

2024 学年第二学期七年级数学期中质量监测试卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题 6 小题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列不等式中, $x=1$ 时, 不等式成立的是 ()

- A. $2x < 2$ B. $-2x < -2$ C. $-2x > 2$ D. $2x > -2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了不等式的解, 把 $x=1$ 代入不等式, 逐项判断即可求解, 理解不等式解的定义是解题的关键.

【详解】解: A、把 $x=1$ 代入得, $2x=2 \times 1=2$, 该选项不合题意;

B、把 $x=1$ 代入得, $-2x=-2 \times 1=-2$, 该选项不合题意;

C、把 $x=1$ 代入得, $-2x=-2 \times 1=-2 < 2$, 该选项不合题意;

D、把 $x=1$ 代入得, $2x=2 \times 1=2 > -2$, 该选项符合题意;

故选: D.

2. 已知 $a < b$, 那么下列式子中一定成立的是 ()

- A. $a+5 < b+5$ B. $-a < -b$ C. $ma < mb$ D. $|a| < |b|$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了不等式的性质: ①不等式的两边同时加上 (或减去) 同一个数或同一个含有字母的式子, 不等号的方向不变; ②不等式的两边同时乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变; ③不等式的两边同时乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变. 熟练掌握不等式的性质是解决问题的关键.

根据不等式的性质即可求解.

【详解】解: A、 $a < b$ 可得 $a+5 < b+5$, 故 A 正确, 符合题意;

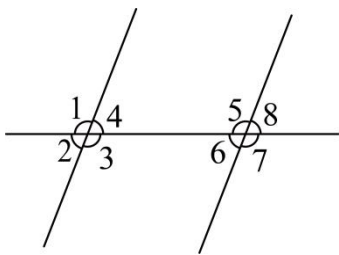
B、 $a < b$ 可得 $-a > -b$, 故 B 错误, 不符合题意;

C、 $a < b$, 且 $m > 0$ 时, 则 $ma < mb$, 故 C 错误, 不符合题意;

D、当 $a=-3, b=1$ 时, $|a|=3, |b|=1$, 满足 $a < b$, 但是不满足 $|a| < |b|$, 故 D 错误, 不符合题意,

故选: A.

3. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 5$, 那么与 $\angle 2$ 相等的角 (不包括 $\angle 2$ 本身) 共有 ()



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定和性质，对顶角的性质，由 $\angle 1 = \angle 5$ 可得 $a \parallel b$ ，进而根据平行线的性质以及对顶角的性质即可求解，掌握以上知识点是解题的关键。

【详解】解： $\because \angle 1 = \angle 5$,

$\therefore a \parallel b$,

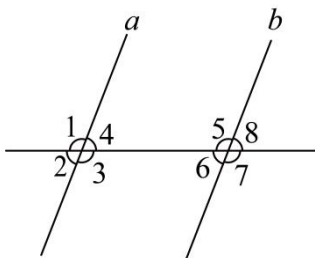
$\therefore \angle 6 = \angle 2$,

$\because \angle 4$ 与 $\angle 2$ 是对顶角， $\angle 8$ 与 $\angle 6$ 是对顶角，

$\therefore \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = \angle 2$,

$\therefore$ 与 $\angle 2$ 相等的角共有 3 个，

故选：C.



4. 下列长度的三根铁条能首尾顺次连接做成三角形框架的是 ()

- A. 23 cm、10 cm、8 cm B. 15 cm、23 cm、8 cm
C. 18 cm、10 cm、23 cm D. 18 cm、10 cm、8 cm

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查三角形三边关系，掌握任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边是解题的关键。

根据三角形三边关系：任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边逐个判断即可。

【详解】解：A、 $8 + 10 < 23$ ，不能做成三角形框架，不符合题意；

B、 $15+8=23$ ，不能做成三角形框架，不符合题意；

C、 $10+18>23$ ，能做成三角形框架，符合题意；

D、 $10+8=18$ ，不能做成三角形框架，不符合题意；

故选：C.

5. 若两条平行线被第三条直线所截，则下列说法错误的是（ ）

A. 一对同位角的平分线互相平行

B. 一对内错角的平分线互相平行

C. 一对同旁内角的平分线互相平行

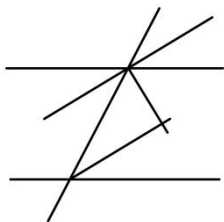
D. 一对同旁内角的平分线互相垂直

【答案】C

【解析】

【分析】结合角平分线的性质，根据平行线的性质与判定进行分析.

【详解】如图所示：



若两条平行线被第三条直线所截，一对同位角和内错角的平分线互相平行，一对同旁内角的平分线互相垂直，所以C错误.

故选C.

【点睛】本题考查了角平分线性质，平行线的性质与判定，平行线的判定与性质的应用贯穿于整个初中学习，是平面图形中极为重要的知识点，与各个知识点结合极为容易，是中考中的热点，在各种题型中均有出现，需多加关注.

6. 具备下列条件的 $\triangle ABC$ 中，不是直角三角形的是（ ）

A. $\angle A - \angle B = \angle C$

B. $\angle A = 3\angle C$, $\angle B = 2\angle C$

C. $\angle A = \angle B = 2\angle C$

D. $\angle A = \angle B = \frac{1}{2}\angle C$

【答案】C

【解析】

【分析】由直角三角形内角和为 180° 求得三角形的每一个角，再判断形状.

【详解】解：A、 $\angle A - \angle B = \angle C$ ，即 $2\angle A = 180^\circ$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，为直角三角形；

B 、 $\angle A = 3\angle C$ ， $\angle B = 2\angle C$ ， $6\angle C = 180^\circ$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，为直角三角形；

C 、 $\angle A = \angle B = 2\angle C$ ，即 $5\angle C = 180^\circ$ ，三个角没有 90° 角，故不是直角三角形；

D 、 $\angle A = \angle B = \frac{1}{2}\angle C$ ，则 $\angle C = 90^\circ$ ，为直角三角形。

故选：C.

【点睛】本题考查的知识点是三角形的内角和定理，利用三角形的内角和定理计算出一个角的度数为 90° ，即可判定该三角形为直角三角形。

二、填空题（本大题 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

7. 如果 $a > b$ ， $c > d$ ，那么 $a + c$ _____ $b + d$.（填入“>”、“<”或“=”）

【答案】>

【解析】

【分析】本题考查的是不等式的基本性质，熟记不等式的基本性质是解题关键。

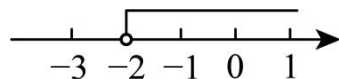
根据不等式的基本性质直接求解即可

【详解】解：∵ $a > b$ ， $c > d$ ，

∴ $a + c > b + d$ ，

故答案为：>.

8. 已知关于 x 的不等式 $mx < 2$ 的解集在数轴上的表示如图所示，则 m 的值是_____.



【答案】-1

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式、由数轴得出不等式的解集，解题的关键是得出不等式的解集后和数轴上的解结合得出关于 m 的方程。

由不等式和数轴可以得出该不等式的解集，由此可知此时得到的两个式子是一样的，进而可以得到关于 m 的方程，解此方程即可得出结论。

【详解】解：由数轴可得该不等式的解集为 $x > -2$ ，

∴ 解不等式 $mx < 2$ 得 $x > \frac{2}{m}$ ，

∴ $\frac{2}{m} = -2$ ，

解得： $m = -1$ ，

故答案为：-1.

9. 不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$ 的解集是_____.

【答案】 $x \leq -1$

【解析】

【分析】 本题考查的是确定不等式组的解集，掌握确定不等式组的解集的方法是解本题的关键.
根据“同小取小”即可得到答案.

【详解】 解：不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$ 的解集是 $x \leq -1$,

故答案为： $x \leq -1$.

10. 不超过 a 的最大整数是 3，试用不等式表示 a 应满足的条件：_____.

【答案】 $3 \leq a < 4$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的定义，根据题意写出 a 的范围即可，理解题意是解题的关键.

【详解】 解： $\because$ 不超过 a 的最大整数是 3，

$\therefore 3 \leq a < 4$,

故答案为： $3 \leq a < 4$.

11. 一部电梯的额定载重量为 1000kg，某人用这部电梯把一批相同质量的货物从底层搬到顶层. 该人体重为 65kg，每箱货物的质量为 60kg. 那么每次最多能搬运多少箱货物？设每次搬运 x 箱货物，依题意可列不等式_____.

【答案】 $60x + 65 \leq 1000$

【解析】

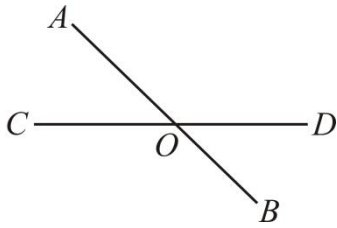
【分析】 本题考查了列一元一次不等式，设每次搬运 x 箱货物，根据题意列出不等式即可，理解题意是解题的关键.

【详解】 解：设每次搬运 x 箱货物，

由题意得， $60x + 65 \leq 1000$,

故答案为： $60x + 65 \leq 1000$.

12. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle AOD = 140^\circ$ ，它们的夹角是_____.



【答案】 40°

【解析】

【分析】 两直线的夹角范围： $0 < \alpha < 90^\circ$ ，据此即可求解.

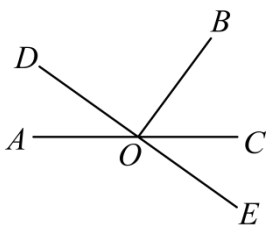
【详解】 解：由题意得

$$\begin{aligned}\angle AOC &= 180^\circ - \angle AOD \\ &= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ,\end{aligned}$$

故答案： 40° .

【点睛】 本题考查两直线的夹角，掌握夹角的范围是解题的关键.

13. 如图，若 $\angle AOD = 36^\circ$, $BO \perp DE$ ，垂足为 O ，则 $\angle BOC =$ _____ 度.



【答案】 54

【解析】

【分析】 本题考查了垂直的定义，对顶角，角的和差计算，熟练掌握各知识点并灵活运用是解题的关键.

根据垂直得到 $\angle BOE = 90^\circ$ ，再由对顶角相等得到 $\angle AOD = \angle EOC = 36^\circ$ ，然后由 $\angle BOC = \angle BOE - \angle EOC$ 即可求解.

【详解】 解： $\because BO \perp DE$ ，

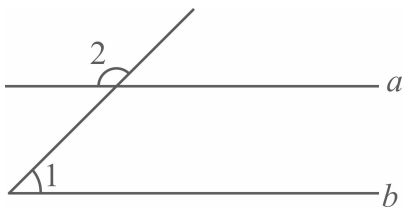
$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOD = \angle EOC = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle BOE - \angle EOC = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ,$$

故答案为： 54 .

14. 如图，直线 $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 45^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____ 度.



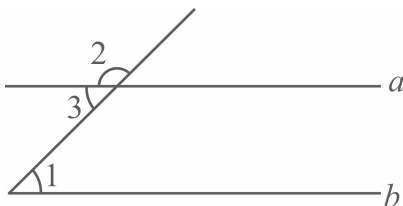
【答案】 135

【解析】

【分析】 此题考查了平行线的性质. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用.

由直线 $a \parallel b$, 根据两直线平行, 内错角相等, 即可求得 $\angle 2$ 的度数.

【详解】 解: 如图,



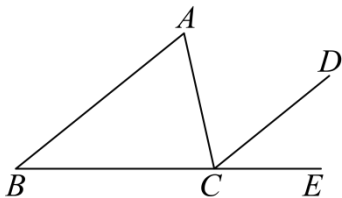
$$\because a \parallel b, \angle 1 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 135^\circ.$$

故答案为: 135

15. 如图, 如果_____, 那么 $AB \parallel CD$ (请添加一个适当的条件, 使该命题为真命题).



【答案】 $\angle A = \angle ACD$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题主要查了平行线的判定. 根据平行线的判定定理解答即可.

【详解】 解: 如果 $\angle A = \angle ACD$, 那么 $AB \parallel CD$, 是真命题.

故答案为: $\angle A = \angle ACD$ (答案不唯一)

16. “对顶角相等”请写出该命题的逆命题_____.

【答案】 相等的角是对顶角

【解析】

【分析】 本题主要考命题及逆命题的理解及运用能力. 将原命题的条件及结论进行交换即可得到其逆命题.

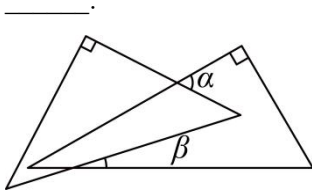
【详解】解：∵原命题的条件是：如果两个角是对顶角，结论是：那么这两个角相等；

∴其逆命题应该为：如两个角相等那么这两个角是对顶角，

简化后即为：相等的角是对顶角.

故答案为：相等的角是对顶角.

17. 将一副直角三角尺如图所示摆放，其中等腰直角三角形（图中阴部分）的一个锐角顶点在另一个三角形内，含 30° 角的直角三角形的 30° 角的顶点在等腰直角三角形内，那么图中角 α 和 β 之间的数量关系是

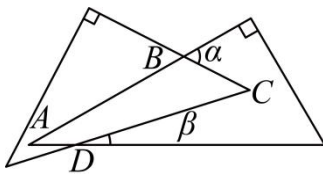


【答案】 $\alpha + \beta = 75^\circ$

【解析】

【分析】本题考查三角板中角度计算问题，两个三角形重叠部分为四边形，根据四边形内角和为 360° 列式求解即可.

【详解】解：如图，



由题意知， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $\angle ADC = 180^\circ - \beta$ ， $\angle ABC = 180^\circ - \alpha$ ，

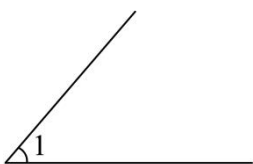
∵ $\angle ADC + \angle C + \angle ABC + \angle A = 360^\circ$ ，

∴ $180^\circ - \beta + 45^\circ + 180^\circ - \alpha + 30^\circ = 360^\circ$ ，

∴ $\alpha + \beta = 75^\circ$ ，

故答案为： $\alpha + \beta = 75^\circ$.

18. 如图，已知 $\angle 1 = 50^\circ$ ，如果 $\angle 2$ 的一边与 $\angle 1$ 的一边互相平行，且 $\angle 2$ 的另一边与 $\angle 1$ 的另一边互相垂直，那么 $\angle 2$ 的度数为_____.



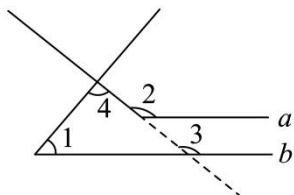
【答案】 140° 或 40°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质求角度，三角形的内角和定理和外角定理，熟练掌握各知识点并灵活运用是解题的关键.

分两种情况讨论，利用平行线的性质以及三角形的内角和定理和外角定理即可求解.

【详解】 解：①如图：



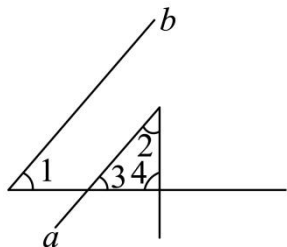
由题意得： $\angle 4 = 90^\circ, a \parallel b$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle 4 = 50^\circ + 90^\circ = 140^\circ ,$$

$$\because a \parallel b ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 140^\circ ;$$

②如图：



由题意得： $\angle 4 = 90^\circ, a \parallel b$,

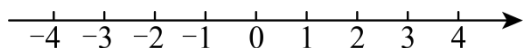
$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 50^\circ ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 3 = 40^\circ ,$$

故答案为： 140° 或 40° .

三、简答题 (第 19、20 题每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 4 分，第 23 题 6 分，共 26 分)

19. 解不等式 $\frac{2x-5}{16} \geq \frac{4x+3}{2} + 1$ ，并在数轴上表示出它的解集.



【答案】 $x \leq -\frac{3}{2}$ ，见解析

【解析】

【分析】 本题考查一元一次不等式的解法. 根据一元一次不等式的解法即可求出答案.

【详解】 解: $\frac{2x-5}{16} \geq \frac{4x+3}{2} + 1$

去分母, 得 $2x-5 \geq 8(4x+3)+16$,

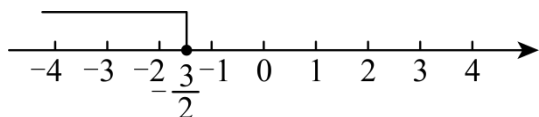
去括号, 得 $2x-5 \geq 32x+24+16$,

移项, 得 $2x-32x \geq 5+24+16$,

合并同类项, 得 $-30x \geq 45$

x 系数化成 1, 得 $x \leq -\frac{3}{2}$.

在数轴上表示不等式的解集如图所示.



20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4x > 2x-6 \\ 10+3x > 7x-30 \end{cases}$$

【答案】 $-3 < x < 10$

【解析】

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

分别求出两个不等式的解集, 即可求解.

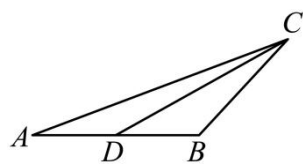
【详解】 解:
$$\begin{cases} 4x > 2x-6 \text{ ①} \\ 10+3x > 7x-30 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得: $x > -3$,

解不等式②得: $x < 10$,

∴ 原不等式组的解集为 $-3 < x < 10$.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AB 的中点, 根据下面的要求画出图形并填空.



(1) 画出 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高 CE ;

(2) 过点 D 画 $DF \perp AB$, 直线 DF 交边 AC 于点 F ;

(3) 点 A 到直线 DF 的距离是线段_____的长度;

(4) 写出图形中面积相等的两个三角形: _____.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) AD

(4) $\triangle ADC$ 和 $\triangle DCB$

【解析】

【分析】 本题主要考查了画垂线, 画三角形的高, 点到直线的距离等等, 熟知相关知识是解题的关键.

(1) 过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 延长线于点 E , 则 CE 即为所求;

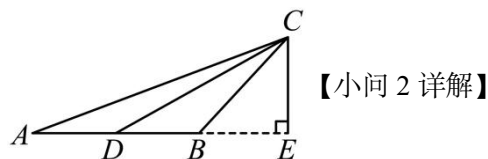
(2) 根据垂线的画法画图即可;

(3) 根据点到直线的距离的定义求解即可;

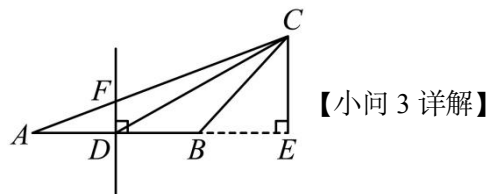
(4) 根据线段中点的意义得到 $AD = DB$, 在由三角形面积公式得到 $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle DCB}$.

【小问 1 详解】

解: 如图, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 延长线于点 E , 则 CE 即为所求:



解: 如图, 直线 DF 即为所求:



解: $\because AD \perp DF$,

$\therefore$ 点 A 到直线 DF 的距离是线段 AD 的长度,

故答案为: AD ;

【小问 4 详解】

解: $\because$ 点 D 是边 AB 的中点, $CE \perp AB$,

$\therefore AD = DB$,

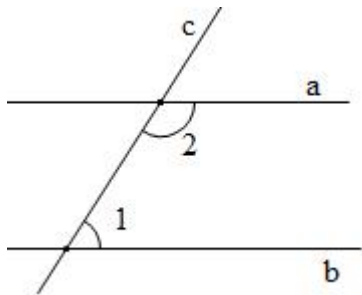
$\because S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AD \times CE$, $S_{\triangle DCB} = \frac{1}{2}BD \times CE$,

$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle DCB}$,

$\therefore$ 图形中面积相等的两个三角形是: $\triangle ADC$ 和 $\triangle DCB$,

故答案为: $\triangle ADC$ 和 $\triangle DCB$.

22. 用反证法证明: 已知直线 a 、 b 被直线 c 所截, $\angle 1 + \angle 2 \neq 180^\circ$. 求证: a 与 b 不平行.



证明: 假设 _____, 则: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (_____)

这与 _____ 矛盾, 故假设不成立. 所以 a 与 b 不平行.

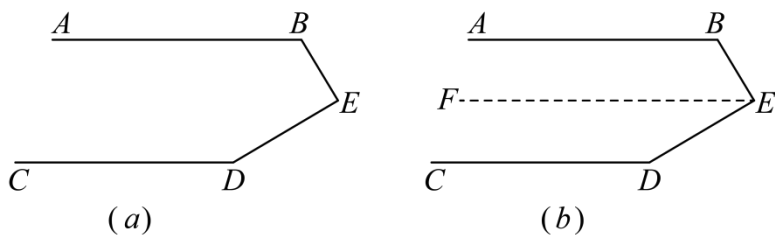
【答案】 $a \parallel b$; 两直线平行, 同旁内角互补; $\angle 1 + \angle 2 \neq 180^\circ$.

【解析】

【详解】试题分析: 假设 $a \parallel b$, 则 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补), 这与 $\angle 1 + \angle 2 \neq 180^\circ$ 矛盾, 故假设不成立. 所以结论成立, a 与 b 不平行. 故答案为 $a \parallel b$; 两直线平行, 同旁内角互补; $\angle 1 + \angle 2 \neq 180^\circ$.

考点: 1. 反证法; 2. 平行线的判定与性质.

23. 如图 (a), 如果 $\angle B + \angle E + \angle D = 360^\circ$, 那么 AB 、 CD 有怎样的位置关系? 为什么?



解: 过点 E 作 $EF \parallel AB$, 如图 (b),

$\therefore EF \parallel AB$ (已作)

$\therefore \angle ABE + \angle BEF = 180^\circ$, (_____)

$\therefore \angle ABE + \angle BED + \angle EDC = 360^\circ$ (_____)

即 $\angle ABE + \angle BEF + \angle FED + \angle EDC = 360^\circ$

$\therefore \angle FED + \angle EDC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ (_____)

$\therefore FE \parallel CD$ (_____)

$\therefore AB \parallel CD$ (_____).

【答案】两直线平行, 同旁内角互补; 已知; 180 ; 等量代换; 同旁内角互补, 两直线平行; 平行于同一条直线的两条直线平行

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的判定和性质，熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键.

过点 E 作 $EF \parallel AB$ ，可得 $\angle ABE + \angle BEF = 180^\circ$ ，再由 $\angle ABE + \angle BED + \angle EDC = 360^\circ$ ，可得 $\angle FED + \angle EDC = 180^\circ$ ，从而得到 $FE \parallel CD$ ，即可求证.

【详解】解：过点 E 作 $EF \parallel AB$ ，如图 (b)，

$\because EF \parallel AB$ (已作)

$\therefore \angle ABE + \angle BEF = 180^\circ$ ，(两直线平行，同旁内角互补)

$\because \angle ABE + \angle BED + \angle EDC = 360^\circ$ (已知)

即 $\angle ABE + \angle BEF + \angle FED + \angle EDC = 360^\circ$

$\therefore \angle FED + \angle EDC = 180^\circ$ (等量代换)

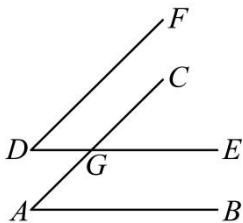
$\therefore FE \parallel CD$ (同旁内角互补，两直线平行)

$\therefore AB \parallel CD$ (平行于同一条直线的两条直线平行).

故答案为：两直线平行，同旁内角互补；已知；180；等量代换；同旁内角互补，两直线平行；平行于同一条直线的两条直线平行

四、解答题 (第 24、25、26 题每题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，共 32 分)

24. 如图，已知： $\angle A$ 的两边与 $\angle D$ 的两边分别平行，即 $DE \parallel AB$ ， $DF \parallel AC$ ， DE 与 AC 相交于点 G . 求证： $\angle A = \angle D$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，掌握两直线平行，同位角相等是解题的关键.

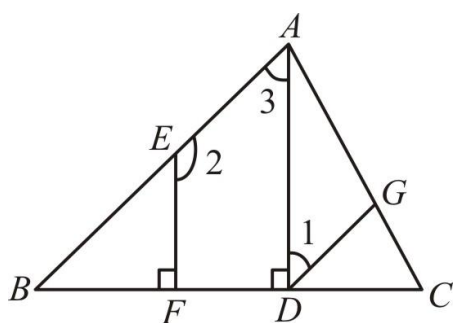
根据两直线平行，同位角相等得到 $\angle A = \angle CGE$ ， $\angle D = \angle CGE$ ，再等量代换即可求证.

【详解】证明： $\because DE \parallel AB$ ， $DF \parallel AC$ ，

$\therefore \angle A = \angle CGE$ ， $\angle D = \angle CGE$ ，

$\therefore \angle A = \angle D$.

25. 如图， $AD \perp BC$ 于 D ， $EF \perp BC$ 于 F ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.



求证: $\angle CAB = \angle CGD$.

【答案】证明见解析

【解析】

【分析】先证明 $AD \parallel EF$, 可得 $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$, 再证明 $\angle 1 = \angle 3$, 可得 $AB \parallel DG$, 从而可得结论.

【详解】解: $\because AD \perp BC$ 于 D , $EF \perp BC$ 于 F ,

$\therefore AD \parallel EF$,

$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$,

$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

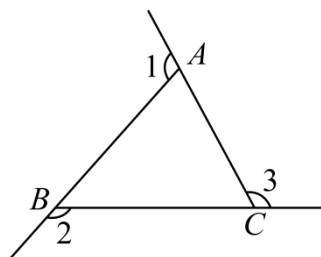
$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

$\therefore AB \parallel DG$,

$\therefore \angle CAB = \angle CGD$.

【点睛】本题考查的是平行线的判定与性质, 熟记平行线的判定方法与性质并灵活运用是解本题的关键.

26. 如图所示, 已知: $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 是 ABC 的外角, 求证: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形外角的性质, 三角形内角和定理, 掌握三角形的一个外角等于与其不相邻的两个内角的和以及三角形内角和等于 180° 是解题的关键.

先根据三角形外角的性质得出 $\angle 1 = \angle ABC + \angle ACB$, $\angle 2 = \angle ACB + \angle BAC$, $\angle 3 = \angle ABC + \angle BAC$, 再根据三角形内角和定理得出答案.

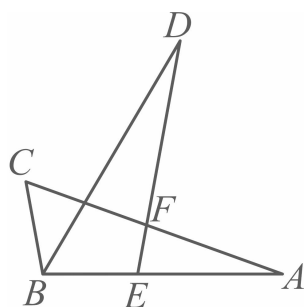
【详解】证明: $\because \angle 1, \angle 2, \angle 3$ 是 ABC 的外角,

$$\therefore \angle 1 = \angle ABC + \angle ACB, \angle 2 = \angle ACB + \angle BAC, \angle 3 = \angle ABC + \angle BAC.$$

$$\because \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 2\angle ABC + 2\angle ACB + 2\angle BAC = 2(\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC) = 2 \times 180^\circ = 360^\circ.$$

27. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEB$, 顶点 A 、 C 分别与顶点 D 、 B 对应, 点 E 在边 AB 上, 边 DE 与边 AC 相交于点 F .



(1) 若 $DE = 10, BC = 4$, 求线段 AE 的长;

(2) 若 $\angle D = 20^\circ, \angle C = 60^\circ$, 求 $\angle DBC$ 的度数

【答案】 (1) 6 (2) 40°

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形全等的性质, 三角形内角和定理, 熟练掌握全等三角形的对应边相等、对应角相等是解题的关键.

(1) 由全等三角形的性质可得 $AB = DE = 10, BE = BC = 4$, 再由 $AE = AB - BE$ 进行计算即可得到答案;

(2) 由全等三角形的性质可得 $\angle BAC = \angle D = 20^\circ, \angle DBE = \angle C = 60^\circ$, 再由三角形内角和定理可得 $\angle ABC = 100^\circ$, 最后由 $\angle DBC = \angle ABC - \angle DBE$ 进行计算即可.

【小问 1 详解】

解: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEB, DE = 10, BC = 4$,

$$\therefore AB = DE = 10, BE = BC = 4,$$

$$\therefore AE = AB - BE = 6;$$

【小问 2 详解】

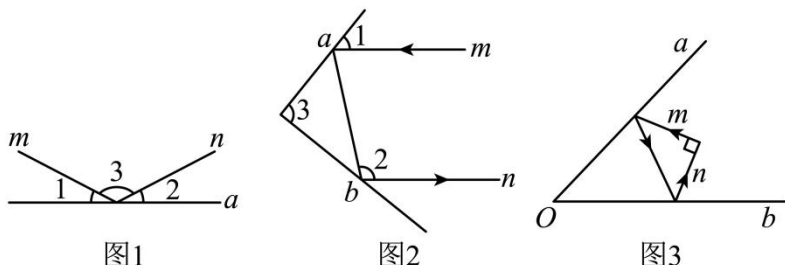
解: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEB, \angle D = 20^\circ, \angle C = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = \angle D = 20^\circ, \angle DBE = \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 20^\circ - 60^\circ = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle DBE = 40^\circ.$$

28. 实验证明, 平面镜反射光线的规律是: 射到平面镜上的光线和被反射出的光线与平面镜所夹的锐角相等, 如图 1, 一束光线 m 射到平面镜 a 上, 被 a 反射后的光线为 n , 则入射光线 m , 反射光线 n 与平面镜 a 所夹的锐角 $\angle 1 = \angle 2$.



(1) 如图 2, 一束光线 m 射到平面镜 a 上, 被 a 反射到平面镜 b 上, 又被 b 反射, 若被 b 反射出的光线 n 与光线 m 平行, 且 $\angle 1 = 55^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____, $\angle 3 =$ _____;

(2) 图 2 中, 请你探究: 当任何射到平面镜 a 上的光线 m , 经过平面镜 a 、 b 的两次反射后, 入射光线 m 与反射光线 n 平行, 求两平面镜 a 、 b 的夹角 $\angle 3$ 的度数;

(3) 如图 3, 一束光线 m 射到平面镜 a 上, 被 a 反射到平面镜 b 上, 又被 b 反射, 若被 b 反射出的光线 n 与光线 m 垂直, 那么此时 $\angle O$ 的度数是_____.

【答案】 (1) 110° , 90°

(2) $\angle 3 = 90^\circ$

(3) 45°

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和, 平行线. 熟练掌握三角形内角和定理, 平行线性质的, “平面镜反射光线规律”, 是解题的关键.

(1) 利用平面镜反射光线的规律知, $\angle 6 = 70^\circ$, 根据平行线性质的得 $\angle 2 = 110^\circ$, 得 $\angle 5 = \angle 7 = 35^\circ$, 由三角形的内角和可知, $\angle 3 = 90^\circ$;

(2) 根据平行线性质的得 $\angle 6 + \angle 2 = 180^\circ$, 根据光反射性质的得 $\angle 6 = 180^\circ - 2\angle 4$, $\angle 2 = 180^\circ - 2\angle 5$, 得 $\angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$, 由三角形的内角和得, $\angle 3 = 90^\circ$;

(3) 根据 $\angle 1 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 3$, $\angle 2 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 4$, $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$, 得 $\angle 1 + \angle 2 = 135^\circ$, 即得 $\angle O = 45^\circ$.

【小问 1 详解】

解: 由题知, $\angle 1 = \angle 4 = 55^\circ$,

$$\therefore \angle 6 = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 4) = 70^\circ,$$

又 $m \parallel n$,

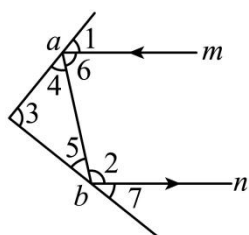
$$\therefore \angle 6 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 7 = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle 2) = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 = 90^\circ,$$

故答案为: 110° , 90° ;



【小问 2 详解】

解: 由题知, $m \parallel n$,

$$\therefore \angle 6 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\text{又 } \angle 6 = 180^\circ - 2\angle 4, \angle 2 = 180^\circ - 2\angle 5,$$

$$\therefore 180^\circ - 2\angle 4 + 180^\circ - 2\angle 5 = 180^\circ,$$

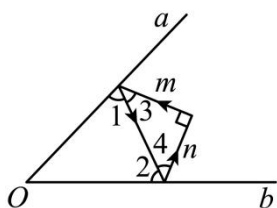
$$\text{即 } \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - (\angle 4 + \angle 5) = 90^\circ,$$

故 $\angle 3$ 的度数为 90° ;

【小问 3 详解】

解: 如图,



$$\text{由题知, } \angle 1 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 3, \angle 2 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 4,$$

$$\text{又 } \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle 3 + \angle 4) = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle O = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 45^\circ.$$

故答案为: 45° .