

虹口区 2023 学年度第二学期初二年级期末学生学习诊断练习

数学 练习卷

(满分 100 分, 时间 90 分钟)

注意:

1. 本练习卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 请务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分) [下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. 下列四个函数中, 一次函数是 ()

- A. $y = x^2 - 2x$ B. $y = 2x - 1$ C. $y = \frac{1}{x} + 3$ D. $y = \sqrt{x} + 1$

2. 已知一次函数 $y = (3 - m)x + 3$, 如果函数值 y 随 x 增大而减小, 那么 m 的取值范围是 ()

- A. $m > 3$ B. $m < 3$ C. $m \geq 3$ D. $m \leq 3$

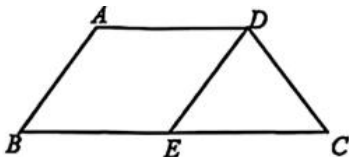
3. 下列事件中, 必然事件是 ()

- A. 上海明天太阳从西边升起
B. 任意选取两个非零实数, 它们的积为正
C. 抛掷一枚质地均匀的硬币, 落地后正面朝上
D. 在平面内画一个平行四边形, 它的内角和等于 360 度

4. 下列方程中, 有实数解的是 ()

- A. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ B. $x^2 + 1 = 0$ C. $\sqrt{x^2 - 1} = 0$ D. $\frac{1}{x^2 + 1} = 0$

5. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 是边 BC 的中点, 连接 DE , $DE \parallel AB$, 下列向量中, 不是 $\overrightarrow{AD}$ 的相反向量的是 ()



- A. $\overrightarrow{DA}$ B. $\overrightarrow{EB}$ C. $\overrightarrow{CE}$ D. $\overrightarrow{BC}$

6. 小明用四根相同长度的木条制作了一个正方形学具 (如图 1), 测得对角线 $AC = 10\sqrt{2}\text{cm}$, 将正方形学

具变形为菱形 (如图 2), $\angle DAB = 60^\circ$, 则图 2 中对角线 AC 的长为 ()

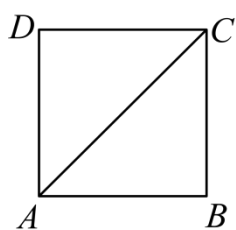


图1

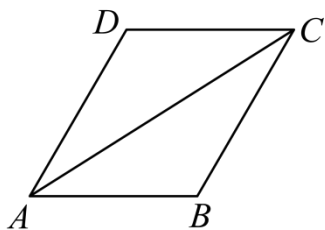


图2

- A. 20cm B. $10\sqrt{6}$ cm C. $10\sqrt{3}$ cm D. $10\sqrt{2}$ cm

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 直线 $y = -2x + 6$ 的截距是_____.

8. 方程 $\sqrt{x-2} = 3$ 的解是_____.

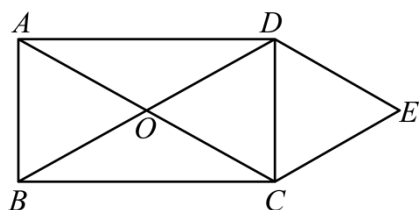
9. 如果一次函数 $y = (3m-2)x + 1$ 的图象经过 $A(1, 8)$, 那么 m 的值是_____.

10. 已知一次函数 $y = 2x + m - 1$ 的图象与 y 轴的交点在负半轴上, 那么 m 的取值范围是_____.

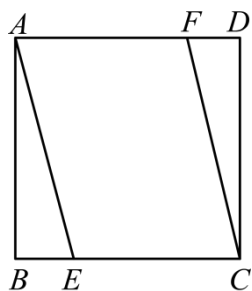
11. 用换元法解方程 $\frac{3x}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x} = 2$, 如果设 $y = \frac{x}{x^2-1}$, 那么原方程可以化为关于 y 的整式方程为_____.

12. 如果一个正多边形每一个内角都等于 144° , 那么这个正多边形的内角和是_____.

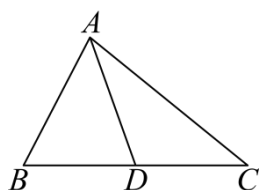
13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 且 $\angle AOD = 120^\circ$, $DE \parallel OC$, $CE \parallel OD$, 则四边形 $OCED$ 的周长为_____.



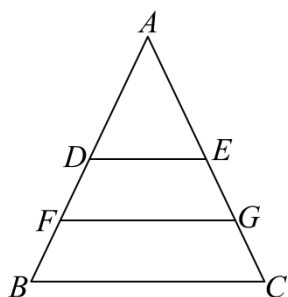
14. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E , F 分别在 BC 和 AD 边上, $BE = 2$, $AF = 6$, $AE \parallel CF$, 则 $\triangle ABE$ 的面积为_____.



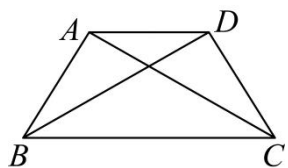
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 的中点, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AD}$ 为_____.



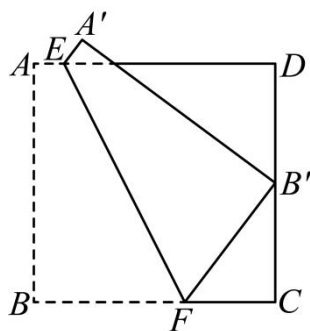
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点, F 、 G 分别是 DB 、 EC 的中点, 如果 $DE = 3$, 那么 $FG =$ _____.



17. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $\angle DBC = 30^\circ$. 如果梯形的中位线长为 6, 那么 BD 的长为_____.



18. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E 、 F 分别在边 AD 、 BC 上, 将正方形沿着 EF 翻折, 点 B 恰好落在 CD 边上的点 B' 处, 若四边形 $ABFE$ 的面积为 6, 则线段 DE 的长为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 64 分)

19. 解方程: $\frac{2}{x-3} + 1 = \frac{5}{x^2-9}$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x + 2y = 8 & \text{①} \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 & \text{②} \end{cases}$$

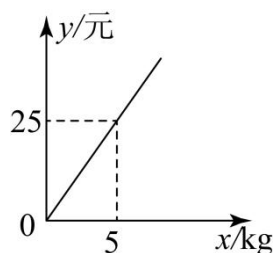
21. 一只箱子里放有 2 个白球与 1 个红球，它们除颜色外均相同.

- (1) 如果从箱子中任意摸出一个球，摸出的球是白球的概率是_____；
- (2) 如果从箱子中任意摸出一个球，不将它放回箱子，再摸出一个球，利用树形图求两次摸出的球都是白球的概率；
- (3) 如果可以往箱子里放除颜色外均相同的球，请你设计一个“摸出白球的概率为 $\frac{3}{5}$ ”的游戏方案.

22. 某食品公司产销一种食品，已知每月的生产成本 y_1 与产量 x 之间是一次函数关系，函数 y_1 与自变量 x (kg) 的部分对应值如下表:

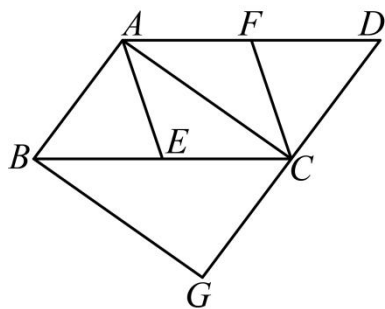
x (单位: kg)	10	20	30
y_1 (单位: /元)	3030	3060	3090

- (1) 求 y_1 与 x 之间的函数关系式；
- (2) 经过试销发现，这种食品每月的销售收入 y_2 (元) 与销量 x (kg) 之间满足如图所示的函数关系



- ① y_2 与 x 之间的函数关系式为_____；
- ② 假设该公司每月生产的该种食品均能全部售出，那么该公司每月至少要生产该种食品多少 kg，才不会亏损？

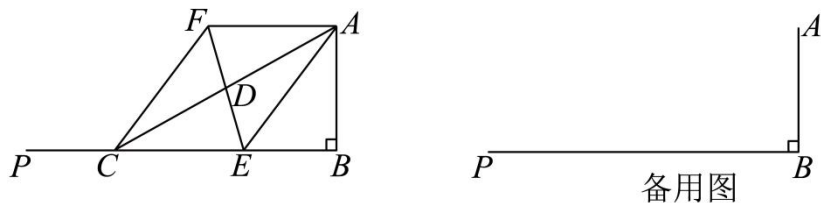
23. 如图，在 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是边 BC 、 AD 的中点，连接 AE 、 CF ， AC 平分 $\angle DAE$.



- (1) 求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

(2) 过点 B 作 BG 与 DC 的延长线交于点 G ，且 $\angle GBC = \angle CAE$ ．求证：四边形 $ABGC$ 是矩形．

24. 如图，已知 $\angle ABP = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ，点 C 、 E 在射线 BP 上（点 C 、 E 不与点 B 重合且点 C 在点 E 的左侧），连接 AC 、 AE ， D 为 AC 的中点，过点 C 作 $CF \parallel AE$ ，交 ED 的延长线于点 F ，连接 AF ．



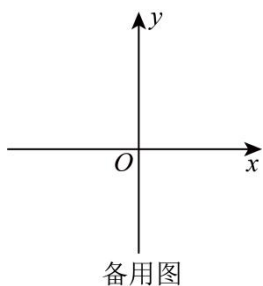
(1) 求证：四边形 $ABCF$ 是梯形；

(2) 如果 $CE = 5$ ，当 $\triangle CDE$ 为等腰三角形时，求 BC 的长．

25. 已知直线 $y = kx + b$ （其中 $kb \neq 0$ ），我们把直线 $y = bx + k$ 称为直线 $y = kx + b$ 的“轮换直线”．例如：

直线 $y = 3x + 2$ 的“轮换直线”是直线 $y = 2x + 3$ ．

在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $l_1: y = x + m$ ($m \neq 1$) 的“轮换直线”是直线 l_2 ， l_1 交 y 轴于点 A ， l_2 交 y 轴于点 B ， l_1 和 l_2 相交于点 M ．



(1) 如果直线 l_1 经过点 $(-1, -3)$ ．

①求直线 l_1 、 l_2 的表达式和点 M 的坐标；

②点 N 是平面内一点，如果四边形 $AMBN$ 是等腰梯形，且 $AM \parallel BN$ ，求点 N 的坐标．

(2) 将 AM 绕点 A 顺时针旋转 90° ，点 M 的对应点 M_1 落在与直线 l_2 平行的直线 l_3 上．小明说：“直线 l_3 一定经过一个定点．”你认为他的说法是否正确？如果正确，请求这个定点；如果不正确，请说明理由．