

2024 学年第二学期初二数学期末考试试卷

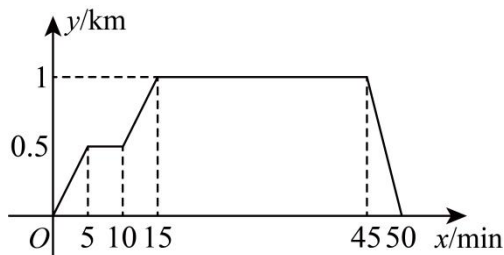
(满分 100 分, 完卷时间 90 分钟)

考生注意:

1. 本考试设试卷和答题纸两部分, 试卷包括试题与答题要求, 所有答题必须写在答题纸上, 做在试卷上一律不得分. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须写出证明或计算的主要步骤.
2. 答题前, 务必在答题纸上填写学校、班级和姓名.
3. 答题纸与试卷在试题编号上是一一对应的, 答题时应特别注意, 不能错位.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 无论 b 取何值, 一次函数 $y = -x + b$ 的图像一定经过 ()
A. 第一、三象限 B. 第二、四象限 C. 第一、二象限 D. 第三、四象限
2. 下列方程有实数根的是 ()
A. $\sqrt{x^2 - 2} = -1$ B. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ C. $x^3 + 1 = 0$ D. $x^4 + 2 = 0$
3. 下列事件中, 属于必然事件的是 ()
A. 明天下雨 B. 篮球队员在罚球线投篮一次: 未投中
C. 掷一枚硬币, 正面朝上 D. 任意画一个四边形, 其内角将是 360°
4. 下列说法中, 正确的是 ()
A. 如果 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 是相反向量, 那么 $\vec{a} + \vec{b} = 0$ B. 如果 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 是平行向量, 那么 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$
C. 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$ D. 如果 $\vec{a} = \vec{b}$, 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$
5. 已知矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O , 下列条件中能判定四边形 $ABCD$ 是正方形的是 ()
A. $OA = OC$ B. $OA = OB$ C. $OA \perp OB$ D. $AC = BD$
6. 已知小丽家、便利店、体育馆在同一直线上, 某天小丽从家步行到便利店买了一瓶水, 再到体育馆锻炼, 最后骑共享单车回家. 小丽离家距离 y 与时间 x 之间的关系如图所示. 下列结论错误的是 ().



- A. 小丽家到便利店距离 500 米
- B. 小丽在便利店停留了 5 分钟
- C. 小丽步行的速度是 0.1km/min
- D. 小丽骑自行车的速度是步行速度的 1.5 倍

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 方程 $\frac{x^2-4}{x-2}=0$ 的解是_____.

8. 二项方程 $x^4-81=0$ 的实数解是_____.

9. 一次函数 $y=-5x+1$ 的截距是_____.

10. 用换元法解分式方程 $\frac{3x}{x^2-1}+\frac{x^2-1}{x}=2$ 时, 如果设 $\frac{x^2-1}{x}=y$, 并将原方程化为关于 y 的整式方程, 那么这个整式方程是_____.

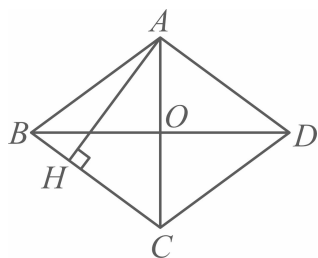
11. 如果正多边形的一个外角是 72° , 那么这个正多边形的边数为_____.

12. 如果一次函数 $y=kx+b(k<0)$ 的图像与 x 轴交于点 $(-4,0)$, 那么 $kx+b>0$ 时, x 的取值范围是_____.

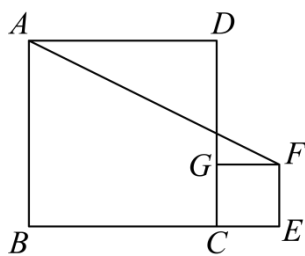
13. 一项工程, 甲队独做提前 2 天完成, 乙队独做要延期 5 天, 现在两队合作 3 天后, 余下的由乙队独做, 正好如期完工, 设工程期限为 x 天, 可列方程_____.

14. 从平行四边形、矩形、菱形、正方形、等腰梯形中任选一个图形, 顺次连接其各边中点, 得到的四边形是菱形的概率是_____.

15. 如图, 菱形 $ABCD$, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 测得 $AB=10\text{cm}$, $AC=12\text{cm}$, 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H , 那么 AH 的长为_____ cm .



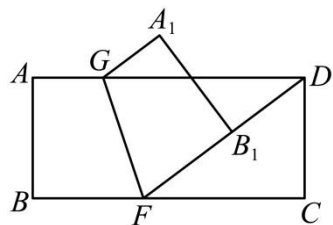
16. 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 中, B, C, E 三点共线, 点 G 在 CD 上, $BC=3$, $CE=1$, 那么 AF 的长是_____.



17. 如果一个函数图像上存在横、纵坐标相等的点, 那么称这个点为这个函数图像的“不动点”. 已知点 A

是函数 $y = 2x + 3$ 图像上的“不动点”，点 $B(-1, -1)$ ，点 $C(-1, 0)$ ，如果四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，那么点 D 的坐标是_____.

18. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 9$ ， $AD = 22$ ，点 F 在 BC 边上，折叠矩形使 FB 落在射线 FD 上，折痕为 GF ，点 A ， B 分别落在点 A_1 ， B_1 处，若 $AG = 7$ ，那么 BF 的长为_____.

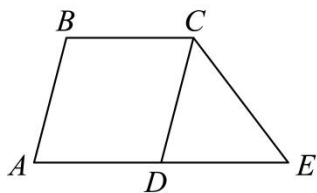


三、简答题（本大题共 4 题，第 19、20 题每题 6 分，第 21、22 题每题 8 分，满分 28 分）

19. 解方程： $2\sqrt{x+5} + 10 = x$.

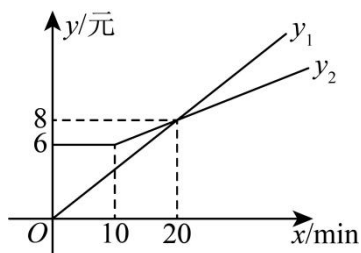
20. 解方程组：
$$\begin{cases} x + y = 6, \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0. \end{cases}$$

21. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在边 AD 的延长线上， $DE = AD$ ，设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.



- (1) 写出图中所有与 $\overrightarrow{AB}$ 互为相反向量的向量：_____；
- (2) 试用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示： $\overrightarrow{AC} =$ _____； $\overrightarrow{EC} =$ _____；
- (3) 在图中求作： $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EC}$.（保留作图痕迹，不要求写法，写出结论）.

22. 小明家附近有 A、B 两种品牌的共享电动车，其收费方式分别满足函数 y_1 和 y_2 ，收费 y （元）与骑行时间 x （分钟）的关系如图所示. 已知小明家到工厂的距离为 9km，两种品牌共享电动车的平均行驶速度均为 300m/min.



- (1) 当 $x \geq 10$ 时，求 B 品牌收费方式 y_2 与骑行时间 x 的函数解析式.

(2) 小明从家骑行去工厂，选择哪种品牌的共享电动车更省钱？

(3) 当骑行时间 x 为多少时，两种品牌的收费相差 2 元？

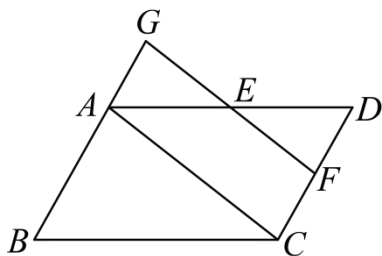
四、解答题（本大题共 4 题，第 23、24 题每题 8 分，第 25、26 题每题 10 分，满分 36 分）

23. 学校购买一批奖品，已知 A 种奖品的单价比 B 种奖品单价便宜 9 元，用 128 元购买 A 种奖品的数量和用 272 元购买 B 种奖品的数量总共是 32 个.

(1) 求 A、B 两种奖品的单价各是多少元？

(2) 该校计划购买 A、B 两种奖品共 80 个，且 A 种奖品的数量不大于 B 种奖品数量的 3 倍，请你设计出最省钱的购买方案，并求出最低购买费用.

24. 如图，已知在 $\square ABCD$ 中，点 E、F 分别是边 AD、CD 的中点，过点 E、F 的直线交 BA 的延长线于点 G，联结 AC.



(1) 求证：四边形 ACFG 是平行四边形；

(2) 联结 CE，如果 $CE = AE$ ，求证：四边形 ACFG 是矩形.

25. 【阅读理解】不论 k 取何值，正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图像始终经过点 $(0, 0)$ ，我们说函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图像经过定点 $(0, 0)$. 类似的，函数 $y = kx - 2k + 1$ ($k \neq 0$) 的图像经过定点 $(2, 1)$. 探求定点的具体思路是：设法找到 x 的某些取值，使函数表达式 $y = kx - 2k + 1$ ($k \neq 0$) 中含 k 的各项之和为 0，即变形得： $y = k(x - 2) + 1$ ，令 $x = 2$ ，总有 $y = 1$ ，从而得到点 $(2, 1)$.

【尝试运用】

(1) 函数 $y = (k - 1)x + 3k - 1$ ($k \neq 1$) 的图像经过的定点坐标是_____；

(2) 如果点 $A(-3, 2)$, $B(-4, 0)$ ， O 是原点，且直线 $y = (k - 1)x + 3k - 1$ ，将 $\triangle OAB$ 分成面积相等的两部分，求 k 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，如果点 M 在 y 轴上，点 N 在直线 $y = (k - 1)x + 3k - 1$ 上，以点 A、B、M、N 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出点 N 的坐标.

26. 已知梯形 ABCD， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ ，点 P 为射线 DA 上一动点，联结 BP，过点 P 作

$PE \perp PB$ ，交射线 CD 于点 E ，且 $PB = PE$ 。

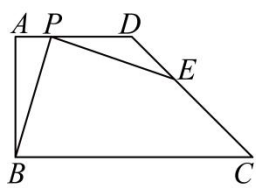


图1

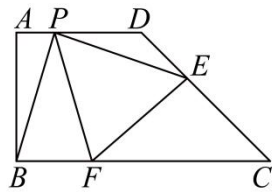


图2

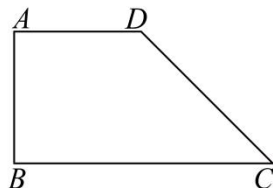


图3

- (1) ①如图 1，如果 $DE = 2$ ，求 AP 的长；
- ②如图 2，点 F 为 BC 边上一点，且 $PB = PF$ ，求 $\frac{DP}{CF}$ 的值；
- (2) 如果 $AP = 2$ ， $\triangle PDE$ 是等腰三角形，求 DP 的长。