 个单位，使平移后直线与双曲线的交点在矩形 $OABC$ 内部，求 m 的取值范围；
 (3) 设直线 l 是平移直线 AD 所得直线，点 P 是直线 l 上的一个动点，当 $\triangle PMN$ 是等边三角形时，求直线 l 的表达式。

25. (1) 性质证明：已知：如图 1， BP 、 CP 分别是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，求证： AP 平分 $\angle BAC$ ；
 根据上述证明可以得到这样一条性质：三角形一个内角的平分线和其他两个内角的外角平分线交于一点，我们把这个交点叫做这个三角形的旁心。图 1 中点 P 就是 $\triangle ABC$ 的一个旁心。

(2) 性质应用：

①如图 2，已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的一个旁心，求证： $\angle O = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ABC$ ；

②已知点 O_1 、 O_2 、 O_3 是 $\triangle ABC$ 的三个旁心， $AB = 2$ ，在 $\triangle O_1O_2O_3$ 中， $\angle O_1 = 30^\circ$ ， $O_1O_2 = O_1O_3$ ，且 O_2O_3 经过点 B ，求 $\triangle O_1O_2O_3$ 的面积。

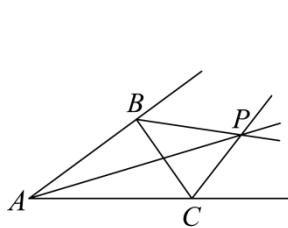


图1

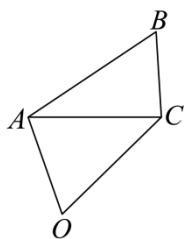


图2