

2024 学年度第二学期八年级数学期末作业调研

(满分 100 分，考试时间 90 分钟)

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分，每题只有一个选项正确)

1. 下列四个函数中，一次函数是 ()

A. $y = x^2 - 2x$

B. $y = x^2 - (x-1)^2$

C. $y = \frac{1}{x-3}$

D. $y = \sqrt{x} + 1$

2. 已知一次函数 $y = mx + 1 - 3x$ ，如果函数值 y 随 x 的增大而减小，那么 m 的取值范围是 ()

A. $m > 0$

B. $m < 0$

C. $m < 3$

D. $m > 3$

3. 下列事件中，确定事件是 ()

A. 上海明天太阳从西边升起

B. 任意两个非零实数，它们的积为正

C. 抛掷一枚质地均匀的硬币，落地后正面朝上

D. 两条直线被第三条直线所截，同位角相等

4. 下列方程中，有实数解的是 ()

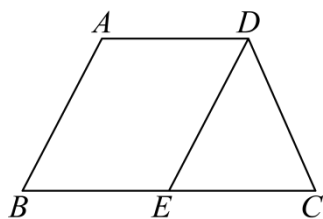
A. $\frac{x-1}{x} = \frac{x-1}{1}$

B. $x^2 + 1 = 0$

C. $\frac{1}{x^2+1} = 0$

D. $\sqrt{x} + 1 = 0$

5. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = \frac{1}{2}BC$ ， E 为 BC 中点，连接 DE ，下列向量中，不是 $\overrightarrow{AD}$ 的相反向量的是 ()



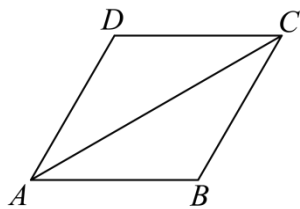
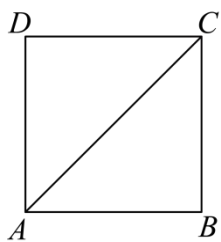
A. $\overrightarrow{DA}$

B. $\overrightarrow{EB}$

C. $\overrightarrow{BE}$

D. $\overrightarrow{CE}$

6. 如图，用四根相同长度的木条制作成正方形 $ABCD$ ，测得对角线 AC 长为 $5\sqrt{2}$ ，如果将此正方形变形为菱形，且 $\angle DAB = 60^\circ$ ，那么菱形对角线 AC 长为 ()



A. 10

B. $5\sqrt{6}$

C. $5\sqrt{3}$

D. $5\sqrt{2}$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 直线 $y = 2x - 6$ 的截距是_____.

8. 方程 $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 的解是_____.

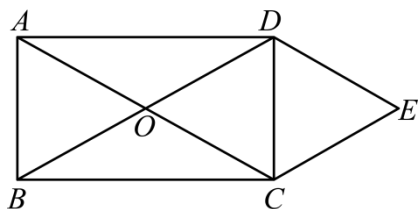
9. 如果一次函数 $y = 3mx + 1$ 的图像经过点 $A(1, 7)$, 那么 m 的值是_____.

10. 如果一次函数 $y = 2x + m - 1$ 的图像与 x 轴的交点在 x 轴的正半轴上, 那么 m 的取值范围是_____.

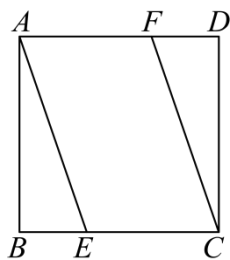
11. 用换元法解分式方程 $\frac{x}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{3x} = 2$ 时, 如果设 $\frac{x}{x^2-1} = y$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

12. 如果一个多边形的每个内角都是 135° , 那么其内角和为_____.

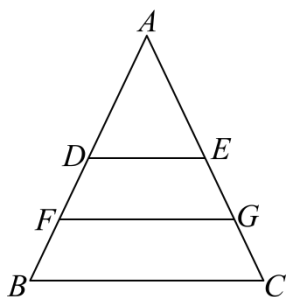
13. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , 且 $\angle AOD = 120^\circ$, 过点 D 作 AC 的平行线, 过点 C 作 BD 的平行线, 两平行线交于点 E , 那么四边形 $OCED$ 的面积是_____.



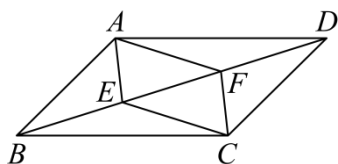
14. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 AD 上, $BE = 2$, $AF = 4$, 如果 $AE \parallel CF$, 那么 $\triangle ABE$ 的周长是_____.



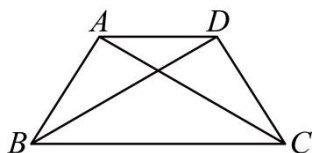
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点, F 、 G 分别是 DB 、 EC 的中点, 如果 $DE = 3$, 那么 $FG =$ _____.



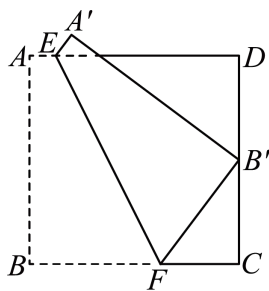
16. 如图, 点 E 、 F 在平行四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 上, 且 $BE = DF$. 设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{c}$, 用 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 表示: $\overrightarrow{AE} =$ _____.



17. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $\angle DBC = 30^\circ$, 若该梯形的中位线长为 3, 则 $BD =$ _____.



18. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E 、 F 分别在边 AD 和 BC 上, 将该正方形沿着 EF 翻折, 点 A 落在 A' 处, 点 B 恰好落在边 CD 上的点 B' 处, 如果四边形 $ABFE$ 的面积为 6, 那么 $\triangle B'FC$ 的面积是 _____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 64 分)

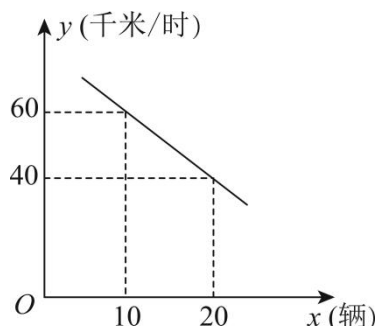
19. 解方程: $\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} = 1$

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x+3y=12 \\ x^2-2xy-3y^2=0 \end{cases}$$

21. 十二生肖是悠久的中国民俗文化符号, 世界多国在春节期间发行生肖邮票, 以此来表达对中国新年的祝福. 甲同学购买了一套生肖邮票, 他把其中的“虎”、“兔”、“龙”、“蛇” 4 张邮票背面朝上放在桌面上 (邮票背面完全相同).

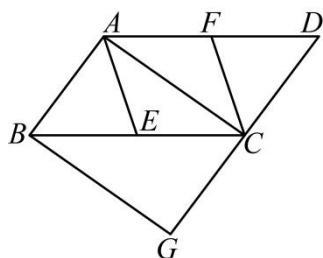
- (1) 如果乙同学从中随机抽取一张，摸出的邮票是“龙”的概率是_____；
- (2) 如果乙同学从中随机抽取两张，利用树状图求抽取的两张邮票恰好是“虎”和“龙”的概率；
- (3) 如果可以往桌面上放任意生肖邮票（不限一套邮票），请你设计一个概率为 $\frac{3}{5}$ 的游戏方案.

22. 某地区交通管理部门通过对道路流量的大数据分析可知，某高架路上车辆的平均速度 y （千米/时）与高架路上每百米车的数量 x （辆）的关系如图所示.

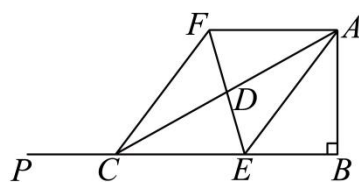


- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式（不必写 x 的取值范围）；
- (2) 如果某时刻监测到这一高架路上车辆的平均速度为 30 千米/时.
- ①求该时刻高架路上每百米车的数量；
- ②如果车辆的平均速度小于 20 千米/时，将严重拥堵，需启动限流措施. 而此刻开始这一高架路上每百米车辆数每 4 分钟增加 1 辆，为了避免严重拥堵，那么最晚几分钟需启动限流措施？

23. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是边 BC 和 AD 的中点，连接 AE 、 CF ， CA 平分 $\angle FCE$.



- (1) 求证：四边形 $AECF$ 是菱形；
- (2) 作 $\angle GBC = \angle CAE$ ， BG 与 DC 的延长线交于点 G . 求证：四边形 $ABGC$ 是矩形.
24. 如图，已知 $\angle ABP = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ，点 C 、 E 在射线 BP 上（点 C 、 E 不与点 B 重合且点 C 在点 E 的左侧），连接 AC 、 AE ， D 为 AC 的中点，过点 C 作 $CF \parallel AE$ ，交 ED 的延长线于点 F ，连接 AF .



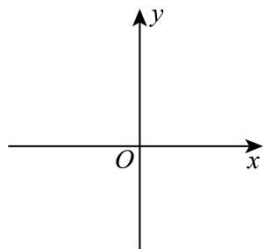
- (1) 求证：四边形 $ABCF$ 是梯形；
- (2) 如果 $CE = 5$ ，当 $\triangle CDE$ 为等腰三角形时，求 BC 的长.

25. 已知直线 $y = kx + b$ (其中 $kb \neq 0$), 我们把直线 $y = bx + k$ 称为直线 $y = kx + b$ 的“轮换直线”. 例如:

直线 $y = 3x + 2$ 的“轮换直线”是直线 $y = 2x + 3$.

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 $l_1: y = x + m$ ($m \neq 1$) 的“轮换直线”是直线 l_2 , l_1 交 y 轴于点 A , l_2

交 y 轴于点 B , l_1 和 l_2 相交于点 M .



备用图

(1) 如果直线 l_1 经过点 $(-1, -3)$.

①求直线 l_1 、 l_2 的表达式和点 M 的坐标;

②点 N 是平面内一点, 如果四边形 $AMBN$ 是等腰梯形, 且 $AM \parallel BN$, 求点 N 的坐标.

(2) 将 AM 绕点 A 顺时针旋转 90° , 点 M 的对应点 M_1 落在与直线 l_2 平行的直线 l_3 上. 小明说: “直线 l_3 一定经过一个定点.” 你认为他的说法是否正确? 如果正确, 请求这个定点; 如果不正确, 请说明理由.