

上海市民办至德实验学校 2024-2025 学年下学期七年级期末数学试卷

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 已知三角形的两条边长分别为 7cm 和 3cm ，则第三条边长可以是（ ）

- A. 2cm B. 3cm C. 6cm D. 10cm

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系，进行求解即可.

【详解】解：设三角形的第三条边长为 $x\text{ cm}$ ，

则 $7-3 < x < 7+3$ ，即 $4 < x < 10$ ，

$\therefore$ 第三条边长可以是 6cm ，

故选 C.

【点睛】本题考查三角形的三边关系. 熟练掌握三角形的任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边，是解题的关键.

2. 如果 $a > b$ ，那么下列不等式中正确的是（ ）

- A. $a-b < 0$ B. $a+6 < b-6$
C. $ac^2 > bc^2$ D. $-\frac{a}{9}+1 < -\frac{b}{9}+1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的性质，熟知不等式的性质是解题的关键：不等式两边同时加上或减去一个数或者式子，不等号不改变方向，不等式两边乘以乘以或除以一个正数，不等号不改变方向，不等式两边同时乘以或除以一个负数，不等号改变方向.

【详解】解：A、由 $a > b$ 可得 $a-b > 0$ ，原不等式错误，不符合题意；

B、由 $a > b$ 可得 $ac^2 > bc^2$ ($c \neq 0$)，原不等式错误，不符合题意；

C、由 $a > b$ 可得 $a-b > 0$ ，原不等式错误，不符合题意；

D、由 $a > b$ 可得 $-\frac{a}{9} < -\frac{b}{9}$ ，则 $-\frac{a}{9}+1 < -\frac{b}{9}+1$ ，原不等式正确，符合题意；

故选：D.

3. 下列说法中错误的个数是（ ）

(1) 过一点有且只有一条直线与已知直线平行

- (2) 不相交的两条直线叫做平行线
- (3) 在同一平面内，两条直线的位置关系只有相交、平行两种
- (4) 相等的角是对顶角

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了平行公理，平行线的定义，对顶角与邻补角，是基础题，熟练掌握定义与性质是解题的关键. 根据平行公理，平行线的定义，对顶角与邻补角，逐一分析作出判断.

【详解】 解：(1) 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行. 故说法错误；

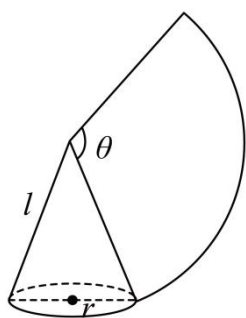
(2) 在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线. 故说法错误；

(3) 在同一平面内，两条直线的位置关系只有相交、平行两种，故说法正确；

(4) 相等的角不一定是对顶角，故说法错误.

故选： C.

4. 用一个半径为 20，圆心角为 108° 的扇形围成一个如图所示的圆锥，则这个圆锥的底面半径是 ()



A. 6 B. 5 C. 6π D. 5π

【答案】 A

【解析】

【分析】 设这个圆锥的底面半径为 r ，由于圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长，则根据弧长公式得到 $2\pi r = \frac{108\pi \times 20}{180}$ ，然后解方程即可. 本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

【详解】 解：设这个圆锥的底面半径为 r ,

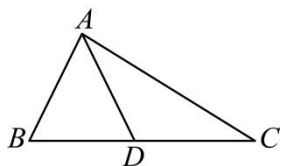
根据题意得 $2\pi r = \frac{108\pi \times 20}{180}$,

解得 $r = 6$,

即这个圆锥的底面半径是 6.

故选: A.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $AB = AD = DC$, $\angle B = 64^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 ()



A. 34°

B. 64°

C. 29°

D. 32°

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查的是等腰三角形的性质, 三角形外角的性质, 熟知等腰三角形的两底角相等是解答此题的关键.

先根据等腰三角形的性质求出 $\angle ADB$ 的度数, 根据等腰三角形的性质和三角形外角的性质即可得出结论.

【详解】 解: $\because AB = AD$, $\angle B = 64^\circ$,

$$\therefore \angle ADB = \angle B = 64^\circ,$$

$$\because AD = CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle DAC,$$

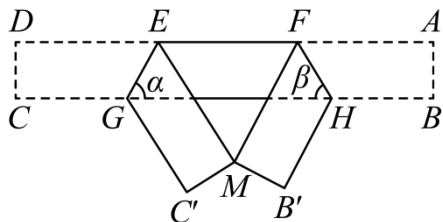
$$\because \angle C + \angle DAC = \angle ADB,$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle ADB = 32^\circ.$$

故选: D.

6. 如图, 现有一张长方形纸片 $ABCD$, 点 E, F 在 AD 上, 点 G, H 在 BC 上, 分别沿 EG, FH 折叠, 使点 D 和点 A 都落在点 M 处, 点 C 的对应点为点 C' . 点 B 对应点为点 B' . 若 $\angle \alpha + \angle \beta = 132^\circ$, 则

$\angle C'MB'$ 的度数为 ()



A. 104°

B. 106°

C. 96°

D. 132°

【答案】C

【解析】

【分析】由平行线的性质得到 $\angle DEG = \angle \alpha$ ， $\angle AFH = \angle \beta$ ．根据 $\angle \alpha + \angle \beta = 132^\circ$ 得到 $\angle DEG + \angle AFH = 132^\circ$ ，由折叠得到 $\angle DEM = 2\angle DEG$ ， $\angle AFM = 2\angle AFH$ ．即可由 $\angle MEF + \angle MFE = 180^\circ - \angle DEM + 180^\circ - \angle AFM = 360^\circ - 2(\angle DEG + \angle AFH) = 96^\circ$ ，根据三角形的内角和定理可得 $\angle EMF = 180^\circ - (\angle MEF + \angle MFE) = 84^\circ$ ，由周角的定义得到答案．此题考查了平行线的性质、折叠的性质、邻补角等知识点，熟练掌握折叠的性质是解题的关键．

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是长方形，

∴ $AD \parallel BC$ ．

∴ $\angle DEG = \angle \alpha$ ， $\angle AFH = \angle \beta$ ．

∴ $\angle DEG + \angle AFH = \angle \alpha + \angle \beta = 132^\circ$ ，

∵ 点 E ， F 在 AD 上，点 G ， H 在 BC 上，分别沿 EG ， FH 折叠，使点 D 和点 A 都落在点 M 处，点 C 的对应点为点 C' ．点 B 对应点为点 B' ，

∴ $\angle DEM = 2\angle DEG$ ， $\angle AFM = 2\angle AFH$ ， $\angle C'ME = \angle B'MF = 90^\circ$ ．

∴ $\angle MEF + \angle MFE = 180^\circ - \angle DEM + 180^\circ - \angle AFM$

$= 180^\circ - 2\angle DEG + 180^\circ - 2\angle AFH$

$= 360^\circ - 2(\angle DEG + \angle AFH)$

$= 360^\circ - 2 \times 132^\circ$

$= 96^\circ$ ．

∴ $\angle EMF = 180^\circ - (\angle MEF + \angle MFE) = 84^\circ$ ，

∴ $\angle C'MB' = 360^\circ - \angle EMF - \angle C'ME - \angle B'MF = 360^\circ - 84^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 96^\circ$ ．

故选：C．

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. “ x 与 2 的差小于 x 的 3 倍” 用不等式表示为 _____．

【答案】 $x - 2 < 3x$

【解析】

【分析】本题考查了列一元一次不等式．理解题意并正确的列一元一次不等式是解题的关键．

依题意得， $x - 2 < 3x$ ．

【详解】解：由题意知，“ x 与 2 的差小于 x 的 3 倍” 用不等式表示为 $x - 2 < 3x$ ，

故答案为： $x - 2 < 3x$ ．

8. 已知一个等腰三角形的两边分别为 5 和 10, 则它的周长为 ____.

【答案】 25

【解析】

【分析】 分别从①若 5 是底边长, 10 是腰长与②若 10 是底边长, 5 是腰长去分析, 即可求得答案, 注意检验是否能组成三角形.

【详解】 解: ①若 5 是底边长, 10 是腰长,

则 5, 10, 10 能组成三角形,

则它的周长是: $5 + 10 + 10 = 25$;

②若 10 是底边长, 5 是腰长,

$\because 5 + 5 = 10$,

$\therefore 5, 5, 10$ 不能组成三角形, 舍去;

$\therefore$ 它的周长是 25.

故答案是: 25.

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质与三角形的三边关系, 解题的关键是利用分类讨论思想进行解答.

9. 一个圆柱和一个圆锥, 体积之比是 4:3, 底面半径之比是 2:5, 那么这个圆柱和圆锥的高之比是 ____.

【答案】 25:9

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱与圆锥的体积, 分别表示出圆柱和圆锥的体积, 再进行相比得到答案.

【详解】 解: 设圆柱的底面圆半径为 $2r$, 高为 h_1 , 圆锥底面圆半径为 $5r$, 高为 h_2 ,

$\because$ 圆柱和圆锥的体积之比是 4:3,

$$\therefore \pi \times (2r)^2 h_1 : \frac{1}{3} \pi \times (5r)^2 h_2 = 4:3,$$

$$\therefore 4\pi r^2 h_1 : \frac{25}{3} \pi r^2 h_2 = 4:3,$$

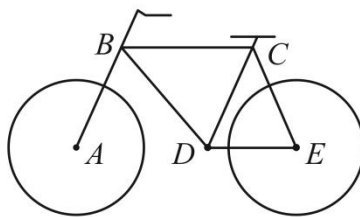
$$\therefore h_1 : h_2 = 25:9,$$

故答案为: 25:9.

10. 如图①, “二八大杠” 传统老式自行车承载了一代人的回忆, 图②是它的几何示意图. 已知 $BC \parallel DE$, $AB \parallel CD$, 当 $\angle ABD = 72^\circ$, $\angle CBD = 42^\circ$ 时, $\angle CDE$ 的度数为 ____ $^\circ$.



图①



图②

【答案】 66

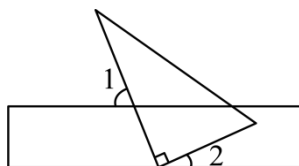
【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质. 根据 $AB \parallel CD$, 可得 $\angle BDC = \angle ABD = 72^\circ$, 根据 $BC \parallel DE$, 可得 $\angle DBC + \angle BDE = 180^\circ$, 由此可得 $\angle BDE = 180^\circ - \angle DBC$, $\angle CDE = \angle BDE - \angle BDC$ 即可得解.

【详解】 解: $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle BDC = \angle ABD = 72^\circ$,
 $\because BC \parallel DE$,
 $\therefore \angle DBC + \angle BDE = 180^\circ$,
 $\therefore \angle BDE = 180^\circ - \angle DBC = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$,
 $\therefore \angle CDE = \angle BDE - \angle BDC = 138^\circ - 72^\circ = 66^\circ$,

故答案为: 66.

11. 如图, 将一块直角三角板的直角顶点放在一个长方形纸片的一边上, 那么 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____ 度.



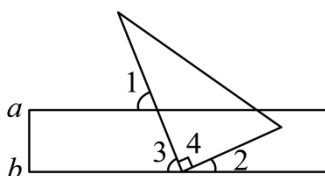
【答案】 90

【解析】

【分析】 根据 $a \parallel b$ 得到 $\angle 1 = \angle 3$, 结合 $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, 解答即可.

本题考查了平行线的性质, 邻补角的定义, 熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

【详解】 $\because a \parallel b$,



$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

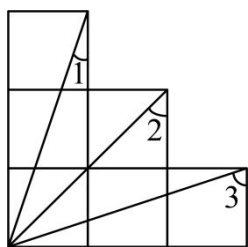
$$\because \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ, \quad \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

故答案为：90.

12. 如图为 6 个边长相等的正方形的组合图形，则 $\frac{2}{3}(\angle 1 + \angle 3) + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

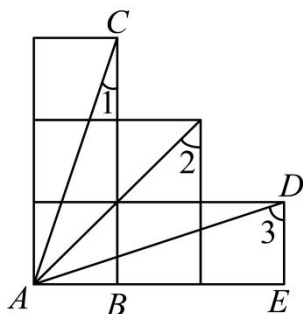


【答案】 105° ## 105 度

【解析】

【分析】 利用“边角边”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEA$ ，根据全等三角形对应角相等可得 $\angle 1 = \angle DAE$ ，然后求出 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，再判断出 $\angle 2 = 45^\circ$ ，然后计算即可得解. 本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的性质.

【详解】 解： 6 个边长相等的正方形的组合图形，如图，



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEA$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle ABC = \angle DEA = 90^\circ, \\ BC = EA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEA \quad (SAS),$$

$$\therefore \angle 1 = \angle DAE,$$

$$\because \angle 3 + \angle DAE = 90^\circ,$$

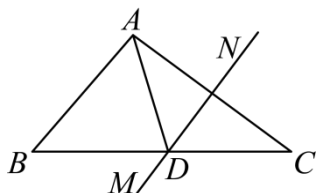
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 2 = 45^\circ,$$

$$\therefore \frac{2}{3}(\angle 1 + \angle 3) + \angle 2 = \frac{2}{3} \times 90^\circ + 45^\circ = 105^\circ,$$

故答案为： 105° 。

13. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，分别以点 A 和点 C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 M ， N ，作直线 MN ，交 BC 于点 D ，连接 AD ，则 $\angle BAD$ 的度数为_____。



【答案】 60° ##60 度

【解析】

【分析】 本题主要考查基本作图，线段垂直平分线的性质是解题的关键。由线段垂直平分线的性质可得 $AD = DC$ ，根据等边对等角得到 $\angle DAC = \angle C = 35^\circ$ ，根据内角和定理求得 $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 95^\circ$ ，最后根据角度的和差关系即可得到答案。

【详解】 解：由作图可知： MN 为线段 AC 的垂直平分线，

$$\therefore AD = DC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle C = 35^\circ,$$

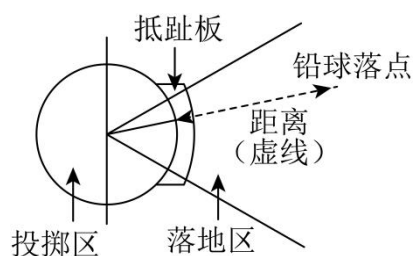
在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 95^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 60^\circ,$$

故答案为： 60° 。

14. 学校的铅球场地，由投掷区、抵趾板和落地区组成。如图所示，运动员推出的铅球着地后会留下痕迹。裁判员会按照如下步骤测量并给出成绩：①将皮尺的零刻度线拉至铅球落点；②将皮尺的另一端拉长并经过投掷区的圆心；③将皮尺拉直，读取皮尺上落在投掷区抵趾板内沿处的数值，作为运动员的成绩。确定铅球比赛成绩的数学公理是_____。



【答案】 圆上的点到圆心的距离相等

【解析】

【分析】 本题考查了圆的基本概念，根据圆上的点到圆心的距离相等即可解答.

【详解】 解：根据题意确定铅球比赛成绩的数学公理是：圆上的点到圆心的距离相等.

故答案为：圆上的点到圆心的距离相等.

15. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x+2>1 \\ x-2m\geq 1 \end{cases}$ 有 4 个整数解，那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-2.5 < m \leq -2$

【解析】

【分析】 根据题意，得出关于 m 的不等式，据此进行计算即可. 本题主要考查了一元一次不等式组的整数解，能根据题意得出关于 m 的不等式是解题的关键.

【详解】 解：解不等式 $-x+2>1$ 得， $x<1$,

解不等式 $x-2m\geq 1$ 得， $x\geq 2m+1$,

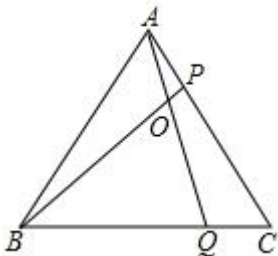
因为此不等式组有 4 个整数解，

所以 $-4 < 2m+1 \leq -3$,

解得 $-2.5 < m \leq -2$.

故答案为： $-2.5 < m \leq -2$.

16. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 的 AC , BC 边上各取一点 P , Q 使 $AP=CQ$, AQ , BP 相交于点 O , 则 $\angle BOQ =$ _____度.



【答案】 60°

【解析】

【分析】 根据已知条件证明 $\triangle ABP \cong \triangle CAQ$, 得到 $\angle ABP = \angle CAQ$, 再根据三角形的外角性质计算即可;

【详解】 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = CA, \angle BAP = \angle CAQ,$

又 $\because AP = CQ,$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CAQ$ 中,

$$\begin{cases} BA = AC \\ \angle BAP = \angle CAQ, \\ AP = CQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CAQ,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle CAQ,$$

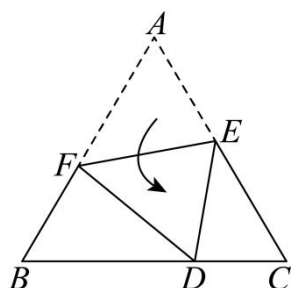
$$\therefore \angle BAO + \angle CAQ = \angle ABP + \angle BAO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOQ = \angle ABO + \angle BAO = 60^\circ;$$

故答案是 60° .

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质、等边三角形的性质、三角形外角性质，准确计算是解题的关键.

17. 如图是一个等边 $\triangle ABC$ 纸片，点 E 在 AC 边上，点 F 在 AB 边上，沿 EF 折叠后使点 A 落在 BC 边上的点 D 位置，若此时 $\angle BFD = 80^\circ$ ，则 $\angle DEF =$ _____ $^\circ$.



【答案】 70° ## 70 度

【解析】

【分析】 本题考查等边三角形的性质，折叠的性质，三角形的内角和等知识，先由等边三角形的性质可知 $\angle A = 60^\circ$ ，利用 $\angle BFD = 80^\circ$ ，求出 $\angle AFE$ ，从而利用三角形的内角和求出 $\angle AEF$ ，也就是 $\angle DEF$ 的角度，掌握折叠的性质是解题的关键.

【详解】 解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle A = 60^\circ,$$

由折叠的性质可知： $\angle AFE = \angle DFE$ ， $\angle AEF = \angle DEF$ ，

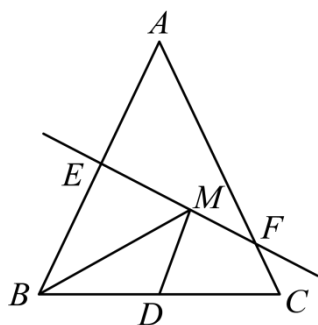
又 $\because \angle BFD = 80^\circ$ ，

$$\therefore \angle AFE = \angle DFE = \frac{180^\circ - \angle BFD}{2} = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle AEF = 180^\circ - \angle A - \angle AFE = 70^\circ,$$

故答案为： 70°

18. 如图，等腰三角形 ABC 底边 BC 的长为 5cm ，面积是 12cm^2 ，腰 AB 的垂直平分线 EF 交 AC 于点 F ，若 D 为 BC 边上的动点， M 为线段 EF 上一动点，则 $BM + DM$ 最小值为_____.



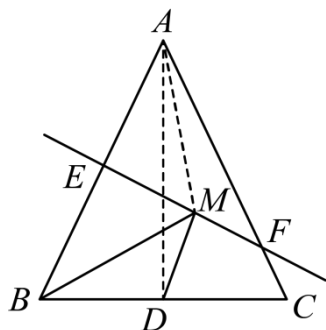
【答案】 4.8cm

【解析】

【分析】 本题考查的是线段垂直平分线的性质，垂线段最短，熟知线段垂直平分线的性质是解答此题的关键.

由线段垂直平分线的性质可得 $AM = BM$ ，则 $BM + DM = AM + DM$ ，当点 A ，点 M ，点 D 共线且 $AD \perp BC$ 时， $AM + DM$ 有最小值，即 $BM + DM$ 有最小值为 AD 的长，由面积公式可求解.

【详解】 解：连接 AD, AM ，



$\because EF$ 垂直平分 AB ，

$\therefore AM = BM$ ，

$\therefore BM + DM = AM + DM$ ，

$\therefore$ 当点 A ，点 M ，点 D 共线且 $AD \perp BC$ 时， $AM + DM$ 有最小值，即 $BM + DM$ 有最小值为 AD 的长，

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 5 \times AD = 12,$$

$\therefore AD = 4.8\text{cm}$ ，

故答案为： 4.8cm .

三、解答题 (19-21 每题 6 分； 22-26 每题 8 分，共 58 分)

19. 解不等式: $2(x-1) \leq 10(x-3) - 4$

【答案】 $x \geq 4$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

通过去括号, 移项, 合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解.

【详解】 解: 去括号得: $2x - 2 \leq 10x - 30 - 4$,

整理得: $-8x \leq -32$,

解得: $x \geq 4$.

20. 解不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ -\frac{1}{2}x-1 \leq 0 \end{cases}$, 并写出它的非负整数解.

【答案】 $-2 \leq x < 2$, 不等式组的非负整数解为 0, 1.

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组, 不等式组的非负整数解, 分别求出每一个不等式的解集, 然后确定不等式组的解集, 继而可得其非负整数解, 掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】 解: $\begin{cases} 2x-1 < 3 \text{ ①} \\ -\frac{1}{2}x-1 \leq 0 \text{ ②} \end{cases}$,

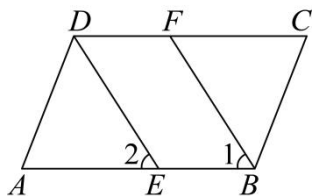
解不等式 ① 得: $x < 2$,

解不等式 ② 得: $x \geq -2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2 \leq x < 2$,

$\therefore$ 不等式组的非负整数解为 0, 1.

21. 如图, 已知 $\angle ADC = \angle ABC$, DE 、 BF 分别平分 $\angle ADC$ 和 $\angle ABC$, 且 $\angle 1 = \angle 2$, 试说明 $AB \parallel DC$ 的理由.



【答案】 理由见解析

【解析】

【分析】 根据角平分线性质的结合 $\angle ADC = \angle ABC$ 推出 $\angle CDE = \angle 1$, 进而根据 $\angle 1 = \angle 2$ 等量代换推出 $\angle CDE$

= $\angle 2$ ，根据平行线的判定推出即可．

【详解】解： $AB \parallel DC$ ．

理由如下：

$\because DE$ 、 BF 分别平分 $\angle ADC$ 和 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle CDE = \frac{1}{2} \angle ADC, \quad \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$\because \angle ADC = \angle ABC$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle 1$ ，

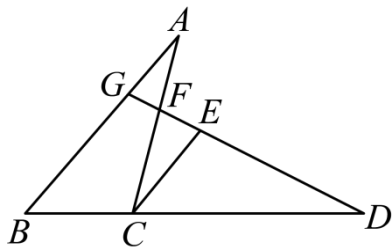
$\because \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle 2$ ，

$\therefore AB \parallel DC$ ．

【点睛】本题考查平行线的判定，角平分线性质等知识点的理解和掌握，结合题意根据内错角相等两直线平行是解决问题的关键．

22. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 延长线上一点， $CD=AB$ ，过点 C 作 $CE \parallel AB$ 且 $CE=BC$ ，连接 DE 并延长，分别交 AC ， AB 于点 F ， G ．



(1) 试说明： $\angle A = \angle D$ ；

(2) 若 $\angle B=50^\circ$ ， $\angle D=25^\circ$ ，求 $\angle AFG$ 的度数．

【答案】(1) 见解析 (2) 80°

【解析】

【分析】此题重点考查平行线的性质、全等三角形的判定与性质、三角形内角和定理等知识，证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ 是解题的关键．

(1) 由 $CE \parallel AB$ ，得 $\angle DCE = \angle B$ ，而 $AB = DC$ ， $CE = BC$ ，即可根据边角边证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ ，则 $\angle A = \angle D$ ；

(2) 由 $\angle B=50^\circ$ ， $\angle D=25^\circ$ ，得 $\angle A = \angle D = 25^\circ$ ，得 $\angle AGF = \angle B + \angle D = 75^\circ$ ，则 $\angle AFG = 180^\circ - \angle A - \angle AGF = 80^\circ$ ．

【小问1详解】

解： $\because D$ 是 BC 延长线上一点， $CE \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle DCE = \angle B,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle DCE = \angle B \\ CE = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCE (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle A = \angle D.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because \angle B = 50^\circ, \angle D = 25^\circ,$$

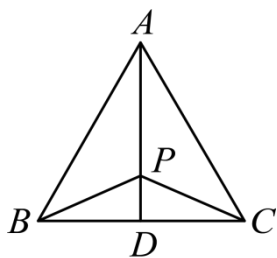
$$\therefore \angle A = \angle D = 25^\circ, \angle AGF = \angle B + \angle D = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = 180^\circ - \angle A - \angle AGF = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG \text{ 的度数是 } 80^\circ.$$

23. 如图, 已知在三角形 ABC 中, 点 D 是边 BC 上一点, P 是线段 AD 上一点,

$$\angle ACP = \angle ABP, \angle CPD = \angle BPD. \text{ 求证:}$$



$$(1) \quad BD = CD;$$

$$(2) \quad AD \perp BC.$$

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质, 等腰三角形的性质, 关键是判定 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$, 掌握等腰三角形“三线合一”的性质.

(1) 证明 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$, 得到 $AB = AC, \angle BAP = \angle CAP$, 再由等腰三角形的性质解答即可;

(2) 根据等腰三角形的性质解答即可.

【小问 1 详解】

$$\text{证明: } \because \angle CPD = \angle BPD,$$

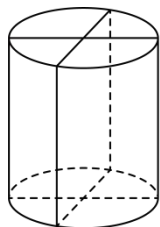
$$\therefore 180^\circ - \angle CPD = 180^\circ - \angle BPD,$$

$\therefore \angle APB = \angle APC$,
 $\therefore \angle ABP = \angle ACP, AP = AP$,
 $\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACP$ (AAS),
 $\therefore AB = AC, \angle BAP = \angle CAP$,
 $\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore BD = CD$;

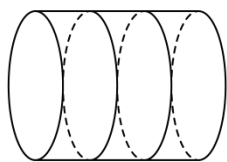
【小问 2 详解】

证明：由 (1) 得： $AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore AD \perp BC$.

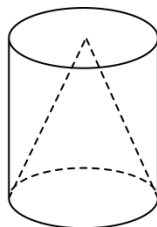
24. 一个圆柱形木块切成四块 (如图①), 表面积增加 72cm^2 ; 切成三块 (如图②), 表面积增加 113.04cm^2 ; 削成一个最大的圆锥 (如图③), 体积减少了多少立方厘米? (π 取 3.14)



图①



图②



图③

【答案】 体积减少了 56.52cm^3

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱体表面积等知识, 根据增加的面积求出底面圆的半径以及圆柱的高, 是解答本题的关键. 根据图②增加的表面积可以求出圆柱底面圆的面积, 进而求出底面圆的半径, 再根据图①增加的表面积可以求出圆柱的高, 问题随之得解.

【详解】 解: 该圆柱形木块一个底面面积 $113.04 \div 4 = 28.26$ (cm^2),

$$28.26 \div 3.14 = 9,$$

$\therefore$ 底面半径为 3cm , 直径为 6cm ,

该圆柱形木块高 $72 \div 4 \div 6 = 3$ (cm)

$$3.14 \times 9 \times 3 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 56.52 \text{ (cm}^2\text{)}$$

答: 体积减少了 56.52cm^3 .

25. 在学习了平行线的性质后, 老师请同学们证明命题: 两条平行线被第三条直线所截, 一组同旁内角的平

分线互相垂直.

小颖根据命题画出图形并写出如下的已知条件.

已知: 如图 1, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB , CD 于点 E , F . $\angle BEF$ 的角平分线 EG 与 $\angle DFE$ 的角平分线 FG 交于点 G .

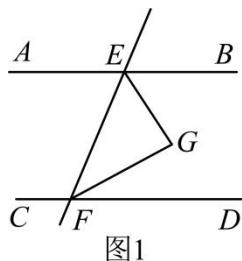


图1

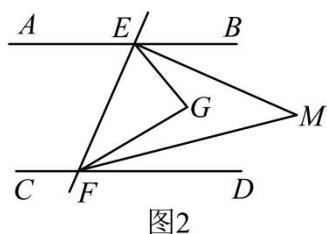


图2

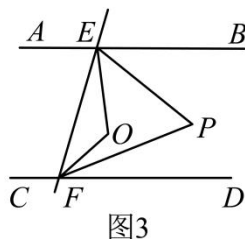


图3

(1) 直线 EG , FG 有何位置关系? 直接写出结论_____.

(2) 在图 1 的基础上, 分别作 $\angle BEG$ 的角平分线 EM 与 $\angle DFG$ 的角平分线 FM 交于点 M , 得到图 2, 求 $\angle EMF$ 的度数.

(3) 如图 3, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB , CD 于点 E , F , 点 O 在直线 AB , CD 之间, 且在直线 EF 右侧, $\angle BEO$ 的角平分线 EP 与 $\angle DFO$ 的角平分线 FP 交于点 P , 请直接写出 $\angle EOF$ 与 $\angle EPF$ 满足的数量关系_____.

【答案】 (1) $EG \perp FG$

(2) 45°

(3) $\angle EOF = 2\angle EPF$

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定和性质, 角平分线的定义, 掌握平行线的性质定理是解题的关键.

(1) 由平行线的性质推出 $\angle BEF + \angle EFD = 180^\circ$, 由角平分线定义得到

$\angle GEF + \angle GFE = \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle EFD) = 90^\circ$, 由三角形内角和定理求出 $\angle G = 90^\circ$, 推出 $EG \perp FG$;

(2) 过 M 作 $MN \parallel AB$, 得到 $MN \parallel CD$, 由平行线的性质推得到 $\angle EMF = \angle BEM + \angle MFD$, 同理

$\angle EGF = \angle BEG + \angle DFG$, 由角平分线定义得到 $\angle EGF = 2(\angle BEM + \angle MFD) = 2\angle EMF$, 即可求出 $\angle EMF = 45^\circ$;

(3) 由角平分线定义得到 $\angle BEO + \angle DFO = 2(\angle BEP + \angle DFP)$, 而

$\angle EOF = \angle BEO + \angle DFO$, $\angle EPF = \angle BEP + \angle DFP$, 得到 $\angle EOF = 2\angle EPF$.

【小问 1 详解】

解: (1) 如图 1, 直线 $EG \perp FG$, 理由如下:

$$\begin{aligned}
&\because AB \parallel CD, \\
&\therefore \angle BEF + \angle EFD = 180^\circ, \\
&\because EG \text{ 平分 } \angle BEF, \quad FG \text{ 平分 } \angle DFE, \\
&\therefore \angle GEF = \frac{1}{2} \angle BEF, \quad \angle GFE = \frac{1}{2} \angle EFD, \\
&\therefore \angle GEF + \angle GFE = \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle EFD) = 90^\circ, \\
&\therefore \angle G = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ, \\
&\therefore EG \perp FG,
\end{aligned}$$

故答案为: $EG \perp FG$;

【小问 2 详解】

解: 如图 2, 过 M 作 $MN \parallel AB$,

$$\begin{aligned}
&\because AB \parallel CD, \\
&\therefore MN \parallel CD, \\
&\therefore \angle EMN = \angle BEM, \quad \angle FMN = \angle MFD, \\
&\therefore \angle EMN + \angle FMN = \angle BEM + \angle MFD, \\
&\therefore \angle EMF = \angle BEM + \angle MFD, \\
&\text{同理: } \angle EGF = \angle BEG + \angle DFG, \\
&\because EM \text{ 平分 } \angle BEG, \quad FM \text{ 平分 } \angle DFG, \\
&\therefore \angle BEG = 2\angle BEM, \quad \angle DFG = 2\angle DFM, \\
&\therefore \angle EGF = 2(\angle BEM + \angle MFD) = 2\angle EMF,
\end{aligned}$$

由 (1) 知 $\angle EGF = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EMF = 45^\circ;$$

【小问 3 详解】

解: $\angle EOF = 2\angle EPF$, 理由如下:

$$\begin{aligned}
&\because EP \text{ 平分 } \angle BEO, \quad FP \text{ 平分 } \angle DFO, \\
&\therefore \angle BEO = 2\angle BEP, \quad \angle DFO = 2\angle DFP, \\
&\therefore \angle BEO + \angle DFO = 2(\angle BEP + \angle DFP),
\end{aligned}$$

由 (2) 的证明可得: $\angle EOF = \angle BEO + \angle DFO$, $\angle EPF = \angle BEP + \angle DFP$,

$$\therefore \angle EOF = 2(\angle BEP + \angle DFP) = 2\angle EPF.$$

故答案为: $\angle EOF = 2\angle EPF$.

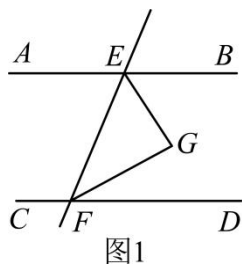


图1

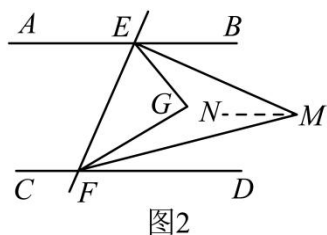


图2

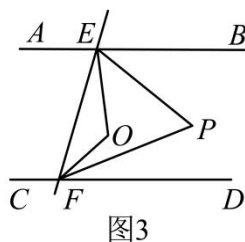
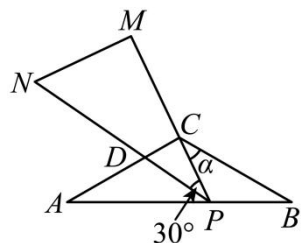


图3

26. 在综合实践课上, 李老师以“含 30° 的三角板和等腰三角形纸片”为模具与同学们开展数学活动. 已知, 在等腰 $\triangle ABC$ 纸片中, $CA = CB = 5$, $\angle ACB = 120^\circ$, 将一块含 30° 角的足够大的直角三角尺 PMN ($\angle M = 90^\circ$, $\angle MPN = 30^\circ$) 按如图所示放置, 顶点 P 在线段 BA 上滑动 (点 P 不与 A , B 重合), 三角尺的直角边 PM 始终经过点 C , 并与 CB 的夹角 $\angle PCB = \alpha$, 斜边 PN 交 AC 于点 D .



- (1) 当 $\angle BPC = 100^\circ$ 时, $\alpha =$ _____ $^\circ$;
- (2) 当 AP 等于何值时, $\triangle APD \cong \triangle BCP$? 请说明理由;
- (3) 在点 P 的滑动过程中, 存在 $\triangle PCD$ 是等腰三角形吗? 若存在, 请求出夹角 α 的大小; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) 50

(2) 当 $AP = 5$ 时, $\triangle ADP \cong \triangle BPC$, 见解析

(3) 存在, $\alpha = 45^\circ$ 或 90°

【解析】

【分析】 (1) 根据等腰三角形的性质可得 $\angle B = 30^\circ$, 进而可以解决问题;

(2) 当 $AP = 5$ 时, $\triangle ADP$ 与 $\triangle BPC$ 全等, 理由为: 根据 $CA = CB$, 且 $\angle ACB$ 度数, 求出 $\angle A$ 与 $\angle B$ 度数, 再由外角性质得到 $\angle \alpha = \angle APD$, 根据 $AP = BC$, 利用 ASA 即可得证;

(3) 点 P 在滑动时, $\triangle PCD$ 的形状可以是等腰三角形, 分三种情况考虑: 当 $PC = PD$; $PD = CD$; $PC = CD$, 分别求出夹角 α 的大小即可.

本题属于三角形综合题, 主要考查了等腰三角形的判定和性质, 三角形的内角和定理, 用分类讨论的思想解决问题是解本题的关键.

【小问 1 详解】

解: $\because CA = CB$, $\angle ACB = 120^\circ$,

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 180^\circ - 100^\circ - 30^\circ = 50^\circ;$$

故答案为: 50;

【小问 2 详解】

解: 当 $AP = 5$ 时, $\triangle ADP \cong \triangle BPC$; 理由如下:

$$\because \angle ACB = 120^\circ, CA = CB,$$

$$\therefore \angle A = \angle B = 30^\circ,$$

$\because \angle APC$ 是 $\triangle BPC$ 的一个外角,

$$\therefore \angle APC = \angle B + \alpha = 30^\circ + \alpha,$$

$$\because \angle APC = \angle DPC + \angle APD = 30^\circ + \angle APD,$$

$$\therefore \alpha = \angle APD,$$

$$\because AP = BC = 5,$$

在 $\triangle ADP$ 和 $\triangle BPC$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle B \\ AP = BC \\ \angle APD = \angle BCP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle BPC \quad (\text{ASA});$$

【小问 3 详解】

解: 存在 $\triangle PCD$ 是等腰三角形; 理由如下:

$\because \triangle PCD$ 是等腰三角形,

$$\angle PCD = 120^\circ - \alpha, \quad \angle CPD = 30^\circ,$$

①当 $PC = PD$ 时,

$$\therefore \angle PCD = \angle PDC = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ,$$

$$\text{即 } 120^\circ - \alpha = 75^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 45^\circ;$$

②当 $PD = CD$ 时, $\triangle PCD$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle PCD = \angle CPD = 30^\circ, \text{ 即 } 120^\circ - \alpha = 30^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 90^\circ;$$

③当 $PC = CD$ 时, $\triangle PCD$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle CDP = \angle CPD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle PCD = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ,$$

$$\text{即 } 120^\circ - \alpha = 120^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 0^\circ,$$

此时点 P 与点 B 重合, 点 D 和 A 重合,

$\therefore$ 点 P 不与 A, B 重合,

$$\therefore \alpha = 0^\circ, \text{ 舍去,}$$

综合所述, 存在 $\triangle PCD$ 是等腰三角形; $\alpha = 45^\circ$ 或 90° .