

2024 学年第一学期期末七年级数学试卷

(满分 100 分 完成时间 90 分钟) 2025.1

一、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

1. 计算: $-a + 2a =$ _____.

2. 计算: $a^2 \cdot (-a)^3 =$ _____.

3. 计算: $(x+1)(x-3) =$ _____.

4. 计算: $(x^2 + x) \div x =$ _____.

5. 因式分解: $2a^2b + 6ab^2 =$ _____.

6. 如果分式 $\frac{2x+1}{x-2}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.

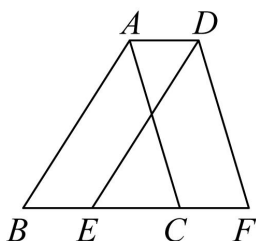
7. 计算: $\frac{a}{5b} \div \frac{a^2}{b^3} =$ _____.

8. 计算: $\frac{a}{2} + \frac{2}{a} =$ _____.

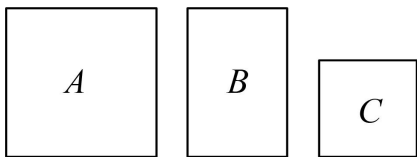
9. 规定一种新运算“ $\otimes$ ”: 对于任意两个不为 0 的代数式 a 、 b , 有 $a \otimes b = a^{-1}b^0$. 那么当 $x=4$, $y=2$ 时, $(x+y) \otimes (-2x^{-2}y)$ 的值是_____.

10. 现有一包 10 克的果汁粉, 用水冲泡成浓度为 10% 的饮料, 需要加_____克水.

11. 如图, 将周长为 17cm 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 平移得到 $\triangle DEF$. 平移后, 如果四边形 $ABFD$ 的周长是 21 cm, 那么平移的距离是_____ cm.



12. 如图, 现有三种不同型号的卡片共 12 张, 其中有 3 张边长为 3 cm 的正方形 A 型卡片, 有 4 张长为 3 cm, 宽为 2 cm 的长方形 B 型卡片, 有 5 张边长为 2 cm 的正方形 C 型卡片. 我们可以选取一些卡片, 无重叠, 无缝隙地拼成不同形状的长方形, 那么能拼成面积最大的长方形的面积是_____ cm^2 .



二、选择题：(本大题共 5 题，每题 3 分，满分 15 分)

13. 下列说法正确的是 ()

- A. $2x^2y$ 的次数是 2
 B. $\frac{x-3}{2}$ 的系数是 1
 C. $x^2 - 2x - 3$ 是二次三项式
 D. $x^2 - 2x - 3$ 的一次项是 $2x$

14. 下列算式中，正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
 B. $(-2a)^2 = 4a^2$
 C. $3a^{-2} = \frac{1}{3a^2}$
 D. $(a^{-1} + b^{-1})^{-1} = a + b$

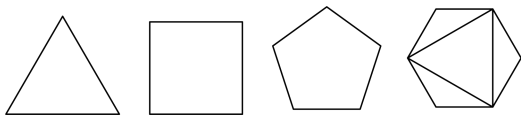
15. 下列各式中，能用完全平方公式进行因式分解的是 ()

- A. $x^2 + 2x - 1$
 B. $x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$
 C. $x^2 + 2x + 4$
 D. $x^2 - 6x + 9$

16. 如果使分式 $\frac{A}{2a+b}$ 有意义的 a 和 b 的值都扩大为原来的 2 倍，则分式的值也扩大为原来的 2 倍，那么整式 A 可以是 ()

- A. $2a + 2b$
 B. $4a + 4b$
 C. ab
 D. a^2b^2

17. 下列四个图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的个数有 ()



- A. 1 个
 B. 2 个
 C. 3 个
 D. 4 个

三、简答题：(本大题共 6 题，每题 5 分，满分 30 分)

18. 计算： $x \cdot x^2 \cdot x^3 - (-x)^6 + (x^3)^2$

19. 计算： $(a+2)(a-2) + (a-2)^2$

20. 计算： $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+3} - \frac{3x+5}{x^2+2x-3}$

21. 计算： $(x^{-1}y - xy^{-1}) + (x^{-1} - y^{-1})$. (结果不含负整数指数幂)

22. 因式分解： $(x+3)^2 - 5(x+3) - 6$

23. 因式分解: $9a^2 - 3a + b - b^2$.

四、解答题: (本大题共 5 题, 第 24 题 5 分, 第 25, 26 每题 6 分, 第 27, 28 每题 7 分, 共 31 分)

24. 我们规定符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的意义是: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$. 先化简, 后求值: $\begin{vmatrix} a^2 & a-1 \\ 1 & (a+1)^{-1} \end{vmatrix}$, 其中 $a = 2024$.

25. 解方程: $\frac{4}{x-3} - \frac{x}{3-x} = 2$.

以下是老师给出的某同学在作业中解方程 $\frac{4}{x-3} - \frac{x}{3-x} = 2$ 的过程:

解: 由原方程可得

$$\frac{4}{x-3} + \frac{x}{x-3} = 2, \dots\dots ①$$

因为此时等式左边分式的分母相同, 于是可得 $4 + x = 2$, $\dots\dots ②$

解得 $x = -2$, $\dots\dots ③$

经检验, $x = -2$ 是原方程的解. $\dots\dots ④$

所以原方程的解是 $x = -2$.

老师在批改这道题时, 发现了其中的解题错误.

(1) 现请你指出: 上述解题过程中, 从第 _____ 步开始出现错误 (填入表示解题步骤的序号①②③④即可);

(2) 请写出你认为正确的解题过程.

26. 如图, 已知三角形 ABC , 按下列要求画出图形 (不用写画法, 保留作图痕迹, 书写结论);

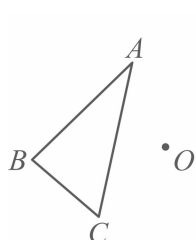


图1

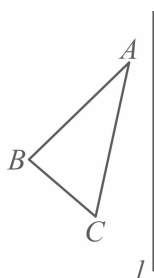


图2

(1) 在图 (1) 中画出三角形 ABC 关于点 O 成中心对称的三角形 $A_1B_1C_1$;

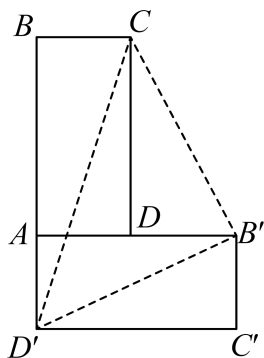
(2) 在图 (2) 中画出三角形 ABC 关于直线 l 成轴对称的三角形 $A_2B_2C_2$.

27. 水果店第一次用 500 元购进某种苹果, 由于销售状况良好, 该店又用 1650 元购进该品种苹果, 所购数量是第一次购进数量的 3 倍, 但进货价比第一次每千克多了 0.5 元.

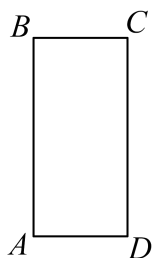
(1) 第一次所购苹果的进货价是每千克多少元?

(2) 水果店以每千克 8 元的售价销售这些苹果，问该水果店售完这些苹果共可获利多少元？

28. 已知长方形 $ABCD$ 中，边 AB 的长度为 a ，边 AD 的长度为 b ， $a > 2b$ ．将长方形 $ABCD$ 绕着点 A 旋转，点 B 、 C 、 D 的对应点分别记为点 B' 、 C' 、 D' ，旋转角记为 $\angle \alpha$ ．



(图1)



(备用图2)

(1) 当旋转方向为顺时针方向且 $\angle \alpha = 90^\circ$ 时 (如图1)，连接 CB' 、 $B'D'$ 、 $D'C$ ，用 a 、 b 的代数式表示三角形 $CB'D'$ 的面积；(结果需化简)

(2) 当 $0^\circ < \angle \alpha < 90^\circ$ 时，如果 $\angle BAB'$ 与 $\angle BAD'$ 的度数之比为 $2:7$ ，请直接写出旋转方向和 $\angle \alpha$ 的度数；

(3) 当 $0^\circ < \angle \alpha < 90^\circ$ 时，旋转过程中，当长方形 $AB'C'D'$ 与原长方形 $ABCD$ 重叠部分的图形是轴对称图形时，请直接写出旋转方向和 $\angle \alpha$ 的度数.