

2024 学年度第一学期期中中学生学习能力诊断练习

七年级数学学科

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

2024. 11

考生注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 30 题;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须写出解答的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列代数式中, 能表示“ x 的平方的相反数”的一项为 ()
A. $-x^2$ B. $(-x)^2$ C. $\frac{1}{x^2}$ D. $-\frac{1}{x^2}$
2. 已知 $2a^2b$ 与 $-3a^{n-2}b$ 是同类项, 那么 n 的值为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
3. 整式 $6x^2 - 2xy^3 + 3y$ 的次数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 下列计算中, 正确的是 ()
A. $2a \cdot 3a = 6a$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $a^2 + a^3 = a^5$ D. $a^6 \div a^2 = a^3$
5. 设 $A = -x^2 + 3x + 1$, $B = -2x^2 + 3x - 1$, 已知 x 为任意有理数, 那么 $A - B$ 的值 ()
A. 一定为正 B. 一定为 0 C. 一定为负 D. 不能确定
6. 若 a 、 b 均为正整数, 且满足 $2^a + 2^a + 2^a + 2^a = 2^b \times 2^b \times 2^b \times 2^b$, 则 a 与 b 的关系正确的是 ()
A. $a = 2b$ B. $2a = b + 4$ C. $a + 2 = b^4$ D. $a + 2 = 4b$

二、填空题 (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

7. 单项式 $-11ab^3c$ 的系数是_____.
8. 合并同类项: $-3xy + 4xy =$ _____.
9. 如果 $2^{3x-1} = 1$, 那么 x 的值为_____.
10. 将 $-\frac{3}{5} - x^4 + x^3y - 3x^2y^2$ 按字母 x 降幂排列: _____.
11. 计算: $2a^6 \div a^3 =$ _____.

12. 计算: $(a-3b)^5 \cdot (3b-a)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ (结果用幂的形式表示).

13. 计算: $-2xy^2 \cdot (xy-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 在横线上填入适当的整式: $(-r-2)(\underline{\hspace{2cm}}) = r^2 - 4$.

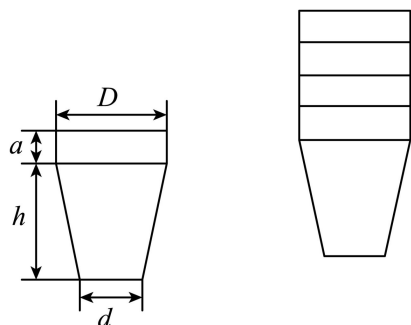
15. 计算: $(a+2b-1)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 计算: $8^8 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{20} = \underline{\hspace{2cm}}$.

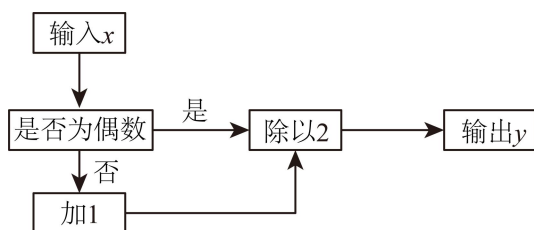
17. 已知 $a^x = 2$, $a^y = 6$, 那么 a^{2y-3x} 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 如图是 1 个纸杯和若干个叠放在一起的纸杯的示意图, 在探究纸杯叠放在一起后的总高度 H 与杯子数量 n 的变化规律的活动中, 我们可以获得以下数据 (字母), 请选用适当的字母表示 $H = \underline{\hspace{2cm}}$.

① 杯子底部到杯沿底边的高 h ; ② 杯口直径 D ; ③ 杯底直径 d ; ④ 杯沿高 a .



19. 在图的运算流程图中, 如果输出的数 $y=9$, 那么输入的数 x 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



20. 已知 $ab = 2$, $a + b = 8$, 那么 $(a^2 + 1)(b^2 + 1)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

21. 计算: $3x^2 - x(3x-4y) + 2(3x-1)$.

22. 计算: $(2x^2y^4 - 8xy^3 + x^3y^2) \div (-4xy^2)$.

23. 计算: $\left(\frac{1}{2}ab^2\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}a^2c^5\right)^2 \div (-c^2)^3$.

24. 计算: $3(a-1)^2 - 2(2a-1)(2a+1)$.

25. 计算: $(2x-t+3)(2x+t-3)$.

26. 用简便方法计算: $4^2 \times 506^2 - 2024 \frac{1}{7} \times 2023 \frac{6}{7}$.

四、解答题 (本大题共 4 题, 第 27, 28 题每题 6 分, 第 29 题 10 分, 第 30 题 8 分, 满分 30 分)

27. 先化简, 再求值: $(3a-2b)(2b-3a)-(-a+b)(-a-b)$, 其中 $a=-\frac{1}{5}$, $b=4$.

28. 已知整式 A、B、C 满足 $A-2B=3C$, 其中 $A=px^3+qx+2$, $C=4px^3+3qx-6$.

(1) 求整式 B;

(2) 当 $x=3$ 时, $A=35$, 求当 $x=-3$ 时, 整式 A 的值.

29. 如图 3, 现有三种类型的卡片:

1 号卡片: 边长为 a 的正方形卡片;

2 号卡片: 边长为 b 的正方形卡片;

3 号卡片: 相邻两边分别为 a 、 b 的长方形卡片, 其中 $a>b$.

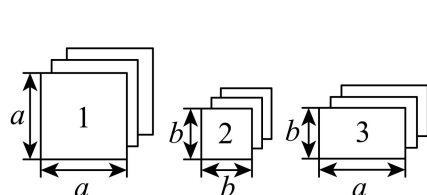


图3

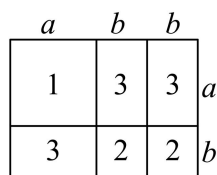


图4

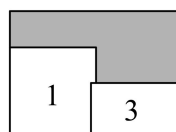


图5

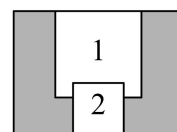


图6

(1) 填空: 如图 4, 选取 1 号卡片 1 张、2 号卡片 2 张、3 号卡片 3 张, 拼成一个长方形(不重叠无缝隙). 运用面积之间的关系说明图中所表示的数学等式: _____.

(2) 填空: 小明同学想用 x 张 1 号卡片, y 张 2 号卡片, z 张 3 号卡片拼出一个面积为 $(5a+7b)(4a+3b)$ 的长方形, 那么 $x+y+z$ 的值为_____.

(3) 现有 1 号、2 号、3 号卡片各 5 张, 请你设计: 从这 15 张卡片中取出若干张, 拼成一个最大的正方形(按原纸张进行无空隙、无重叠拼接), 画出你的拼法设计, 并写出这个最大的正方形的边长.

(4) 将某些卡片按照下列两种情形分别放入一个长方形盒子的底部, 经测得盒子底部的长方形的长比宽多 5.

情形一: 将 1 张 1 号卡片和 1 张 3 号卡片如图 5 放置, 两张卡片的相邻两边分别与长方形盒子底部的边贴合, 纸片间有重叠, 记图中阴影部分面积为 S_1 ;

情形二: 将 1 张 1 号卡片和 1 张 2 号卡片如图 6 放置, 两张卡片各有一边与长方形盒子底部的边贴合, 纸片间有重叠, 记图中阴影部分面积为 S_2 .

如果 $S_2 - S_1 = 24$ ，求 2 号卡片的边长.

30. 定义：整式 A 乘以整式 B ，得到整式 C ，如果整式 C 的项数正好比整式 A 的项数多 1，那么我们称整式 B 是整式 A 的“相邻增项式”.

(1) 如果 $A = x - 2$ ， $B = 2x + 5$ ，判断 B 是否是 A 的“相邻增项式”，并说明理由；

(2) 已知 $A = x - 3$ ， $B = x^2 + 2mx + n$ 都是关于 x 的整式且 m 、 n 均为不等于 0 的有理数.

① 填空：当 $n = 1$ 时，如果 B 是 A 的“相邻增项式”，那么 m 的值为_____；

② 设 $D = B(A + 2)$ ， $E = B - A - n$ ，如果关于 x 的整式 D 中不含 x 的二次项，且整式 E 是整式 D 的“相邻增项式”，求 n 的值.