

上海市杨浦区 2023-2024 学年八年级下学期数学期末考试试卷

(测试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列函数中, 一次函数的是 ()

A. $y = 2$

B. $y = 2x$

C. $y = \frac{2}{x}$

D. $y = kx + 2$ (k 为常数)

2. 下列方程中, 有实数根的方程是 ()

A. $\frac{1}{x^2} = 0$

B. $\sqrt{x} + 1 = 0$

C. $x^2 + 1 = 0$

D. $x^3 + 1 = 0$

3. 下列关于向量的等式中, 正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = 0$

B. $|\overrightarrow{AB}| - |\overrightarrow{BA}| = 0$

C. $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BA}| = 0$

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}| = \vec{0}$

4. 下列事件中, 随机事件的是 ()

A. 直线 $y = x - 2$ 与直线 $y = 2x + 1$ 有公共点

B. 10 位学生分 3 组, 至少有一组人数超过 3

C. 任取一个实数, 它的平方小于零

D. 掷一次骰子, 向上的一面是 6 点

5. 下列命题中, 正确的是 ()

A. 对角线互相垂直的四边形是菱形

B. 对角线互相垂直的菱形是正方形

C. 对角线相等的平行四边形是矩形

D. 对角线相等的平行四边形是正方形

6. 上海市 16 个区共约 1326 条健身步道和绿道, 甲、乙两人沿着总长度为 9 千米的“健身步道”行走, 甲的速度是乙的 1.5 倍, 甲比乙提前 15 分钟走完全程, 如果设乙的速度为 x 千米/时, 那么下列方程中正确的是 ()

A. $\frac{9}{x} - \frac{9}{1.5x} = 15$

B. $\frac{9}{1.5x} - \frac{9}{x} = 0.25$

C. $\frac{9}{1.5x} - \frac{9}{x} = 15$

D. $\frac{9}{x} - \frac{9}{1.5x} = 0.25$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 直线 $y = 2x - 1$ 的截距是_____.

8. 方程 $x^3 + 8 = 0$ 的解是_____.

9. 方程 $\sqrt{2x - 3} = 1$ 的解是_____.

10. 方程组 $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$ 的解是_____.

11. 如果直线 $y = x + m - 1$ 经过第一、三、四象限, 那么 m 的取值范围是_____.

12. 已知方程 $\frac{x}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{x} = 3$, 如果设 $y = \frac{x}{x^2-1}$, 那么原方程转化为关于 y 的整式方程为_____.

13. 在四张完全相同的卡片上分别印有平行四边形、矩形、菱形、等腰梯形的图案, 现将印有图案的一面朝下, 混合后从中随机抽取一张, 那么抽到卡片上印有的图案是中心对称图形的概率为_____.

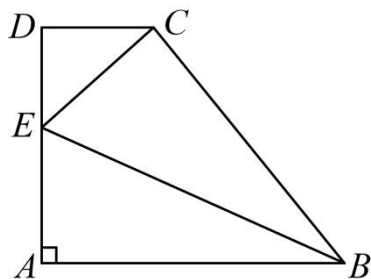
14. 某种型号电视机经过连续两次降价, 每台售价由原来 1500 元降到 980 元, 设平均每次降价的百分率为 x , 那么可列方程为_____.

15. 一个多边形的内角和是 1080° , 这个多边形的边数是_____.

16. 如果一个等腰梯形的周长为 50 厘米, 一条腰长为 12 厘米, 那么这个梯形的中位线长为_____厘米.

17. 已知直线 $l_1: y_1 = k_1x + b_1$ 与直线 $l_2: y_2 = k_2x + b_2$, 如果满足 $k_1 = b_2$, $k_2 = b_1$, 那么直线 l_1 与直线 l_2 称为“互为交换直线”. 如果直线 $y = 2x + m$ 与其交换直线分别与 y 轴交于点 A 、 B , 且 $AB = 1$, 那么 $m =$ _____.

18. 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 5$, $AD = 4$, BE 平分 $\angle ABC$, 交边 AD 于点 E . 如果 $\triangle BEC$ 是直角三角形, 那么 DE 的长为_____.

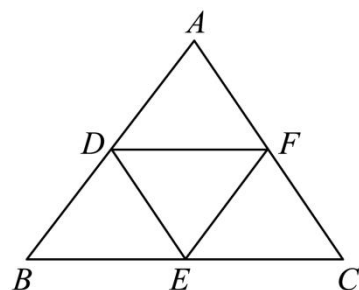


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 46 分)

19. 解方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

20. 解方程组: $\begin{cases} x-y=2, \\ x^2-2xy-3y^2=0. \end{cases}$

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别是边 AB 、 BC 、 CA 的中点.

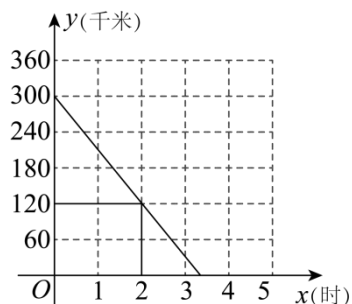


(1) 写出图中所有与 $\overrightarrow{BE}$ 相等的向量: _____;

(2) 用图中的向量表示: $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DF} =$ _____;

(3) 求作: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EB}$ (不要求写作法, 但要写出结论).

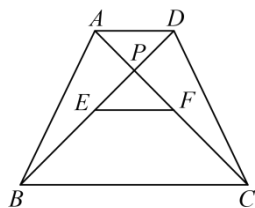
22. A、B 两座城市之间有一条高速公路, 甲、乙两辆汽车同时分别从这条路两端的入口处驶入, 并始终在高速公路上正常行驶. 甲车从 A 城驶往 B 城, 乙车从 B 城驶往 A 城, 甲车在行驶过程中速度始终不变. 甲车距 B 城高速公路入口处的距离 y (千米) 与行驶时间 x (时) 之间的关系如图.



(1) 求 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 已知乙车以 60 千米/时的速度匀速行驶, 当乙车与甲车相遇后速度随即改为 a (千米/时) 并保持匀速行驶, 结果比甲车晚 40 分钟到达终点, 求乙车变化后的速度 a .

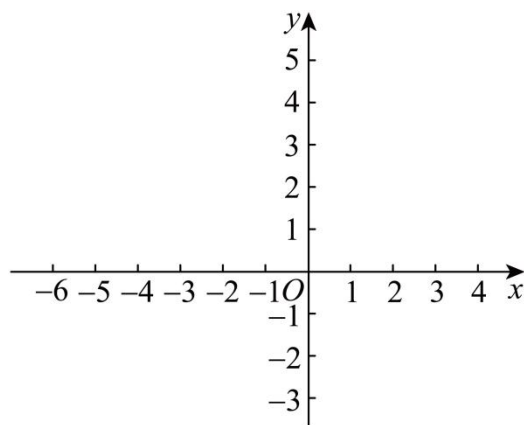
23. 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 P , 点 E 、 F 分别是 BD 、 AC 的中点, 连接 EF .



(1) 求证: $EF \parallel BC$;

(2) 连接 AE 、 DF , 如果 $AE \perp EF$, 求证: 四边形 $AEFD$ 是矩形.

24. 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx + b$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 $A(-2, 0)$ 、点 $B(0, 4)$. 点 C 是 x 轴上一点, 点 Q 是平面内一点, 四边形 $ACBQ$ 是菱形.



(1) 求点 C 和点 Q 的坐标;

(2) 由平面内不在同一直线上的一些线段首尾顺次连接所组成的封闭图形叫做多边形，对于一个多边形，画出它的任意一边所在的直线，如果其余各边都在这条直线的一侧，那么这个多边形叫做“凸多边形”；否则叫做“凹多边形”。如果点 E 是直线 $x=1$ 上的一个动点，纵坐标为 t ，且四边形 $AECB$ 是凹四边形 (线段 AE 与线段 BC 没有交点)，求 t 的取值范围。

25. 已知在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $AD=8$ ，点 E 是边 AD 上的动点，连接 BE 。线段 BE 绕点 B 顺时针旋转 90° ，点 E 落在点 F 处。

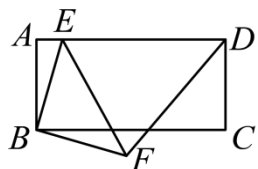
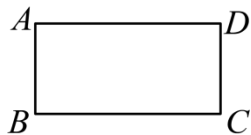


图1



备用图

- (1) 如图 1，当 $AE=1$ 时，求 $\triangle DEF$ 的面积；
- (2) 设 $AE=x$ ， $DF=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式和定义域；
- (3) 作 $\angle EBF$ 的平分线与边 CD 所在直线交于点 G ，如果 $DG=2$ ，求 AE 的长。