

# 西延安中学 2024 学年第二学期七年级

## 数学期中试题

(满分: 100 分, 完成时间: 90 分钟)

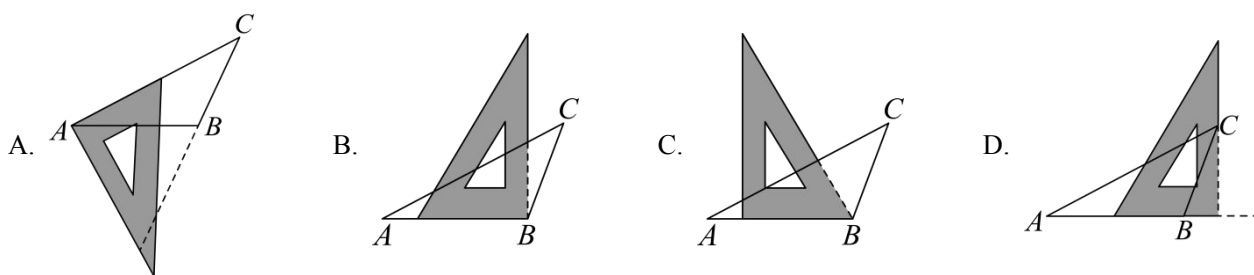
考生注意:

1. 本卷共 27 题.

2. 请将所有答案做在答题纸的指定位置上, 做在试卷上一律不计分.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 用直角三角板, 作  $\triangle ABC$  的高, 下列作法正确的是 ( )



【答案】D

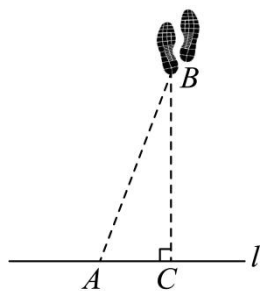
【解析】

【分析】本题考查的是作图—基本作图, 熟知三角形高线的定义是解答此题的关键. 根据高线的定义即可得出结论.

【详解】解: A、B、C 选项均不是高线, D 选项是高线.

故选: D.

2. 立定跳远是常州体育中考项目之一, 女生成绩达到或超过 1.85m 获得满分, 达到或超过 1.95m 获得加分. 如图, 一女生在起跳线  $l$  上的点  $A$  处起跳,  $BC \perp l$ , 垂足为  $C$ . 若该女生获得满分但未加分, 则下列说法中正确的是 ( )



A.  $BC$  可能为 1.95m

B.  $BC$  可能为 1.8m

C.  $AB$  可能为 1.85m

D.  $AB$  可能为 1.95m

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查了垂线段最短，熟练掌握垂线段的性质是关键.

根据题意和垂线段最短的性质判断即可.

【详解】 解:  $\because$  该女生获得满分但未加分,

$$\therefore 1.85\text{m} \leq BC < 1.95\text{m}$$

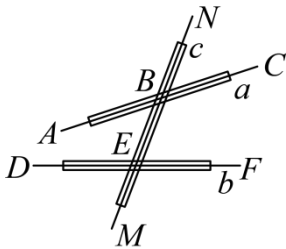
$$\therefore AB > BC,$$

$$\therefore AB \text{ 可能为 } 1.95\text{m},$$

故选项 D 符合题意.

故选: D.

3. 如图, 木条  $a$ 、 $b$ 、 $c$  用螺丝固定在木板上且  $\angle ABM = 50^\circ$ ,  $\angle DEM = 70^\circ$ , 将木条  $a$ 、木条  $b$ 、木条  $c$  看作是在同一平面内的三条直线  $AC$ 、 $DF$ 、 $MN$ , 若使直线  $AC$ 、直线  $DF$  达到平行的位置关系, 则下列描述正确的是 ( )



- A. 木条  $a$ 、 $c$  固定不动, 木条  $b$  绕点  $E$  顺时针旋转  $20^\circ$
- B. 木条  $a$ 、 $c$  固定不动, 木条  $b$  绕点  $E$  逆时针旋转  $20^\circ$
- C. 木条  $b$ 、 $c$  固定不动, 木条  $a$  绕点  $B$  逆时针旋转  $20^\circ$
- D. 木条  $b$ 、 $c$  固定不动, 木条  $a$  绕点  $B$  顺时针旋转  $50^\circ$

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据平行线的判定逐一判断即可.

【详解】 解: A、木条  $a$ 、 $c$  固定不动, 木条  $b$  绕点  $E$  顺时针旋转  $20^\circ$ ,  $\angle DEM = 90^\circ \neq \angle ABM$ , 该选项不符合题意;

B、木条  $a$ 、 $c$  固定不动, 木条  $b$  绕点  $E$  逆时针旋转  $20^\circ$ ,  $\angle DEM = 50^\circ = \angle ABM$ ,  $\therefore AC \parallel BD$ , 该选项符合题意;

C、木条  $b$ 、 $c$  固定不动, 木条  $a$  绕点  $B$  逆时针旋转  $20^\circ$ ,  $\angle ABM = 30^\circ \neq \angle DEM$ , 该选项不符合题意;

D、木条  $b$ 、 $c$  固定不动, 木条  $a$  绕点  $B$  顺时针旋转  $50^\circ$ ,  $\angle ABM = 100^\circ \neq \angle DEM$ , 该选项不符合题意;

故选: B.

【点睛】 本题考查平行线的判定，解题关键是熟知平行线的判定定理.

4. 在  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  中， $\angle B = \angle E$ ，添加下列哪组条件一定能说明  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  全等 ( )

A.  $\angle A = \angle D$ ， $\angle C = \angle F$

B.  $AB = DE$ ， $AC = DF$

C.  $AB = DE$ ， $BC = EF$

D.  $BC = EF$ ， $AC = DF$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定，熟知全等三角形的判定定理是解题的关键，全等三角形的判定定理有SSS，SAS，AAS，ASA，HL.

【详解】 解：添加条件  $\angle A = \angle D$ ， $\angle C = \angle F$ ，结合  $\angle B = \angle E$  不能利用AAA证明  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  全等，故 A 不符合题意；

添加条件  $AB = DE$ ， $AC = DF$ ，结合  $\angle B = \angle E$  不能利用SSA证明  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  全等，故 B 不符合题意；

添加条件  $AB = DE$ ， $BC = EF$ ，结合  $\angle B = \angle E$  能利用SAS证明  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  全等，故 C 符合题意；

添加条件  $BC = EF$ ， $AC = DF$ ，结合  $\angle B = \angle E$  不能利用SSA证明  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  全等，故 D 不符合题意；

故选：C.

5. 用反证法证明命题：“一个三角形中不能有两个直角”的过程可以归纳为以下三个步骤：

①  $\angle A + \angle B + \angle C = 90^\circ + 90^\circ + \angle C > 180^\circ$ ，这与三角形内角和为  $180^\circ$  相矛盾，所以  $\angle A = \angle B = 90^\circ$  不成立；

② 所以一个三角形中不能有两个直角；

③ 假设三角形的三个内角  $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$  中有两个直角，不妨设  $\angle A = \angle B = 90^\circ$ . 正确的顺序应为 ( )

A. ①②③

B. ①③②

C. ②③①

D. ③①②

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查反证法、记住反证法的把步骤先假设结论成立，然后推出矛盾，最后推出假设不成立，结论成立.

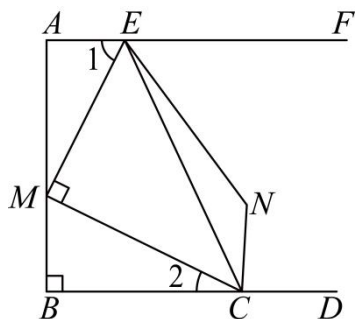
根据反证法的步骤即可判断.

【详解】 解：反证法的步骤是先假设结论成立，然后推出矛盾，最后推出假设不成立，结论成立.

所以，正确的步骤是③①②.

故选：D.

6. 如图,  $AB \perp BC$ ,  $EM$  平分  $\angle AEC$  交  $AB$  于  $M$ ,  $EM \perp MC$ ,  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ,  $F$ ,  $D$  分别是  $AE$ ,  $BC$  延长线上的点,  $\angle MEF$  和  $\angle MCD$  的平分线交于点  $N$ . 下列结论: ①  $\angle 1 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BCE$ ; ②  $AF \parallel BD$ ; ③  $CM$  平分  $\angle ECB$ ; ④  $\angle N = 135^\circ$ , 其中正确的有 ( )



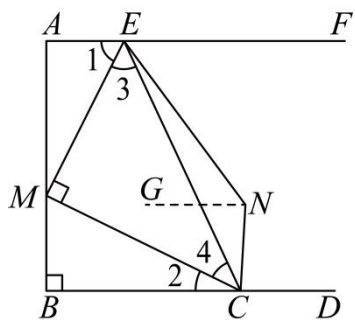
- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和定理, 角平分线, 平行线的判定与性质等知识. 熟练掌握三角形内角和定理, 角平分线, 平行线的判定与性质是解题的关键. 根据角平分线的定义, 可得  $\angle 1 = \angle 3$ , 由  $\angle EMC = 90^\circ$ , 得到  $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ , 结合  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ , 推出  $\angle 4 = \angle 2$ , 即可判断①②③, 过点  $N$  作  $NG \parallel BD$ , 由  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$  可得  $\angle MEF + \angle MCD = 270^\circ$ , 根据  $AF \parallel BD$ ,  $NG \parallel BD$ , 推出  $\angle N = \angle FEN + \angle DCN$ , 再根据角平分线的定义, 得到  $\angle FEN + \angle DCN = \frac{1}{2}(\angle MEF + \angle MCD) = 135^\circ$ , 即可判断④.

【详解】 解: 如图, 过点  $N$  作  $NG \parallel BD$ ,



$\because AB \perp BC$ ,  $EM$  平分  $\angle AEC$  交  $AB$  于  $M$ ,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \angle EMC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 2 = \frac{1}{2}\angle BCE, \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 90^\circ - \angle 4 = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BCE, \quad \angle AEC + \angle BCE = 180^\circ,$$

$\therefore AF \parallel BD$ ,  $CM$  平分  $\angle ECB$ , 故①②③正确;

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MEF + \angle MCD = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ,$$

$$\therefore AF \parallel BD, \quad NG \parallel BD,$$

$$\therefore AF \parallel BD \parallel NG,$$

$$\therefore \angle N = \angle FEN + \angle DCN,$$

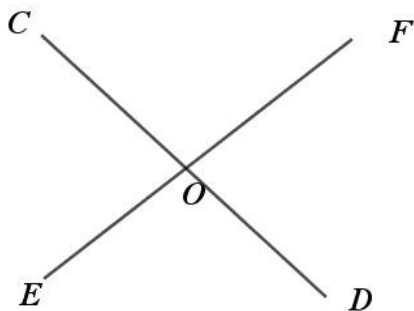
$\therefore \angle MEF$  和  $\angle MCD$  的平分线交于点  $N$ ,

$$\therefore \angle FEN + \angle DCN = \frac{1}{2}(\angle MEF + \angle MCD) = 135^\circ, \quad \text{故④正确.}$$

故选: D.

## 二、填空题 (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

7. 如图, 直线  $CD$ 、 $EF$  相交于点  $O$ , 若  $\angle COF = 95^\circ$ , 那么直线  $CD$  与  $EF$  的夹角大小为\_\_\_\_\_.



**【答案】**  $85^\circ$

**【解析】**

**【分析】** 根据邻补角互补可得  $\angle COE$  的度数, 进而可得答案.

**【详解】** 解:  $\because \angle COF = 95^\circ$ ,

$$\therefore \angle COE = 180^\circ - \angle COF = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ,$$

$\therefore$  直线  $CD$  与  $EF$  的夹角大小为  $85^\circ$ ,

故答案为  $85^\circ$ .

**【点睛】** 本题主要考查了邻补角的性质, 属于基础题.

8. 写出命题“全等三角形的面积相等”的逆命题\_\_\_\_\_.

**【答案】** 面积相等的三角形全等

**【解析】**

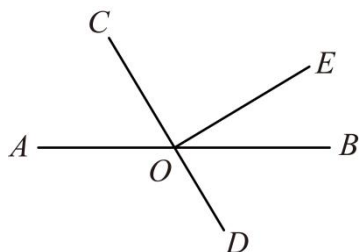
**【分析】** 本题考查了命题的逆命题, 对于两个命题, 如果一个命题的题设和结论分别是另外一个命题的结

论和条件，那么这两个命题叫做互逆命题，据此解答即可求解，找出命题的题设和结论是解题的关键。

【详解】解：“全等三角形的面积相等”的逆命题是面积相等的三角形全等，

故答案为：面积相等的三角形全等。

9. 如图，直线  $AB$ ， $CD$  相交于点  $O$ 。若  $\angle AOD = 120^\circ$ ， $\angle BOE = 40^\circ$ ，则  $\angle COE$  的大小为 \_\_\_\_\_。



【答案】 $80^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了对顶角的性质，角的和差，由对顶角的性质得  $\angle BOC = \angle AOD = 120^\circ$ ，再根据角的和差关系即可求解，掌握对顶角的性质是解题的关键。

【详解】解： $\because$  直线  $AB$ ， $CD$  相交于点  $O$ ， $\angle AOD = 120^\circ$ ，

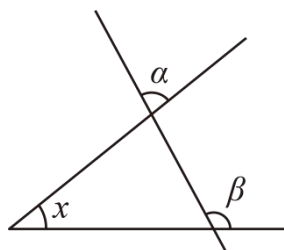
$$\therefore \angle BOC = \angle AOD = 120^\circ,$$

$$\because \angle BOE = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = \angle BOC - \angle BOE = 120^\circ - 40^\circ = 80^\circ,$$

故答案为： $80^\circ$ 。

10. 如图， $\angle x$  的两条边被一直线所截，用含  $\alpha$  和  $\beta$  的式子表示  $\angle x =$  \_\_\_\_\_。



【答案】 $\beta - \alpha$

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形内角和定理的应用，对顶角相等，根据三角形内角和为  $180^\circ$  和对顶角相等，进行解答即可。

【详解】解： $\because \angle ABC = \alpha$ ， $\angle ACB = 180^\circ - \beta$ ，

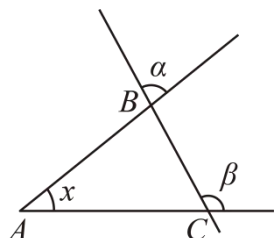
$$\therefore \angle x = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB$$

$$=180^{\circ}-\alpha-(180^{\circ}-\beta)$$

$$=180^{\circ}-\alpha-180^{\circ}+\beta$$

$$=\beta-\alpha.$$

故答案为:  $\beta-\alpha$ .



11. 在  $ABC$  中, 若  $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle C$ , 则此三角形按角分类是\_\_\_\_\_三角形.

【答案】锐角

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形内角和定理, 三角形的分类, 根据已知条件和三角形内角和定理求出这个三角形三个内角的度数即可得到答案.

【详解】解:  $\because$  在  $ABC$  中,  $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle C$ ,  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^{\circ}$ ,

$$\therefore \frac{1}{2}\angle B + \angle B + \angle B = 180^{\circ},$$

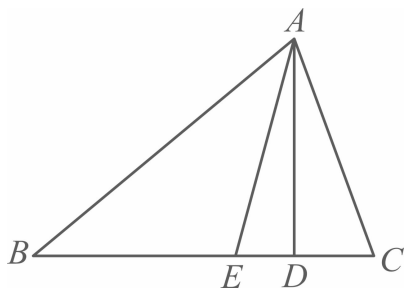
$$\therefore \angle B = 72^{\circ},$$

$$\therefore \angle A = 36^{\circ}, \angle C = 72^{\circ},$$

$\therefore$  该三角形是锐角三角形,

故答案为: 锐角.

12. 如图, 在  $ABC$  中,  $AD \perp BC$ , 垂足为点  $D$ ,  $AE$  平分  $\angle BAC$ , 交  $BC$  于点  $E$ ,  $\angle B = 40^{\circ}$ ,  $\angle C = 70^{\circ}$ , 则  $\angle EAD$  的度数是\_\_\_\_\_.



【答案】 $15^{\circ}$ ##15度

【解析】

【分析】本题主要考查了与角平分线有关的三角形内角和问题，先由三角形内角和定理求出  $\angle BAC$  的度数，再由角平分线的定义求出  $\angle CAE$  的度数，再求出  $\angle CAD$  的度数即可求出答案.

【详解】解：  $\because \angle B = 40^\circ, \angle C = 70^\circ,$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 70^\circ,$$

$\because AE$  平分  $\angle BAC,$

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 35^\circ,$$

$\because AD \perp BC,$

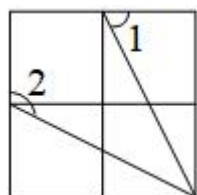
$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 180^\circ - \angle ADC - \angle C = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle CAE - \angle CAD = 15^\circ,$$

故答案为：  $15^\circ$ .

13. 如图是由 4 个相同的小正方形组成的网格图，则  $\angle 1 + \angle 2 =$  \_\_\_\_\_.



【答案】  $180^\circ$  度

【解析】

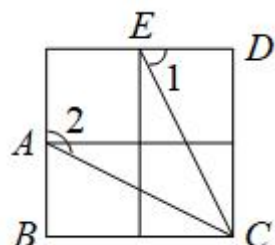
【分析】利用三角形全等，等量代换后计算即可.

【详解】解：由题意得：  $AB = ED, BC = DC, \angle D = \angle B = 90^\circ,$

所以  $\triangle ABC \cong \triangle EDC$  (SAS),

$$\therefore \angle BAC = \angle 1,$$

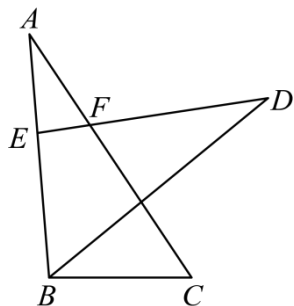
所以  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ .



故答案为：  $180^\circ$ .

【点睛】 本题考查了三角形全等的判定和性质，两个角的和，熟练掌握三角形全等的判定是解题的关键.

14. 如图, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ , 点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的对应点分别是点 $D$ 、 $E$ 、 $B$ , 点 $E$ 在 $AB$ 边上,  $DE$ 与 $AC$ 交于点 $F$ . 如果 $AE = 8$ ,  $BC = 12$ , 则线段 $DE$ 的长是 \_\_\_\_.



【答案】 20

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形全等的性质, 根据 $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ , 得出 $BE = BC = 12$ ,  $DE = AB$ , 根据 $AE = 8$ , 得出 $DE = AB = AE + BE = 12 + 8 = 20$ , 即可得出答案.

【详解】 解:  $\because \triangle ABC \cong \triangle DEB$ ,  $BC = 12$

$\therefore BE = BC = 12$ ,  $DE = AB$ ,

$\because AE = 8$ ,

$\therefore DE = AB = AE + BE = 12 + 8 = 20$ ,

故答案为: 20.

15. 已知  $ABC$  的三边长分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 化简:  $|c - a - b| - |a + c - b| =$  \_\_\_\_.

【答案】  $2b - 2c$

【解析】

【分析】 本题考查三角形的三边关系, 根据三角形的任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边, 结合绝对值的意义, 化简计算即可.

【详解】 解:  $\because ABC$  的三边长分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,

$\therefore a + b > c, a + c > b$ ,

$\therefore c - a - b < 0, a + c - b > 0$ ,

$\therefore |c - a - b| - |a + c - b|$

$= a + b - c - (a + c - b)$

$= a + b - c - a - c + b$

$= 2b - 2c$ ;

故答案为:  $2b-2c$ .

16. 下列说法中, 是假命题的是\_\_\_\_\_.

- ①如果两个角的两边互相平行, 那么这两个角相等;
- ②两条直线被第三条直线所截, 同旁内角互补;
- ③过直线外一点  $P$  向直线  $m$  作垂线段, 这条垂线段就是点  $P$  到直线的距离;
- ④同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

【答案】①②③

【解析】

【分析】本题主要考查了判断命题真假, 点到直线的距离, 平行线的性质, 垂直的定义, 解题的关键是熟练掌握各自的概念和性质. 根据平行线的性质, 根据点到直线的距离的定义和垂直的性质求解即可.

【详解】解: ①如果两个角的两边互相平行, 那么这两个角相等或者互补, 原命题是假命题;

②两条平行直线被第三条直线所截, 同旁内角互补, 原命题是假命题;

③过直线外一点  $P$  向直线  $m$  作垂线段, 这条垂线段的长度就是点  $P$  到直线的距离, 原命题是假命题;

④同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 原命题是真命题.

故答案为: ①②③.

17. 在平面中, 我们称一组平行直线为“平行线族”. 对于“平行线族”中的任意两条直线, 它们之间的“线距”是指这两条直线之间的垂直距离. 已知“平行线族”中有三条直线  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 已知直线  $a$  与  $b$  的线距为 5, 直线  $a$  与  $c$  的线距为 2, 那么直线  $b$  与  $c$  的线距是\_\_\_\_\_.

【答案】3 或 7 或 3

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线间的距离, 解题的关键是注意进行分类讨论. 分两种情况进行讨论: 当直线  $c$  在直线  $a$  与  $b$  之间时, 当直线  $c$  在直线  $a$  与  $b$  外侧时, 分别画出图形, 求出结果即可.

【详解】解: 当直线  $c$  在直线  $a$  与  $b$  之间时, 如图所示:

$a$ —————

$c$ —————

$b$ —————

$\therefore$  直线  $a$  与  $b$  的线距为 5, 直线  $a$  与  $c$  的线距为 2,

$\therefore$  直线  $b$  与  $c$  的线距为  $5-2=3$ ;

当直线  $c$  在直线  $a$  与  $b$  外侧时, 如图所示:

$c$ —————

$a$ —————

$b$ —————

$\because$  直线  $a$  与  $b$  的线距为 5, 直线  $a$  与  $c$  的线距为 2,

$\therefore$  直线  $b$  与  $c$  的线距为  $5+2=7$ ;

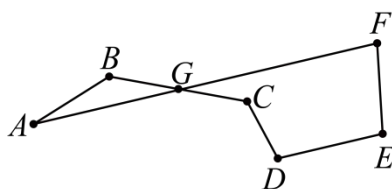
综上所述可知: 直线  $b$  与  $c$  的线距是 3 或 7.

故答案为: 3 或 7.

18. 如图①为北斗七星的位置图, 如图②将北斗七星分别标为  $A$ 、 $B$ 、 $G$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$ , 将  $A$ 、 $B$ 、 $G$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  顺次首尾连接. 若  $B$ 、 $G$ 、 $C$  三点共线,  $AF$  恰好经过点  $G$ , 且  $AF \parallel DE$ ,  $\angle B = \angle BCD + 8^\circ$ ,  $\angle D = 110^\circ$ , 则  $\angle B - \angle CGF =$  \_\_\_\_\_.



图①



图②

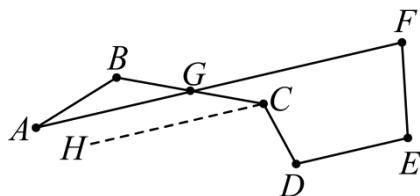
**【答案】**  $118^\circ$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键.

过点  $C$  作  $CH \parallel AF$ , 则  $AF \parallel DE \parallel CH$ , 得到  $\angle CGF = \angle GCH$ ,  $\angle D = \angle DCH$ , 进而得出  $\angle BCD = 110^\circ + \angle CGF$ , 计算即可得到答案.

**【详解】** 解: 如图, 过点  $C$  作  $CH \parallel AF$ ,



$\because AF \parallel DE$ ,

$\therefore AF \parallel DE \parallel CH$ ,

$\therefore \angle CGF = \angle GCH$ ,  $\angle D = \angle DCH$ ,

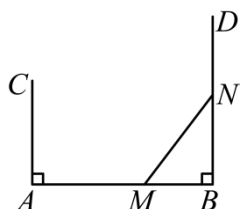
$\therefore \angle BCD = \angle DCH + \angle GCH = \angle D + \angle CGF = 110^\circ + \angle CGF$ ,

$$\because \angle B = \angle BCD + 8^\circ,$$

$$\therefore \angle B - \angle CGF = \angle BCD + 8^\circ - \angle CGF = 110^\circ + \angle CGF + 8^\circ - \angle CGF = 118^\circ.$$

故答案为：118°.

19. 如图，已知线段  $AB = 60$  米，射线  $AC \perp AB$  于点  $A$ ，射线  $BD \perp AB$  于  $B$ ， $M$  点从  $B$  点向  $A$  运动，每秒走 2 米， $N$  点从  $B$  点向  $D$  运动，每秒走 3 米， $M$ 、 $N$  同时从  $B$  出发，若射线  $AC$  上有一点  $P$ ，使得某时刻  $\triangle PAM$  和  $\triangle MBN$  全等，则线段  $AP$  的长度为\_\_\_\_\_米.



【答案】45 或 24 或 24 或 45

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

根据题意，分类讨论：当  $\text{Rt}\triangle APM \cong \text{Rt}\triangle BNM$ ；当  $\text{Rt}\triangle AMP \cong \text{Rt}\triangle BNM$ ；根据全等三角形的性质即可求解.

【详解】解：根据题意，设运动时间为  $t$  s，则  $BM = 2t$ ， $BN = 3t$ ，

①点  $M$  是  $AB$  中点， $\text{Rt}\triangle APM \cong \text{Rt}\triangle BNM$  时， $AM = BM$ ， $AP = BN$ ，

$$\because AB = 60\text{m},$$

$$\therefore AM = BM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 60 = 30(\text{m}),$$

$$\therefore t = \frac{30}{2} = 15(\text{s}),$$

$$\therefore AP = BN = 3t = 3 \times 15 = 45(\text{m});$$

②  $\text{Rt}\triangle AMP \cong \text{Rt}\triangle BNM$  时， $AM = BN$ ， $AP = BM$ ，

$$\therefore BM + BN = 60, \text{ 即 } 2t + 3t = 60,$$

解得， $t = 12$ ，

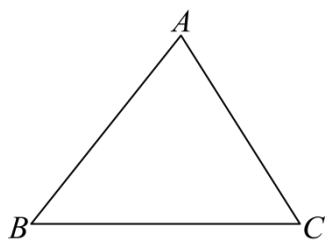
$$\therefore AP = BM = 2 \times 12 = 24(\text{m});$$

综上所述，线段  $AP$  的长度为 45m 或 24m，

故答案为：45 或 24.

20. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 70^\circ$ ， $BC > AC$ ，点  $D$  在边  $BC$  上，将  $\triangle ADC$  沿着  $AD$  翻折，点  $C$  落在点  $E$  处，若  $DE$  恰好与  $\triangle ABC$  的一条边平行，若  $\angle C = m^\circ$ ，则  $\angle DAC$  的度数为\_\_\_\_\_°.(结果用含  $m$

的代数式表示)

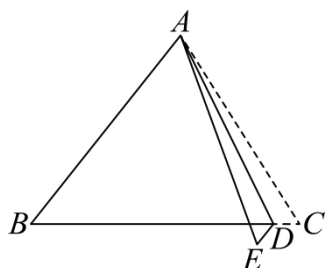


【答案】  $\left(35 - \frac{1}{2}m\right)$  或  $\left(90 - \frac{1}{2}m\right)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了折叠的性质，平行线的性质，熟练掌握平行线的性质，是解题的关键．分两种情况：当  $DE \parallel AB$  时，当  $DE \parallel AC$  时，分别画出图形，根据平行线的性质和折叠的性质，求出结果即可．

【详解】 解：当  $DE \parallel AB$  时，如图所示：



根据折叠可知：  $\angle E = \angle C = m^\circ$ ，  $\angle DAC = \angle DAE$ ，

$\because DE \parallel AB$ ，

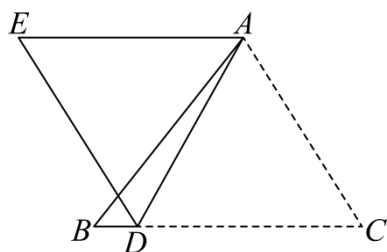
$\therefore \angle BAE = \angle E = m^\circ$ ，

$\because \angle BAC = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle EAC = \angle BAC - \angle BAE = 70^\circ - m^\circ$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle DAE = \frac{1}{2} \angle EAC = 35^\circ - \frac{1}{2}m^\circ$ ；

当  $DE \parallel AC$  时， 如图所示：



根据折叠可知：  $\angle E = \angle C = m^\circ$ ，  $\angle DAC = \angle DAE$ ，

$\because DE \parallel AC$ ，

$$\therefore \angle EAC = 180^\circ - \angle E = 180^\circ - m^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DAE = \frac{1}{2} \angle EAC = 90^\circ - \frac{1}{2} m^\circ;$$

综上所述可知:  $\angle DAC = 35^\circ - \frac{1}{2} m^\circ$  或  $\angle DAC = 90^\circ - \frac{1}{2} m^\circ$ .

故答案为:  $\left(35 - \frac{1}{2}m\right)$  或  $\left(90 - \frac{1}{2}m\right)$ .

### 三、作图题 (本大题共 2 题, 第 21 题 6 分, 第 22 题 4 分, 满分 10 分)

21. 已知: 线段  $a$ ,  $\angle \alpha$ ,  $\angle \beta$ .



(1) 用尺规作出  $\triangle ABC$ , 使  $BC = a$ ,  $\angle B = \angle \alpha$ ,  $\angle C = \angle \beta$  (保留作图痕迹);

(2) 画出边  $BC$  上的中线.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查尺规作图—作三角形, 作垂线. 熟练掌握尺规作线段和垂直平分线, 尺规作角的方法, 是解题的关键.

(1) 根据尺规作线段, 尺规作角的方法画出  $\triangle ABC$  即可;

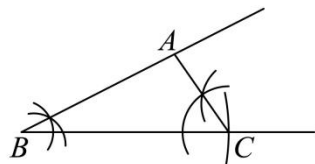
(2) 作  $BC$  的垂直平分线  $MN$ , 交  $BC$  于点  $D$ , 连接  $AD$  即可.

【小问 1 详解】

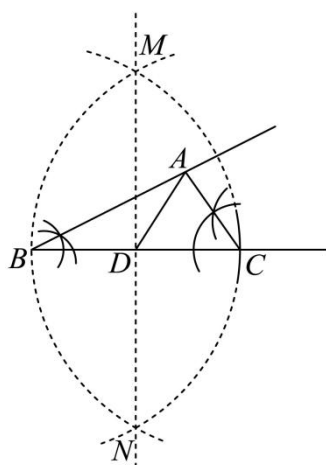
解: 如图所示,  $\triangle ABC$  即为所求;



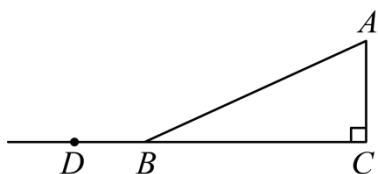
【小问 2 详解】



解: 如图,  $AD$  为所求作的三角形  $BC$  边上的中线.



22. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，点  $D$  是  $CB$  延长线上一点，过点  $B$  画直线  $BM \perp DC$ ，过点  $D$  画射线  $DN \parallel AB$  交  $BM$  于点  $E$ 。



(1) 按题意画图，将图形补充完整；

(2) 若  $\angle EBA$  比  $\angle EDC$  的 4 倍少  $30^\circ$ ，则  $\angle EBA = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】(1) 见解析 (2)  $66^\circ$

【解析】

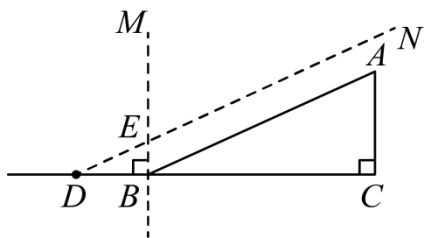
【分析】本题主要考查了垂线的定义，平行线的性质，画垂线和画平行线，熟知垂线的定义和平行线的性质是解题的关键。

(1) 根据垂线和平行线的画法画图即可；

(2) 由平行线的性质得到  $\angle ABC = \angle EDC$ ，由垂线的定义得到  $\angle MBC = 90^\circ$ ，再根据已知条件得到  $4\angle ABC - 30^\circ + \angle ABC = 90^\circ$ ，据此求出  $\angle ABC$  的度数即可得到答案。

【小问 1 详解】

解：如图所示，直线  $BM$  和射线  $DN$  即为所求；



【小问 2 详解】

解： $\because DN \parallel AB$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle EDC$ ,

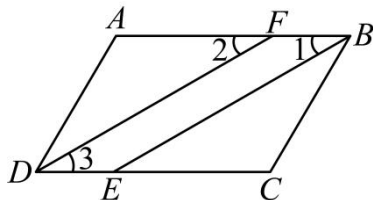
$$\begin{aligned}
&\because BM \perp DC, \\
&\therefore \angle MBC = 90^\circ, \\
&\therefore \angle EBA + \angle ABC = 90^\circ, \\
&\because \angle EBA \text{ 比 } \angle EDC \text{ 的 4 倍少 } 30^\circ, \\
&\therefore \angle EBA = 4\angle EDC - 30^\circ = 4\angle ABC - 30^\circ, \\
&\therefore 4\angle ABC - 30^\circ + \angle ABC = 90^\circ, \\
&\therefore \angle ABC = 24^\circ, \\
&\therefore \angle EBA = 4 \times 24^\circ - 30^\circ = 66^\circ.
\end{aligned}$$

#### 四、解答题 (本大题共 5 题, 第 23 题 6 分, 第 24 题 8 分, 第 25-27 题 10 分, 满分 44 分)

23. 将下面证明过程补充完整.

如图, 已知  $\angle ADC = \angle ABC$ ,  $BE$ 、 $DF$  分别平分  $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$  且  $\angle 1 = \angle 2$ .

求证:  $\angle A = \angle C$ .



证明:  $\because BE$ 、 $DF$  分别平分  $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle 3 = \frac{1}{2} \angle ADC$$

$$\because \angle ABC = \angle ADC$$

$$\therefore \angle \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\because \angle 1 = \angle 2$$

$$\therefore \angle \underline{\quad} = \angle \underline{\quad}$$

$$\therefore \underline{\quad} \parallel \underline{\quad} \quad (\underline{\quad})$$

$$\therefore \angle A + \angle \underline{\quad} = 180^\circ, \quad \angle C + \angle \underline{\quad} = 180^\circ \quad (\underline{\quad})$$

$$\therefore \angle A = \angle C$$

**【答案】** 1;  $\angle 3$ ; 2; 3;  $AB$ ;  $CD$ ; 内错角相等, 两直线平行;  $\angle ADC$ ;  $\angle ABC$ ; 两直线平行, 同旁内角互补

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了角平分线的定义, 以及平行线的判定与性质, 补角的性质, 同角的补角相等, 解题时注意: 内错角相等, 两直线平行; 两直线平行, 同旁内角互补. 根据角平分线的定义得出  $\angle 2 = \angle 3$ , 根据平行线的判定得出  $AB \parallel CD$ , 根据平行线的性质得出  $\angle A + \angle ADC = 180^\circ$ ,  $\angle C + \angle ABC = 180^\circ$ , 依据

等角的补角相等即可证得.

【详解】证明:  $\because BE$ 、 $DF$  分别平分  $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle 3 = \frac{1}{2} \angle ADC$$

$$\because \angle ABC = \angle ADC$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

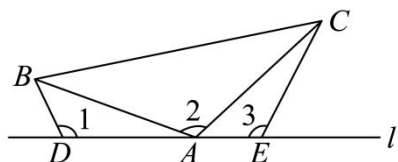
$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore AB \parallel CD \quad (\text{内错角相等, 两直线平行})$$

$$\therefore \angle A + \angle ADC = 180^\circ, \quad \angle C + \angle ABC = 180^\circ \quad (\text{两直线平行, 同旁内角互补})$$

$$\therefore \angle A = \angle C.$$

24. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D$ 、 $A$ 、 $E$  三点在直线  $l$  上,  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ , 求证:  $DE = BD + CE$ .



证明:  $\because \angle BAE = \angle 1 + \angle$  \_\_\_\_\_

即  $\angle 2 + \angle$  \_\_\_\_\_  $= \angle 1 + \angle$  \_\_\_\_\_

又  $\because \angle 2 = \angle 1$

$\therefore \angle$  \_\_\_\_\_  $= \angle$  \_\_\_\_\_

(请继续完成证明过程)

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形全等的判定和性质, 三角形外角的性质, 解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定方法. 根据三角形外角的性质得出  $\angle ABD = \angle CAE$ , 证明  $\triangle ABD \cong \triangle CAE$  (AAS), 得出  $AE = BD$ ,  $AD = CE$ , 然后证明结果即可.

【详解】证明:  $\because \angle BAE = \angle 1 + \angle ABD$ ,

即  $\angle 2 + \angle CAE = \angle 1 + \angle ABD$ ,

又  $\because \angle 2 = \angle 1$ ,

$\therefore \angle ABD = \angle CAE$ ,

$\because \angle 1 = \angle 3$ ,  $AB = AC$ ,

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE \text{ (AAS)},$$

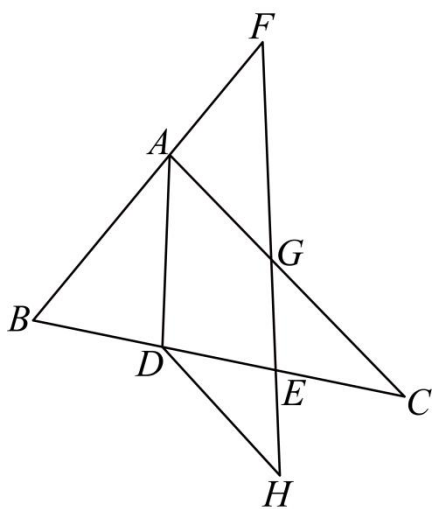
$$\therefore AE = BD, \quad AD = CE,$$

$$\therefore DE = AD + AE = BD + CE.$$

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AD平分 $\angle BAC$ 交BC于点D，点F在BA的延长线上，点E在线段CD上，EF与AC相交于点G， $AD \parallel EF$ .

(1) 求证： $\angle BDA + \angle CEG = 180^\circ$ ；

(2) 若点H在FE的延长线上，且 $\angle F = \angle H$ ，则 $\angle EDH$ 与 $\angle C$ 相等吗，请说明理由.



**【答案】** (1) 证明见解析；(2) 相等，理由见解析.

**【解析】**

**【分析】** (1) 根据平行线的性质和邻补角的定义结合已知条件分析解答即可；

(2) 由AD平分 $\angle BAC$ 结合 $AD \parallel EF$ 证得 $\angle F = \angle EGC$ ，这样结合 $\angle F = \angle H$ 即可得到 $\angle H = \angle EGC$ ，由此证得 $AC \parallel DH$ 即可得到 $\angle EDG = \angle C$ .

**【详解】** (1)  $\because AD \parallel EF$ ,

$$\therefore \angle BDA = \angle BEF,$$

$$\text{又} \because \angle BEF + \angle CEG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BDA + \angle CEG = 180^\circ;$$

(2)  $\angle EDH = \angle C$ ，理由如下：

$\because$  AD平分 $\angle BAC$ 交BC于点D，

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD,$$

$\because AD \parallel EF$ ,

$$\therefore \angle BAD = \angle F, \quad \angle DAC = \angle EGC,$$

$$\therefore \angle F = \angle EGC,$$

$$\text{又} \because \angle H = \angle F,$$

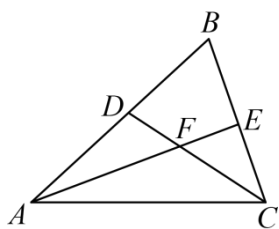
$$\therefore \angle H = \angle EGC.$$

$$\therefore HD \parallel AC,$$

$$\therefore \angle EDH = \angle C.$$

【点睛】熟悉平行线的性质及角平分线的定义，并由此结合已知条件证得  $\angle H = \angle EGC$ ，是解答本题的关键。

26. 已知：如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 60^\circ$ ， $D$ 、 $E$  分别为  $AB$ 、 $BC$  上的点，且  $AE$ 、 $CD$  交于点  $F$ 。若  $AE$ 、 $CD$  为  $\triangle ABC$  的角平分线。



(1) 求  $\angle AFC$  的度数；

(2) 若  $AD = 6$ ， $CE = 4$ ，求  $AC$  的长。

【答案】(1) 120 度

(2) 10

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、角平分线的定义等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线构造全等三角形解决问题。

(1) 由题意  $\angle BAC + \angle BCA = 120^\circ$ ，根据  $\angle AFC = 180^\circ - \angle FAC - \angle FCA = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle BCA)$ ，即可解决问题；

(2) 在  $AC$  上截取  $AG = AD = 6$ ，连接  $FG$ 。只要证明  $\triangle ADF \cong \triangle AGF$ ，推出  $\angle AFD = \angle AFG = 60^\circ$ ， $\angle GFC = \angle CFE = 60^\circ$ ，再证明  $\triangle CGF \cong \triangle CEF$ ，推出  $CG = CE = 4$ ，由此即可解决问题。

【小问 1 详解】

解：  $\because AE$ 、 $CD$  为  $\triangle ABC$  的角平分线，

$$\therefore \angle FAC = \frac{1}{2} \angle BAC, \angle FCA = \frac{1}{2} \angle BCA$$

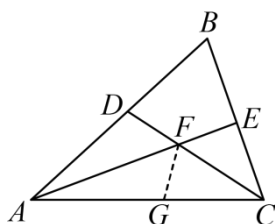
$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BCA = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AFC = 180^\circ - \angle FAC - \angle FCA = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle BCA) = 120^\circ$$

【小问2详解】

解：在  $AC$  上截取  $AG = AD = 6$ ，连接  $FG$ 。



$\because AE, CD$  为  $ABC$  的角平分线.

$$\therefore \angle FAC = \angle FAD, \angle FCA = \angle FCE,$$

$$\because \angle AFC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle CFE = 60^\circ,$$

$$\because AD = AG, AF = AF$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle AGF,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle AFG = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GFC = \angle CFE = 60^\circ,$$

$$\text{又} \because CF = CF,$$

$$\therefore \triangle CGF \cong \triangle CEF$$

$$\therefore CG = CE = 4,$$

$$\therefore AC = AG + GC = 10.$$

27. 利用角平分线构造全等三角形是常用的方法，如图①  $OP$  平分  $\angle MON$ 。点  $A$  为  $OM$  上一点，过点  $A$  作  $AC \perp OP$ ，垂足为  $C$ ，延长  $AC$  交  $ON$  于点  $B$ ，可证得  $\triangle AOC \cong \triangle BOC$ ，则  $AO = BO$ ， $AC = BC$ 。

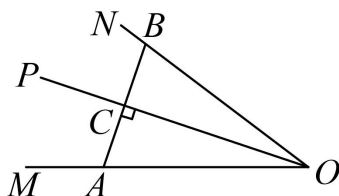


图 1

【问题提出】

(1) 如图②，在  $ABC$  中， $CD$  平分  $\angle ACB$ ， $AE \perp CD$  于点  $E$ ，若  $\angle EAC = 63^\circ$ ， $\angle B = 37^\circ$ ，通过上述构造全等的办法，求  $\angle DAE$  的度数；

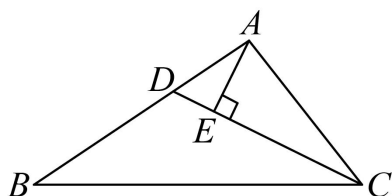


图 2

【问题探究】

(2) 如图③, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $CD$  平分  $\angle ACB$ ,  $BE \perp CD$ , 垂足  $E$  在  $CD$  的延长线上, 试探究  $BE$  和  $CD$  的数量关系;

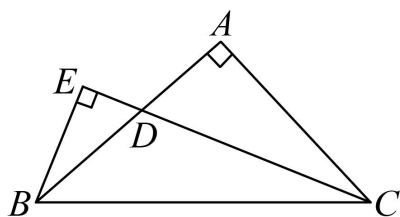


图 3

【问题解决】

(3) 如图④是一块肥沃的土地  $\triangle ABC$ , 其中  $AC$  边与灌渠相邻, 李伯伯想在这块地中划出一块直角三角形土地  $\triangle ADC$  进行水稻试验, 他进行了如下操作:

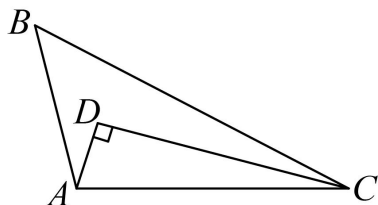


图 4

①作  $\angle ACB$  的平分线  $CD$ ;

②再过点  $A$  作  $AD \perp CD$  交  $CD$  于点  $D$ .

已知  $BC = 13$  米,  $AC = 10$  米,  $\triangle ABC$  面积为 20 平方米, 求划出的  $\triangle ACD$  的面积.

【答案】(1)  $\angle DAE = 26^\circ$ ; (2)  $BE = \frac{1}{2}CD$ , 理由见解析; (3)  $S_{\triangle ACD} = \frac{100}{13}$

【解析】

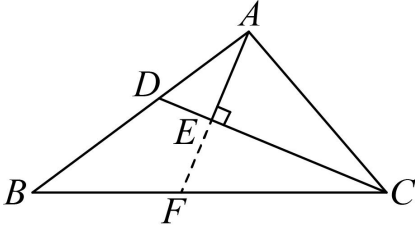
【分析】(1) 延长  $AE$  交  $BC$  于点  $F$ , 由已知可知  $AC = FC$ , 再由等腰三角形的在得  $\angle EFC = \angle EAC = 63^\circ$ , 然后由三角形的外角性质即可得出结论;

(2) 延长  $BE$ 、 $CA$  交于点  $F$ , 证  $\triangle ABF \cong \triangle ACD$  (ASA), 得  $BF = CD$ , 再由已知可知  $BE = FE = \frac{1}{2}BF$ ,

即可得出结论；

(3) 延长  $AD$  交  $BC$  于  $E$ ，由已知可知  $AD = ED$ ， $EC = AC = 10$ ，则  $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ECD}$  再由三角形面积关系得  $S_{\triangle ACE} = \frac{10}{13} S_{\triangle ABC} = \frac{200}{13}$ ，即可得出结论。

【详解】(1) 解：如图2，延长  $AE$  交  $BC$  于点  $F$ ，



由已知可知  $AC = FC$ ，

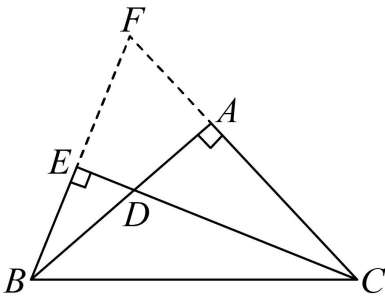
$$\therefore \angle EFC = \angle EAC = 63^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle B + \angle DAE,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle EFC - \angle B = 63^\circ - 37^\circ = 26^\circ;$$

(2) 解：  $BE = \frac{1}{2} CD$ ，证明如下：

如图，延长  $BE$ 、 $CA$  交于点  $F$ ，则  $\angle BAF = 180^\circ - \angle BAC = 90^\circ$ ，



$$\therefore BE \perp CD,$$

$$\therefore \angle BED = 90^\circ = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ABF + \angle BED = \angle ACD + \angle BAC,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ACD,$$

$$\text{又} \because AB = AC,$$

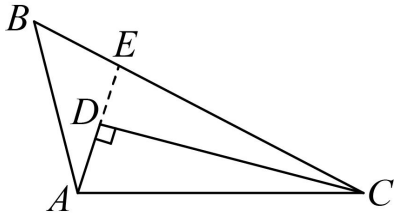
$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACD (\text{ASA}),$$

$$\therefore BF = CD,$$

$$\text{由已知可知, } BE = FE = \frac{1}{2} BF,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} CD;$$

(3) 解：如图，延长  $AD$  交  $BC$  于  $E$ ，



由已知可知， $AD = ED$ ， $EC = AC = 10$ ，

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ECD},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 20,$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{10}{13} S_{\triangle ABC} = \frac{10}{13} \times 20 = \frac{200}{13},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACE} = \frac{100}{13}.$$

**【点睛】** 本题考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，三角形的外角性质、角平分线定义以及三角形面积等知识，熟练掌握知识点的应用是解题的关键.