

2023 学年第二学期初二年级期末素养分析数学学科试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分)

1. 一次函数 $y = -3x + 1$ 的图象不经过

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 用换元法解分式方程 $\frac{x-2}{x} - \frac{3x}{x-2} = 2$ 时，如果设 $\frac{x-2}{x} = y$ ，那么原方程可化为 ()

- A. $y^2 + 2y - 3 = 0$ B. $y^2 - 2y - 3 = 0$
C. $y^2 - 3y - 2 = 0$ D. $y^2 - y - 2 = 0$

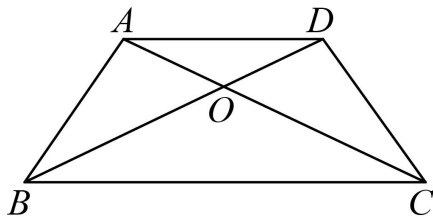
3. 下列方程中，没有实数解的是 ()

- A. $x^2 - 3 = 0$ B. $\frac{x^2}{x-2} = \frac{4}{x-2}$ C. $x^2 + y^2 = 0$ D. $\sqrt{x-4} + 1 = 0$

4. 一个多边形的内角和与外角和相等，这个多边形是 ()

- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

5. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ， O 为对角线 AC 与 BD 的交点，那么下列结论正确的是 ()



- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ B. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

6. 下列命题中，真命题是 ()

- A. 一组对边平行，且对角线平分一组对角的四边形是菱形
B. 一组对边平行，且另一组对边相等的四边形是平行四边形
C. 一组对边平行，且对角线相等的四边形是等腰梯形
D. 一组对边平行，且一组邻边互相垂直的四边形是矩形

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

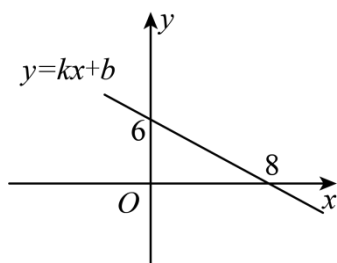
7. 已知一次函数 $y = (k+1)x - 1$ 与直线 $y = \frac{4}{3}x$ 平行，那么 $k =$ _____.

8. 当 a 为 _____ 时，关于 x 的方程 $ax - 5 = 3x$ 无解.

9. 方程 $\frac{1}{5}x^3 + 25 = 0$ 的根是_____.

10. 方程 $\sqrt{8-2x} = -x$ 的根是_____.

11. 已知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$, k 、 b 均为常数) 的图象如图所示, 那么关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集是_____.

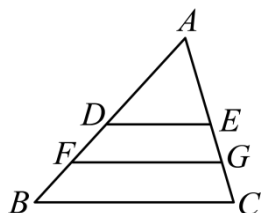


12. 在一个不透明的盒子中放入标号分别为 1、2、9、4、5、6、7、8、9 的形状、大小、质地完全相同的 9 个球, 充分混合后, 从中取出一个球, 标号为合数的概率_____.

13. 已知某种盆花, 若每盆植 3 株时, 平均每株盈利 8 元; 若每盆增加 1 株, 则平均每株盈利减少 1 元, 要使每盆的盈利达到 30 元, 每盆应多植多少株? 如果设每盆多植 x 株, 那么可以列出的方程是_____.

14. 已知四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相互垂直, $AC = 6$, $BD = 8$, 顺次连接这个四边形各边中点所得的四边形的面积等于_____.

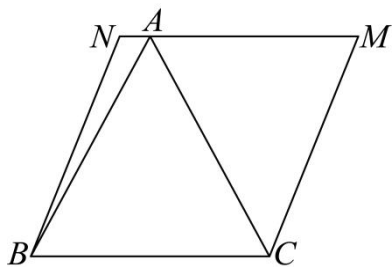
15. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 中点, $DE = 5$, 点 F 、 G 分别是 DB 、 EC 的中点, 则 $FG =$ _____.



16. 已知高为 12 的梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B$ 是锐角, $AD = 8$, $AB = 15$, $CD = 13$, 那么梯形 $ABCD$ 的面积为_____.

17. 如果把正方形 $ABCD$ 绕点 C 旋转得到正方形 $A'B'CD'$, 点 B' 落在对角线 AC 上, 点 A' 落在 CD 的延长线上, 那么 $\angle AA'B' =$ _____度.

18. 对于任意三角形, 如果存在一个菱形, 使得这个菱形的一条边与三角形的一条边重合, 且三角形的这条边所对的顶点在菱形的这条边的对边上, 那么称这个菱形为该三角形的“友好菱形”. 问题: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BC = 6$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 S . 如果 $\triangle ABC$ 存在“友好菱形”为菱形 $BCMN$, 那么 S 的取值范围是_____.

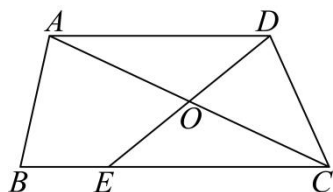


三、简答题：(本大题共 4 题，每题 6 分，满分 24 分)

19. 解方程： $\frac{1}{x-1} - 1 = \frac{2x}{x^2 - 1}$.

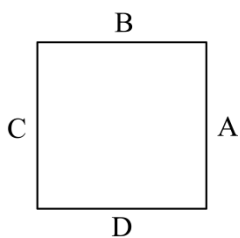
20. 解方程组：
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ 2x - y = 15 \end{cases}$$

21. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 O 是对角线 AC 的中点， DO 的延长线与 BC 相交于点 E ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{BE} = \vec{c}$ 。



- (1) 试用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 表示向量： $\overrightarrow{ED} =$ _____；
- (2) 写出图中所有与 $\overrightarrow{AD}$ 互为相反向量的向量： _____；
- (3) 求作： $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OC}$ 。（画出所求向量，并直接写出结论）

22. 如图，时下有一种四人对战桌游十分流行，游戏开始前，四个人通常经过抽签决定座位 A 、 B 、 C 、 D 。小明和小张一同报名参加了这项桌游。

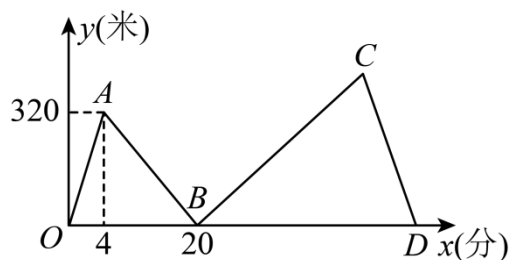


- (1) 小明抽中 A 座位的概率为 _____；
- (2) 若面对面座位上的两人视为游戏中的盟友，求小明和小张成为盟友的概率。（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

四、解答题：(本大题共 4 题，第 23、24 每题 8 分，第 25、26 题 9 分，满分 34 分)

23. 小杰、小明两人在一段笔直的滨江步道上同起点、同终点、同方向匀速步行 3200 米，先到终点的人原地休息。已知小杰先出发 4 分钟，在整个步行过程中，小杰、小明两人间的距离 y （米）与小杰出发的时

间 x (分) 之间的关系如图中折线 $OA-AB-BC-CD$ 所示.

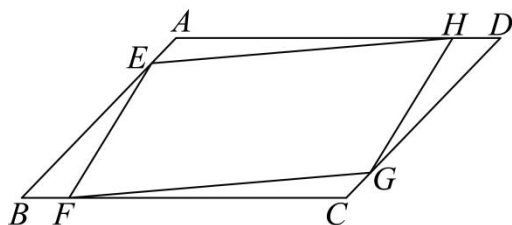


(1) 求线段 AB 的表达式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 求小明的步行速度;

(3) 求小明比小杰早几分钟到达终点?

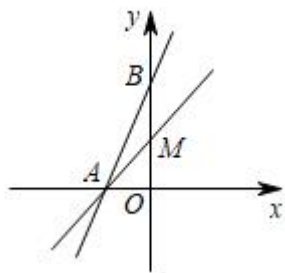
24. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别在边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上, $BE = DG$, $BF = DH$.



(1) 求证: 四边形 $EFGH$ 是平行四边形;

(2) 当 $AB = BC$, 且 $BE = BF$ 时, 请判断四边形 $EFGH$ 的形状并证明.

25. 如图, 在平面直角坐标系中, 函数 $y = 2x + 6$ 的图象分别交 x 轴, y 轴于 A , B 两点, 过点 A 的直线交 y 轴正半轴于点 M , 且点 M 为线段 OB 的中点.



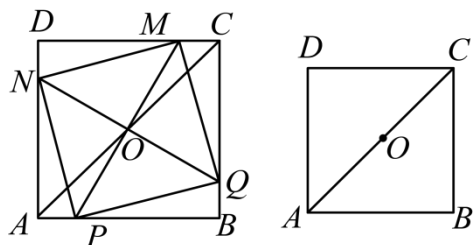
(1) 求直线 AM 的函数解析式;

(2) 试在直线 AM 上找一点 P , 使得 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOB}$, 请求出点 P 的坐标;

(3) 若点 N 为坐标平面内任意一点, 在坐标平面内是否存在这样的点 N , 使以 A , B , M , N 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请直接写出所有点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

26. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 8\text{cm}$, 点 O 是对角线 AC 的中点, 动点 P 、 Q 分别从点 A 、 B 同时出发, 点 P 以 2cm/s 的速度沿边 AB 向终点 B 匀速运动, 点 Q 以 4cm/s 的速度沿折线 $BC-CD$

向终点 D 匀速运动, 联结 PO 并延长交边 CD 于点 M , 联结 QO 并延长交折线 $DA-AB$ 于点 N , 联结 PQ 、 QM 、 MN 、 NP , 得到四边形 $PQMN$. 设点 P 的运动时间为 x (s)($0 < x < 4$), 四边形 $PQMN$ 的面积为 $y\text{cm}^2$.



- (1) BP 的长为_____ cm, CM 的长为_____ cm, (用含 x 的代数式表示)
- (2) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (3) 当四边形 $PQMN$ 是轴对称图形时, 请直接写出 x 的值.