

2025 学年第一学期即时作业

初一年级数学

(时间: 70 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 若 $(2x-1)^0$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x = -2$

B. $x \neq 0$

C. $x \neq \frac{1}{2}$

D. $x = \frac{1}{2}$

2. 下列式子中, 正确的有 ()

① $a^{3n} \div a^3 = a^n$

② $a^{3n-5} \div a^{5-n} = a^{4n-10}$

③ $(xy)^5 \div (xy)^2 = xy^3$

④ $(x+y)^4 \div (-x-y)^3 = -x-y$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

3. 下列从左边到右边的变形, 属于因式分解的是 ()

A. $a^2 - b^2 - c^2 = (a+b)(a-b) - c^2$

B. $(a+4)(a-4) = a^2 - 16$

C. $x^2 - 4x + 1 = x\left(x - 4 + \frac{1}{x}\right)$

D. $ax - ay + a = a(x - y + 1)$

4. 下列因式分解正确的是 ()

A. $x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$

B. $2x^2 + 3x^3 + x = x(2x + 3x^2)$

C. $-a^2 + (-b)^2 = (a+b)(b-a)$

D. $x^2 - 4x - 4 = (x-2)^2$

5. 用分组分解法将 $x^2 - xy + 2y - 2x$ 分解因式, 下列分组不恰当的是 ()

A. $(x^2 - 2x) + (2y - xy)$

B. $(x^2 - xy) + (2y - 2x)$

C. $(x^2 + 2y) + (-xy - 2x)$

D. $(x^2 - 2x) - (xy - 2y)$

6. 因式分解 $x^2 + mx + n$ 时, 甲看错了 m 的值, 分解的结果是 $(x-6)(x+2)$, 乙看错了 n 的值, 分解的结果为 $(x+8)(x-4)$, 那么 $x^2 + mx + n$ 分解因式正确的结果为 ()

A. $(x+3)(x-4)$

B. $(x+4)(x-3)$

C. $(x+6)(x-2)$

D. $(x+2)(x-6)$

二、填空题 (每空 2 分, 共 24 分)

7. 计算: $(-1)^{2025} + \left(-\frac{1}{2025}\right)^0 =$ _____.

8. 在横线上填入适当的整式: $(\quad)(-2x) = -5x^3 + 6x^2 - 2x$.

9. 因式分解: $-15a^3b^2 + 9a^2b^2 =$ _____.

10. 因式分解: $4a^2 - 25 =$ _____.

11. 因式分解: $6x^2 - 5x + 1 =$ _____.

12. 因式分解: $-x^2 - 4xy - 4y^2 =$ _____.

13. 因式分解: $m^2 - 2m + 1 - n^2 =$ _____.

14. 已知多项式 $2x^2 + bx + c$ 分解因式为 $2(x-3)(x+1)$, 则 $b+c =$ _____.

15. 已知 $x-y=5, xy=3$ 则 $xy^2 - x^2y =$ _____.

16. 如果整式 $x^2 + (2k-1)x + 36$ 是某个整式的平方, 那么常数 $k =$ _____.

17. 现定义一种新运算: $g(m-n) = g(m) \div g(n) (g(n) \neq 0)$. 若 $g(2) = 2$, 则 $g(2) = g(4-2) = g(4) \div g(2)$, 所以 $g(4) = g(2) \cdot g(2) = 2 \times 2 = 4$. 若 $g(3) = 3$, 则 $g(9) =$ _____.

18. 已知长方形周长 8 米, 长方形的长 x 和宽 y 满足 $(1-x^2)(1-y^2) - 6xy + 19 = 0$, 则长方形面积为_____平方米.

三、解答题

19. 因式分解:

(1) $2(a-b)^2 + a(b-a)$;

(2) $3a^3 - 6a^2b - 24ab^2$;

(3) $7a^2 - 3b + ab - 21a$;

(4) $(a^2+1)^2 - 4a^2$;

(5) $(a^2 + 5a)^2 - (a^2 + 5a) - 20$.

20. 利用因式分解简便计算: $18.9^2 + 21.3^2 - 18.7^2 - 21.1^2$.

21. 先化简, 再求值: $(3a+b)^2 - (3a+b-1)(3a-b-1) - 2b^2$, 其中 $a = -\frac{1}{3}, b = -2$.

22. 在分解因式时, 小彬和小颖对同一道题产生了分歧, 下面是他们的解答过程, 请认真阅读并完成相应的任务.

题目: 将 $(2x+y)^2 - (x+2y)^2$ 分解因式	
小彬的解法: $(2x+y)^2 - (x+2y)^2$ $= (4x^2 + 4xy + y^2) - (x^2 + 4xy + 4y^2) \text{-----第 1 步}$ $= 3x^2 - 3y^2 \text{-----第 2 步}$ $= 3(x+y)(x-y) \text{-----第 3 步}$	小颖的解法: $(2x+y)^2 - (x+2y)^2$ $= (2x+y+x+2y)(2x+y-x+2y) \text{-----第 1 步}$ $= (3x+3y)(x+3y) \text{-----第 2 步}$ $= 3(x+y)(x+3y) \text{-----第 3 步}$

任务:

(1) 老师批阅后发现两人中只有一人的解答结果正确, 则解答正确的同学是_____;

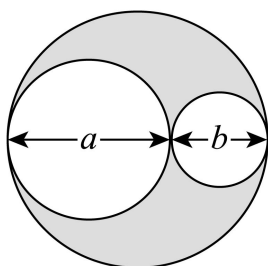
(2) 老师认为两名同学的解答过程都有道理:

小彬同学的第1步依据是运用了_____公式;

小颖同学的第1步依据是运用了_____公式;

(3) 请你按照做错同学的思路, 写出正确的解答过程.

23. 如图, 一块直径为 $a+b$ 的圆形钢板, 从中挖出直径分别为 a 与 b 的两个圆.



(1) 求剩下的钢板的面积;

(2) 若剩下的钢板面积是原钢板面积的 $\frac{1}{2}$, 求 a 与 b 的关系.

24. 观察下列各式:

$$(x-1)(x+1)=x^2-1$$

$$(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$$

$$(x-1)(x^3+x^2+x+1)=x^4-1;$$

.....

根据你发现的规律完成下列各题:

(1) 填空: $(x-1) \cdot (\text{_____}) = x^5 - 1$;

(2) 填空: $\text{_____} = x^n - 1$;

(3) 因式分解: $32x^5 - 1$.

25. 阅读下列解题过程:

分解因式: $x^4 + (2y+4)x^2 + y^2 + 4y + 4$

分析: 题中 $y^2 + 4y + 4$ 是 $(y+2)^2$, 把 x^2 , $y+2$ 分别看作 a , b , 用公式法分解因式, 即可得

解: 设 $x^2 = a$, $y+2 = b$ 则

$$\text{原式} = a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = (x^2 + y+2)^2$$

像这样因式分解的方法叫做运用换元法的因式分解.

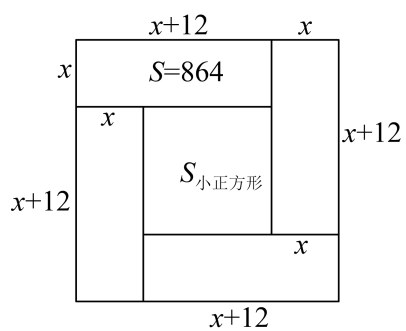
请你参照上述方法因式分解: $(1-xy)^2 + (x+y-2)(x+y-2xy)$.

26. 中国古代数学家很早就会利用数形结合思想来解决生活中的一些问题.

杨辉是我国南宋时期的数学家, 一次他画了一张“弦图”, 解决了如下问题: 一块长方形田地的面积是 864 平方步, 已知它的宽比长少 12 步, 问长与宽是多少? (注: “步”是长度单位, “平方步”是面积单位. 1 步 = 5 尺)

解: 设宽为 x 步, 则长为 $(x+12)$ 步, 得方程_____.

如图, 杨辉将题目中所说长方形的田地安排成“弦图”中四个相同的长方形, 并组成了一个正方形, 由题目条件可知小正方形面积是_____平方步, 大正方形面积是_____平方步, 于是矩形的长与宽的和是步, 得到宽 (即 x 的一个正数解) 为_____步. (在对应序号处填空, 写在答题纸上)



请你仿造杨辉的“画图”方法，解方程 $x^2 + 6x - 616 = 0$ （求出一个正数解即可）。（注意：画出示意图，所画图上要有必要数据标记）