

上海市虹口实验中学 2024-2025 学年七年级上学期

数学 12 月月考试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列代数式 $-\frac{a+b}{3}$, $\frac{m}{\pi}$, $2x^2y$, 3^{-5} , $(x-1)^{-2}$ 中, 单项式有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 对于分式 $\frac{3xy}{3x-y}$, 当 x 、 y 都扩大到原来的 3 倍时, 分式的值 ()

- A. 不变 B. 扩大到原来的 3 倍
C. 扩大到原来的 9 倍 D. 不能确定

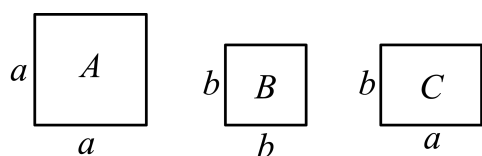
3. 分式 $\frac{4y+3x}{4a}$, $\frac{x^2-1}{x^4-1}$, $\frac{x^2-xy+y^2}{x+y}$, $\frac{a^2+2ab}{ab-2b^2}$, 中, 最简分式有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 已知 $a+b=3$, $ab=1$, 下列计算中错误的是 ()

- A. $(a-b)^2=5$ B. $a^2+b^2=7$
C. $a^4+b^4=51$ D. $(x+a)(x+b)=x^2+3x+1$

5. 如图, 正方形卡片 A 类, B 类和长方形卡片 C 类若干张, 如果要拼一个长为 $(3a+b)$, 宽为 $(a+3b)$ 的大长方形, 则需要 C 类卡片张数为 ()



- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

6. 已知 $a-b=b-c=2$, $a^2+b^2+c^2=1$, 则 $ab+bc+ac=$ ()

- A. -22 B. -11 C. 7 D. 11

二、填空题 (本大题共 16 空, 每空 2 分, 满分 32 分)

7. 若 $-2x^m y^4$ 与 $3x^4 y^n$ 是同类项, 则 m^n 的值为_____.

8. 若 $2^n + 2^n + 2^n + 2^n = 2^{10}$, 则 $n=$ _____.

9. 计算: (1) $(a^2)^{-3} \cdot (a^{-3})^{-2} =$ _____; (2) $(-2x-y)(y-2x) =$ _____.

10. 因式分解: (1) $a^3 - 9ab^2 =$ _____; (2) $x^2 - 5xy - 6y^2 =$ _____.

11. 分式 $\frac{x-2}{(x+1)^2}$ 的值为负数, 求 x 的取值范围 _____.

12. 已知 $(2x-3)^{x+3} - 1 = 0$, 则 $x =$ _____.

13. 将分式 $\frac{3a^{-1}b^2}{2x^{-2}y^{-3}}$ 表示成只含有正整数指数幂的形式 _____.

14. 将分式 $-\frac{x}{4a^2(a^2+b^2)}$ 表示成不含分母的形式 _____.

15. 已知 $x + \frac{1}{x} = 4$, 则 $\frac{x^2}{x^4 - 5x^2 + 1} =$ _____.

16. 如果关于 x 的整式 $4x^2 + 12x + (2m-1)^2$ 是完全平方式, 那么 $m =$ _____.

17. 已知关于 x 的整式 $x^2 + mx + n$ 与 $x^2 - 2x + 3$ 的积不含二次项和三次项, 则 $m + n =$ _____.

18. 如果 $(2x^2 + 2y^2 + 1)(3x^2 + 3y^2 - 1) = 1$, 那么 $x^2 + y^2 =$ _____.

19. 已知 $abc = 1$, 则 $\frac{5a}{ab+a+1} + \frac{5b}{bc+b+1} + \frac{5c}{ac+c+1} =$ _____.

20. 如果一个分式的分子或分母可以因式分解, 且这个分式不可约分, 那么我们称这个分式为“友好分

式”. 例如分式 $\frac{x-2y}{x^2-y^2}$ 是友好分式. 若 a 为整数, 且关于 x 的分式 $\frac{x-3}{x^2+ax+9}$ 是“友好分式”, 则 a 的值为 _____.

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

21. 计算: $\left[\frac{8}{3}ab\left(-\frac{1}{2}a\right)^2 + (a^2b)^2 \div 3ab \right] \div (-2a)^3$.

22. 计算: $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{6x} - \frac{1}{3x}$

23. 计算: $\frac{5x}{x^2+x-6} + \frac{6}{x^2-x-2} + \frac{4}{x^2+4x+3}$.

24. 化简: $(x^{-1} - y^{-1}) \div (x^{-2} - y^{-2}) - xy(x+y)^{-1}$

25. 计算: $\frac{x^2-4y^2}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x+2}{3x^2+6xy}$.

26. 分解因式: $(x^2+x)^2 - 8(x^2+x) + 12$

四、解答题 (6' +6' +8' =20')

27. 先化简, 再求值: $\left(\frac{2x+2}{x^2-1}+1\right)\div\frac{x+1}{x^2-2x+1}$, 其中 $x=4$.

28. 分式中, 在分子、分母都是整式的情况下, 如果分子的次数低于分母的次数, 称这样的分式为真分式,

例如 $\frac{4}{x+2}$, $\frac{3x^2}{x^3-4x}$ 是真分式, 如果分子的次数不低于分母的次数, 称这样的分式为假分式. 例如, 分式

$\frac{x+1}{x-1}$, $\frac{x^2}{x+1}$ 假分式, 一个假分式可以化为一个整式与一个真分式的和. 例如: $\frac{x+1}{x-1}=\frac{(x-1)+2}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$

(1) 将假分式 $\frac{4x-3}{2x+1}$ 为一个整数与一个真分式的和

(2) 利用上述方法解决问题: 若 x 是整数, 且分式 $\frac{x^2}{x-3}$ 的值为正整数, 求 x 的值

29 阅读理解题.

我们定义: 如果两个分式 A 与 B 的差为常数, 且这个常数为正数, 则称 A 是 B 的“和谐式”, 这个常数称为 A 关于 B 的“和谐值”.

例: 分式 $A=\frac{2x}{x+1}$, $B=-\frac{2}{x+1}$, $A-B=\frac{2x}{x+1}-\left(-\frac{2}{x+1}\right)=\frac{2x+2}{x+1}=2$, 则 A 是 B 的“和谐式”, A 关于 B 的“和谐值”为 2.

(1) 已知分式 $C=\frac{2+2x}{x-2}$, $D=\frac{3x}{x-2}$, 判断 C 是否为 D 的“和谐式”. 若不是, 请说明理由; 若是, 请
求出 C 关于 D 的“和谐值”.

(2) 已知分式 $M=\frac{E}{9-x^2}$, $N=\frac{x}{3-x}$, M 是 N 的“和谐式”, M 关于 N 的“和谐值”是 1, x 为整数, 且 M 的值也为整数,

①求 E 所表示的代数式.

②求所有符合条件的 x 的值.

(3) 已知分式 $A=\frac{ax-5}{x-2}$, $B=\frac{x-2a}{x-2}$, A 是 B 的“和谐式”, 则 A 关于 B 的“和谐值”是_____. (直接写出答案即可).

