

2025 学年第一学期期中测试

七年级 数学

(满分 100 分, 完卷时间 90 分钟) 2025. 11

一、单选题 (本大题共 8 小题, 每题 3 分, 共 24 分)

$$\frac{-x^3y}{3}$$

1. 单项式 $\frac{-x^3y}{3}$ 的系数是 ()

A. $-\frac{1}{3}$

B. 4

C. $\frac{1}{3}$

D. -1

2. 下列说法正确的是 ()

A. 单项式 $2ab^2$ 与 $-2b^2a$ 是同类项

B. $2x^2 - 3x + 1$ 的一次项系数是 3

C. $-\pi x^3y$ 的系数是 -1, 次数是 3

D. $\frac{1}{2}$ 不是单项式

3. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $3abc^3 = 3c \cdot abc^2$

B. $x^2 - 1 = x\left(x - \frac{1}{x}\right)$

C. $4t^2 - 9 = (2t + 3)(2t - 3)$

D. $2x^3 - 4x^2 + 4 = 2x(x^2 - 2x + 2)$

4. 计算 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2025} \left(-\frac{3}{2}\right)^{2026}$ 的结果是 ()

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

5. 下列运算结果正确的是 ()

A. $x^6 \div x^2 = x^3$

B. $x^2 + x^2 = 2x^4$

C. $(-x^2)^5 + (-x^5)^2 = 0$

D. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

6. 下列多项式中不可以用完全平方公式进行因式分解的是 ()

A. $4a^2 + 9b^2 - 12ab$

B. $a^2 - 2ab + b^2$

C. $x^2 - x + \frac{1}{4}$

D. $x^2 + 2x + 4$

7. 已知 $a = 2^{55}$, $b = 3^{44}$, $c = 5^{33}$, 那么 a , b , c 从小到大的顺序是 ()

A. $a < b < c$

B. $a < c < b$

C. $b < a < c$

D. $c < b < a$

8. 如图所示的“杨辉三角”告诉了我们 $(a+b)^n$ 展开式的各项系数规律, 如: 第三行的三个数 $(1, 2, 1)$, 恰好

对应 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 展开式中各项的系数; 第四行的四个数 $(1, 3, 3, 1)$, 恰好对应

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 展开式中各项的系数. 根据数表中前四行的数字所反映的规律计算:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^4 - 4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 + 6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 4 \times \frac{3}{4} + 1 = (\quad).$$

$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \end{array}$	$(a+b)^0=1$ $(a+b)^1=a+b$ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4a^3b+b^4$
--	---

A. $\frac{1}{256}$	B. $\frac{72}{256}$	C. $-\frac{1}{256}$	D. $-\frac{72}{256}$
--------------------	---------------------	---------------------	----------------------

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每题 2 分, 共 24 分)

9. 将整式 $2x^3y - 3y^2 + xy - 5x^2$ 按 x 升幂排列_____.
10. 若 $-2x^{m+2}y^4$ 与 $3x^4y^n$ 是同类项, 则 n^m 的值为_____.
11. 若关于 x 的整式 $(m+4)x^{|m|} + x^2$ 是关于 x 的四次二项式, 则 $m =$ _____.
12. 已知 $a - 3b = 1$ 则 $2 - 2a + 6b =$ _____.
13. 已知一个长方形公园的面积为 $2a^2 - 8b^2$ ($a > 2b > 0$), 若长方形公园的长为 $2a + 4b$, 则宽为_____.
14. 若 $2^m = 3$, $2^n = 5$, 则 $2^{m+2n} =$ _____.
15. 请写出一个整式, 使其同时满足以下三个条件: ①只含有字母 a ; ②不含常数项; ③是一个三次二项式. 那么该整式可以是_____.
16. 若 k 为任意整数, 则 $(2k+3)^2 - 4k^2$ 的值总能被_____整除.
17. 若关于 x 的整式 $2x^2 - 3x + k - kx^2 + 4kx - 4$ 不含一次项, 则该式的常数项为_____.
18. 若关于 x 的整式 $4x^2 + 3mx + 9$ 经过因式分解可以写成某个整式的完全平方, 则 $m =$ _____.
19. 已知多项式 $x^2 - x + m$ 因式分解后有一个因式为 $x + 2$, 则 m 的值为_____.
20. 定义: 如果一个正整数能表示为两个正整数 m , n 的平方差, 且 $m - n = 2$, 则称这个正整数为“智慧优数”. 例如, 当 $m = 3$, $n = 1$ 时, $8 = 3^2 - 1^2$, 8 是一个“智慧优数”, 若将“智慧优数”从小到大排列, 第 2025 个智慧优数是_____.

三、解答题 (本大题共 6 题, 满分 52 分)

21. 计算:

(1) $4xy^2 \cdot 2xy^4 + (-2xy^3)^2$

(2) $(a+6)(a-2)-a(a+3)$

(3) $201^2+201\times 198+99^2$

22. 分解因式:

(1) x^2-x-6

(2) a^3-9a

(3) $x^2+6xy+9y^2-1$

23. 先化简, 再求值: $\left(\frac{1}{2}x+y\right)\left(\frac{1}{2}x-y\right)-(2x-y)(x+2y)+(x-3y)^2$, 其中 $x=-\frac{2}{3}$, $y=-1$.

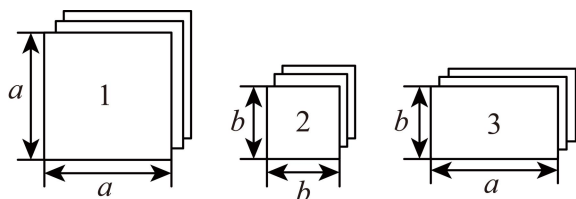
24. 某超市在国庆期间对顾客实行优惠政策, 规定如下:

一次性购物	金额低于 200 元	金额低于 500 元但不 低于 200 元	金额大于或等于 500 元
优惠方法	不予优惠	九折优惠	其中金额 500 元部分 给予九折优惠, 超过 500 元部分给予八折 优惠

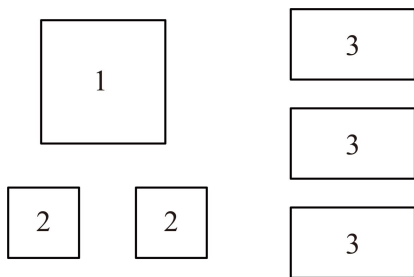
(1) 若一名顾客在该超市一次性购物的总金额和为 x 元, 当 x 低于 500 但不低于 200 时, 他实际付款_____元; 当 x 大于或等于 500 时, 他实际付款_____元. (用含 x 的式子表示)

(2) 若一名顾客一次性购物的金额合计 2000 元, 他实际付款多少元?

25. 有足够多的长方形和正方形卡片, 如下图:



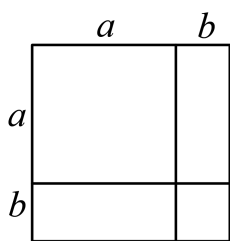
(1) 如果选取 1 号、2 号、3 号卡片分别为 1 张、2 张、3 张, 可拼成一个长方形 (不重叠无缝隙), 请画出这个长方形的草图, 并运用拼图前后面积之间的关系, 写出这个长方形表示的等量关系.



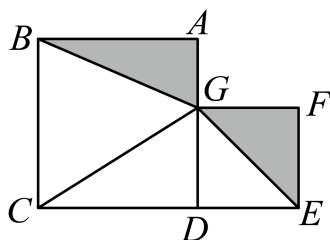
(2) 小明想用类似方法解释整式乘法 $(a+3b)(2a+b) = 2a^2 + 7ab + 3b^2$, 那么需用 1 号卡片 x 张 2 号卡片 y 张, 3 号卡片 z 张, 那么 $x+y+z =$ _____.

(3) 如果要拼成一个大正方形, 她先取 1 号卡片 1 张, 再取 2 号卡片 16 张, 则她还需取 3 号卡片 _____ 张.

26. “数缺形时少直观, 形缺数时难入微. 数形结合百般好, 隔裂分家万事休.” 数形结合是解决数学问题的重要思想方法. 通过计算几何图形的面积可以验证一些代数恒等式.



图①



图②

(1) 如图①是一个大正方形被分割成了边长分别为 a 和 b 的两个正方形, 长宽分别为 a 和 b 的两个长方形, 利用这个图形可以验证公式 _____.

利用上述公式解决问题:

【直接应用】

(2) 若 $xy = 2$, $x + y = 6$, 则 $x^2 + y^2 =$ _____;

【类比应用】

(3) 若 $(20-x)(x-30) = 10$, 求 $(20-x)^2 + (x-30)^2$ 的值.

【知识迁移】

(4) 如图②, 点 D 在线段 CE 上, 四边形 $ABCD$ 、 $DEFG$ 都是正方形, 连接 BG 、 CG 、 EG . 若阴影部分的面积和为 10, $\triangle CDG$ 的面积为 3, 求 CE 的长度.