

2024-2025 学年上海市杨浦区兰生中学八年级（下）月考数学试卷（3 月份）

一、选择题：本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

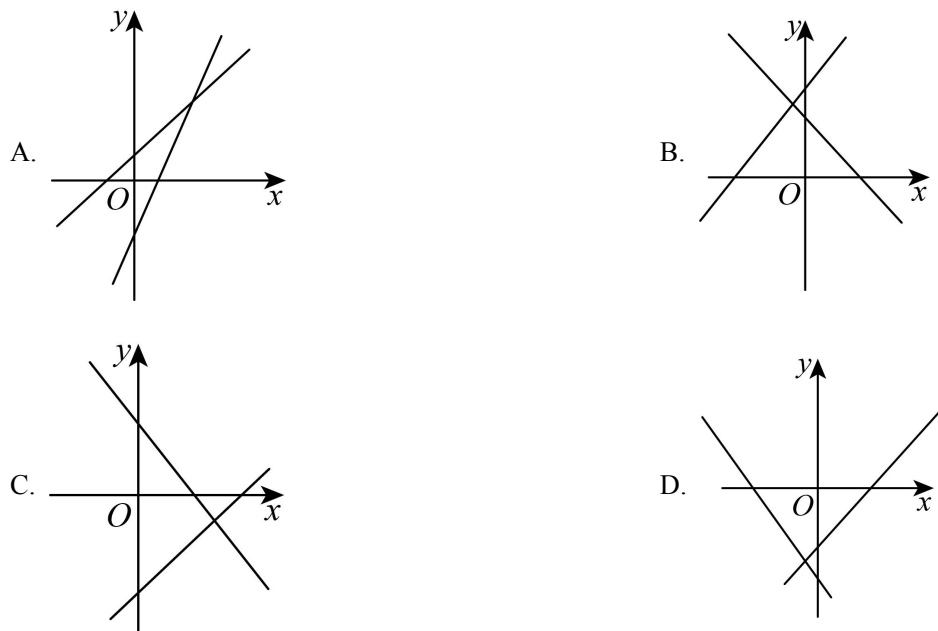
1. 一次函数 $y = kx + 2$ 经过点 $(1, 1)$ ，那么这个一次函数（ ）

- A. y 随 x 的增大而增大
- B. 图像与 y 轴交点在 x 轴的下方
- C. 图像与 x 轴交点在 y 轴的左侧
- D. 图像不经过第三象限

2. 关于 x 的方程 $ax^4 + bx^2 + c = 0 (a \neq 0)$ 有解的条件是（ ）

- A. $b^2 - 4ac \geq 0$ ，且 a 、 b 异号
- B. a 、 b 同号，且 a 、 c 异号
- C. $b^2 - 4ac \geq 0$ ，且 a 、 b 、 c 同为正数或同为负数
- D. $b^2 - 4ac \geq 0$ ，且 a 、 b 、 c 不同为正数或不同为负数

3. 函数 $y = ax + b$ 与 $y = bx + a$ 的图象在同一坐标系内的大致位置正确的是（ ）



4. 在下列方程中，无实数根的方程的个数是（ ）

① $\sqrt{x+4} = \sqrt{x}$ ；

② $\sqrt{2x-5} - \sqrt{2-x} = 0$ ；

$$\textcircled{3} \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1};$$

$$\textcircled{4} \sqrt{1-3x} = x-1;$$

$$\textcircled{5} \sqrt{x+4} = -x.$$

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.

5. 若关于 x 的函数 $y = \left(m^2 - \frac{1}{4}\right)x^2 + \left(m + \frac{1}{2}\right)x + 1$ 是一次函数，则 m 的值为_____.

6. 若关于 x 的一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $(2, -1)$ ，并平行于直线 $y = -\frac{2}{3}x + 11$ ，那么函数 $y = \frac{b}{kx}$ 解析式为_____.

7. 已知：关于 x 的函数 $y = (2m-3)x + (1-m)$ ， y 随 x 的增大而减少，并且与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴，则 m 的取值范围是_____.

8. 当 $x > m$ 时，函数 $y = \frac{2}{3}x + 1$ 的图像都在 x 的上方，那么 m 的取值范围是_____.

9. 若关于 x 的方程 $(k^2 - 1)x^2 + (k+1)x + \frac{1}{4} = 0$ 无实根，则 k 的取值范围是_____.

10. 已知直线 l 经过 $(2, 0)$ 和 $(0, -3)$ ，把直线 l 沿 x 轴向左平移 2 个单位，再向下平移一个单位得到直线 l' ，则直线 l' 的解析式为_____.

11. 若关于 x 的一次函数 $y = (m-1)x + m - 5$ 不经过第二象限，则 m 的取值范围是_____.

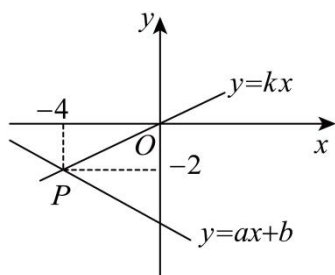
12. 设等腰三角形周长为 a ，则它的底边长 y 与腰长 x 之间的函数解析式为_____，定义域是_____.

13. 方程 $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x-4}{x+4} = \frac{x-2}{x+2} + \frac{x-3}{x+3}$ 的解是_____.

14. 已知关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2} = 3$ 的解是正数，则 m 的取值范围为_____.

15. 方程 $\frac{19x-x^2}{x+1} \left(x + \frac{19-x}{x+1}\right) = 84$ 的解是_____.

16. 如图，函数 $y = ax + b$ 和 $y = kx$ 的图像交于点 P ，则不等式 $(k-a)x > b$ 的解集是_____.



三、解答题：本题共 10 小题，共 52 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17. 解关于 x 的方程： $a^2(x-2)-3a=x+1$.

18. 解方程： $3x^4+4x^3-9x^2+4x+3=0$.

19. 解方程组：
$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+1} = 5 \\ xy+x-3y = \frac{19}{6} \end{cases}$$
.

20. 解方程： $\sqrt{2x+9}-\sqrt{x-4}=\sqrt{x+1}$.

21. 已知函数 $y-b=k(x+1)$ ($k \neq 0$) 的图像过点 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 且与坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{9}{4}$ ，求此函数的解析式.

22. 关于 x 整系数方程 $x^2+ax+b=0$ 有实根 α, β ，且 $\alpha^2+\beta^2 < 4$ ，求 a, b 的值.

23. 已知直线 $y=3x$ 和双曲线 $y=-\frac{2}{x}$ ，把直线向左平行移动 5 个单位.

(1) 求平移后所得的直线的函数解析式.

(2) 平移后所得的直线与已知双曲线是否相交？如果相交，求出交点的坐标，如果不相交，请说明理由.

24. 有一项工程，甲、乙两人合作 20 天后，还需由乙单独做 7 天才能完成．如果甲每天比原来多做 10%，乙每天比原来多做 26%，那么全部工程两人合作 20 天就能完成，求原来甲和乙单独完成这项工程各需多少天？

25. 已知：直线 $l_1: y=2x$ 和点 $P(3,2)$ ，在直线 l_1 上求一点 Q 使得过 P, Q 两点的直线与直线 l_1 ，以及 x 轴在第一象限内围成的三角形的面积最小.

26. 一次函数 $y=\sqrt{3}x+2$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B ，以 AB 为边在第二象限内作等边 $\triangle ABC$.

(1) 求直线 AC 的函数解析式；

(2) 在直线 AC 上有一点 $P\left(a, \frac{1}{3}\right)$ ，求 $\triangle ABP$ 的面积.

(3) 在 x 轴上是否存在点 M , 使 $\triangle MAB$ 为等腰三角形? 若存在, 请写出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.