

上海科技大学附属学校 2024-2025 学年第二学期期中测评

八年级数学学科

(测试时间 100 分钟, 满分 150 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 下列函数中, 为一次函数的是 ()

A. $y = \frac{k}{x} + 1$

B. $y = -2x$

C. $y = x^2 + 1$

D. $y = kx + 1$ (k 是任意常数).

2. 在下列方程中, 有实数解的方程是 ()

A. $\sqrt{x-1} + 1 = 0$

B. $x^2 + 1 = 0$

C. $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x} = 0$

D. $x^2 + x + 4 = 0$

3. 一次函数 $y = x - 3$ 的图象不经过 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

4. 甲队为 A 小区安装 60 台热水器, 乙队为 B 小区安装 66 台热水器, 两队同时开工恰好同时完工, 乙队比甲队每天多安装 2 台, 设乙队每天安装 x , 则下列方程正确的是 ()

A. $\frac{66}{x} = \frac{60}{x-2}$

B. $\frac{66}{x-2} = \frac{60}{x}$

C. $\frac{66}{x} = \frac{60}{x+2}$

D. $\frac{66}{x+2} = \frac{60}{x}$

5. 已知四边形 ABCD 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O, $AD \parallel BC$, 下列判断中错误的是 ()

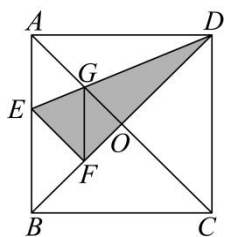
A. 如果 $AB=CD$, $AC=BD$, 那么四边形 ABCD 是矩形

B. 如果 $AB \parallel CD$, $AC=BD$, 那么四边形 ABCD 是矩形

C. 如果 $AD=BC$, $AC \perp BD$, 那么四边形 ABCD 是菱形

D. 如果 $OA=OC$, $AC \perp BD$, 那么四边形 ABCD 是菱形

6. 如图, 在正方形纸片 ABCD 中, 对角线 AC、BD 相交于点 O, 折叠正方形纸片 ABCD, 使 AD 落在 BD 上, 点 A 恰好与 BD 上的点 F 重合, 展开后, 折痕 DE 分别交 AB、AC 于点 E、G, 连接 GF, 下列结论: ① $\angle AGD = 112.5^\circ$; ② $\frac{AD}{AE} = 2$; ③ $S_{\triangle AGD} = S_{\triangle OGD}$; ④ 四边形 AEGF 是菱形; ⑤ $BE = 2OG$, 其中正确结论有 () 个



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

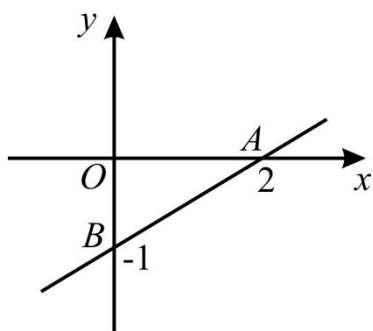
二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 方程 $\sqrt{x-1}-2=0$ 的解是_____.

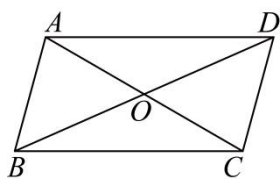
8. 如果把直线 $y=3x+5$ 向下平移 4 个单位, 那么得到的直线的表达式为_____.

9. 如果 n 边形的内角和是它外角和的 3 倍, 则 n 等于_____

10. 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点, 那么当 $y<0$ 时, 自变量 x 的取值范围是_____.

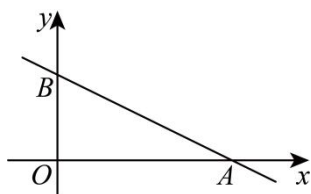


11. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O , $AC=12$, $BD=16$, 且 AOB 的周长为 19, 则 CD 的长为_____.



12. 直角坐标系中一次函数的图像与坐标轴围成的三角形, 叫做此一次函数的坐标三角形. 例如, 图中的一次函数图像与 x 、 y 轴分别交于点 A 、 B , 则 $\triangle ABO$ 为此一次函数的坐标三角形. 由以上可知, 一次函数

$y=-\frac{1}{2}x+3$ 的坐标三角形的面积是_____.



13. 换元法是把方程中某些量看作一个整体, 再整体代入方程的一种方法. 用换元法解方程

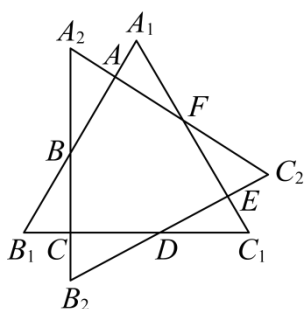
$\frac{3x}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{x} = \frac{5}{2}$ 时, 若设 $\frac{x}{x^2-1} = y$, 则原方程变形后可以表示为关于 y 的一元二次方程的一般式是_____.

14. 梯形的上下底分别为 3 和 7, 一腰长为 6, 则另一腰长 x 的取值范围是_____.

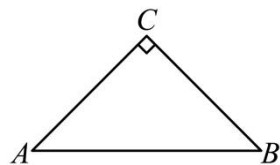
15. 菱形的边长为 5cm, 两条对角线之比为 3:4, 则菱形一边上的高的长度为_____ cm.

16. 已知点 P 在直线 $y = x$ 上, P 到 $(0,1)$ 的距离和到直线 $y = -1$ 的距离相等, 则点 P 的坐标为_____.

17. 如图: 边长为 1 的等边 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中心为 O (垂直平分线的交点), 将正 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕中心 O 旋转到 $\triangle A_2B_2C_2$, 使得 $A_2B_2 \perp B_1C_1$. 则两三角形的公共部分 (即六边形 $ABCDEF$) 的面积为_____.



18. 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 2$, E 为射线 CB 上一点, 将 $\triangle AEB$ 沿着 AE 翻折, 点 B 的对应点为点 B' , 且 B' 落在 ABC 的对称轴上, 则 $CE =$ _____.



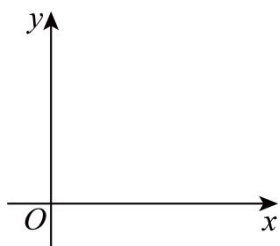
三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 8 分, 满分 32 分)

19. 解方程: $\frac{x-5}{x^2-1} + 1 = \frac{3}{x+1}$

20. 解方程: $\sqrt{2x^2-1} + x - 2 = 0$.

21. 解方程组: $\begin{cases} x+y=6, \\ x^2-3xy+2y^2=0. \end{cases}$

22. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $A(0, m)$ 和点 $B(6, 4)$.

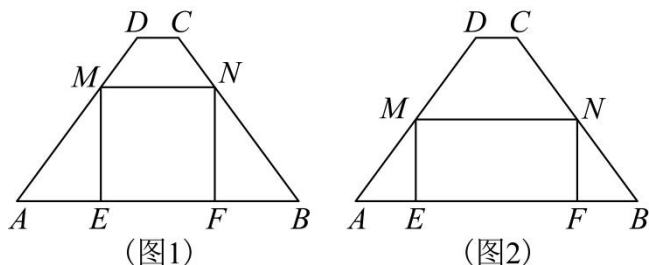


(1) 若一次函数的函数值随着 x 的增大而增大, 则 m 满足的条件是_____.

(2) 在 x 轴上有一点 $P(3,0)$ ，且 $\angle BPA = 90^\circ$ ，求点 A 的坐标.

四、解答题 (本大题共 3 题，每题各 12 分，满分 36 分)

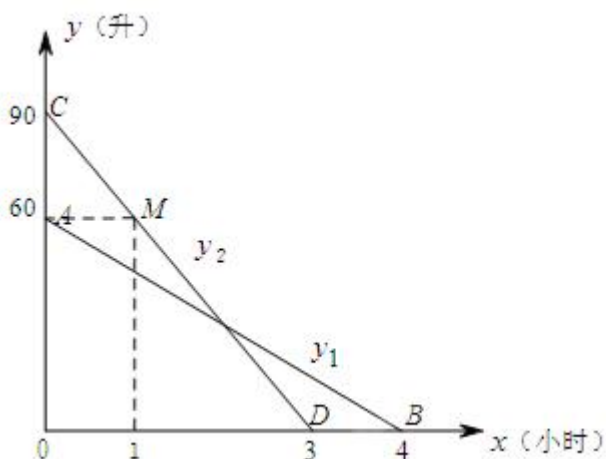
23. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB = 7$ ， $CD = 1$ ， $AD = BC = 5$. 点 M 、 N 分别在边 AD 、 BC 上运动，并保持 $MN \parallel AB$ ， $ME \perp AB$ ， $NF \perp AB$ ，垂足分别为 E 、 F .



(1) 求梯形 $ABCD$ 的面积;

(2) 若 M 、 N 分别是 AD 、 BC 的中点，连接 AN 、 DN ，求 $\triangle ADN$ 的面积.

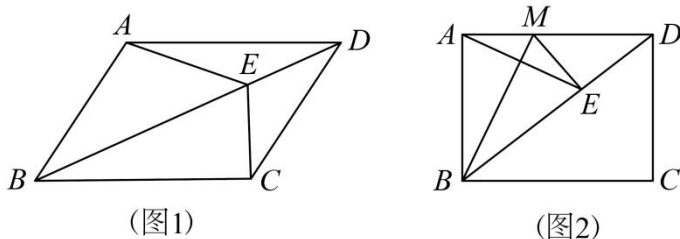
24. 如图，线段 AB ， CD 分别是一辆轿车和一辆客车在行驶过程中油箱内的剩余油量 y_1 (升)、 y_2 (升) 关于行驶时间 x (小时) 的函数图象.



(1) 分别求 y_1 、 y_2 关于 x 的函数解析式，并写出定义域;

(2) 如果两车同时从相距 300 千米的甲、乙两地出发，相向而行，匀速行驶，已知轿车的行驶速度比客车的行驶速度快 30 千米/小时，且当两车在途中相遇时，它们油箱中所剩余的油量恰好相等，求两车的行驶速度.

25. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， E 为对角线 BD 上任一点.



(1) 连接 EA 、 EC ，若 $EA = EC$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 若 M 在 AD 上, 连接 EA 、 ME , 若 $\angle BEM = \angle C$, $\angle DME = \angle EDC$, 判断四边形 $ABCD$ 的形状并证明.

五、综合题 (本大题共 2 题, 每题各 11 分, 满分 22 分)

26. 定义 $\{a, b, c\}$ 为函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的“特征数”. 如: 函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 的“特征数”是 $\{1, -2, 3\}$,

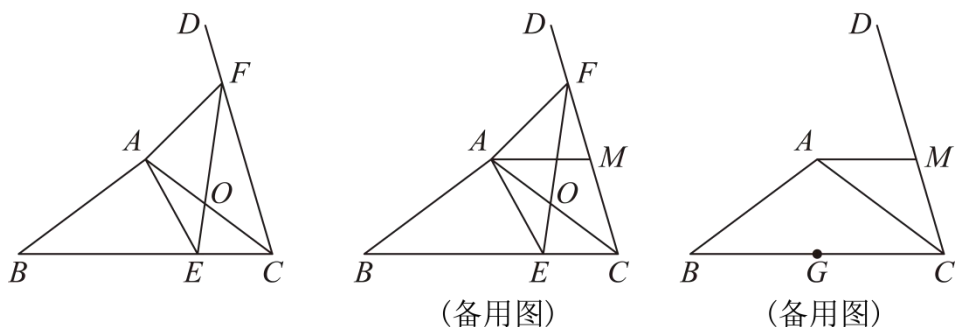
函数 $y = 2x + 3$ 的“特征数”是 $\{0, 2, 3\}$, 函数 $y = -x$ 的“特征数”是 $\{0, -1, 0\}$

(1) 将“特征数”是 $\{0, -2, 8\}$ 的函数图像向下平移 5 个单位, 得到一个新函数, 求这个新函数的解析式.

(2) 在 (1) 中, 平移前的函数分别与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 两点, 平移后的函数与 y 轴交于 C 点, D 、 C 两点关于平移前的函数对称, 若四边形 $DCEF$ 是正方形, 求 D 、 E 的坐标.

(3) 若“特征数”是 $\{0, 0, 1\}$ 的函数与 y 轴交于 A , “特征数”是 $\{0, -2, 8\}$ 的函数与“特征数”是 $\{0, 2, 0\}$ 的函数的交点 P , 点 G 在 x 轴上, M 在“特征数”是 $\{0, -2, 8\}$ 的函数图像上, A 、 P 、 G 、 M 为顶点的四边形是平行四边形, 直接写出 M 坐标.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$, AC 平分 $\angle BCD$, 点 E 、 F 分别为边 BC 和射线 CD 上的点 (E 与 B , C 不重合), 且 $\angle EAF = \angle BAC$, 连接 EF 交 AC 于点 O .



(1) 若 $AF \perp FC$, 求 BE .

(2) 若 $\triangle AEO$ 为等腰三角形, 求 BE 的长.

(3) 过点 A 作 $AM \parallel BC$ 交 CD 于 M , 取 EF 中点为 N , BC 中点为 G , 若四边形 $MNGE$ 为梯形, 直接写出 BE 的长.