

2025 学年第一学期七年级数学学科阶段诊断测评

(考试时间 60 分钟, 满分 100 分)

一、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 在每小题给出的选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 下列关于分式的判断, 正确的是 ()

- A. 当 $x = 2$ 时, $\frac{x+1}{x-2}$ 的值为 0;
B. 当 $x \neq 3$ 时, $\frac{x-3}{x}$ 有意义;
C. 无论 x 为何值, $\frac{3}{x+1}$ 的值不可能是正整数
D. 无论 x 为何值, $\frac{1}{x^2+1}$ 总有意义

2. 下列分式中, 是最简分式的是 ()

- A. $\frac{12x^2}{9x}$ B. $\frac{4xy}{3x^2}$ C. $\frac{x-1}{x^2-1}$ D. $\frac{x+1}{2x+1}$

3. 下列式子从左到右变形, 正确的是 ()

- A. $\frac{y+1}{y-1} = \frac{(y+1)^2}{(y-1)(y+1)}$ B. $\frac{x+2}{y+2} = \frac{x}{y}$
C. $\frac{4x^2}{2xy} = \frac{2x}{y}$ D. $\frac{x}{y} = \frac{x^2}{y^2}$

4. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^2 = a^4$ B. $(-2a)^3 = -6a^3$ C. $3a^{-2} = \frac{1}{3a^2}$ D. $(-a)^3 \cdot (-a)^4 = -a^7$

5. 下列各式中, 是分式方程的是 ()

- A. $\frac{16x}{25} = \frac{1}{\pi}$ B. $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}$
C. $\frac{x+y}{4} - \frac{1}{9} = 0$ D. $\frac{2}{x} + \frac{2x}{3}$

6. 某班组织学生参加植树活动, 第一组植树 12 棵, 第二组比第一组多 6 人, 植树 36 棵, 结果两组平均每人植树的棵树相等. 设第一组学生有 x 人, 则可列方程为 ()

- A. $\frac{12}{x} = \frac{36}{x-6}$ B. $\frac{12}{x} = \frac{36}{x+6}$ C. $\frac{36}{x} = \frac{12}{x+6}$ D. $\frac{36}{x} = \frac{12}{x-6}$

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分.

7. 在多项式 $2 - 4x^2 + x - 3x^3$ 中, 二次项的系数等于_____.
8. 若单项式 $23x^2y^n$ 与 $-2x^my^3$ 的和仍是单项式, 则 mn 等于_____.

9. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x^2+1}{2x-7}$ 有意义.

10. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{x^2-9}{x-3}$ 的值为零.

11. 计算: $\frac{2a(x-y)}{9b} \cdot \frac{3b^3}{a^2(y-x)^2} =$ _____.

12. 计算: $\frac{2}{x^2-4} - \frac{x}{4-x^2} =$ _____.

13. 将 $-5xy^{-1}(x-y)^{-2}$ 写成只含正整数指数幂的形式: _____.

14. 将代数式 $\frac{3z}{(x+y)^2}$ 化成不含分母的形式是_____.

15. 计算: $x^{-3} \cdot x^2 =$ _____.

16. 计算: $xy(x^{-1} + y^{-1}) =$ _____.

17. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x+2} = \frac{a}{x-1}$ 的解是 $x = 2$, 那么 a 的值是_____.

18. 如果关于 x 的方程 $\frac{1}{x-3} = 3 - \frac{k}{3-x}$ 有增根, 那么 $k =$ _____.

三、简答题 (19 题到 23 题每题 6 分, 24 题 10 分, 共 40 分)

19. 计算: $\left(\frac{3x}{4y}\right)^2 \div \left(-\frac{3x}{2y}\right)^3$

20. 计算: $\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b} + \frac{2b}{a^2-b^2}$

21. 计算: $\left(a-1-\frac{3}{a+1}\right) \div \frac{a^2-4a+4}{a+1}$

22. 计算: $x^{-1}y^{-1} \div (x^{-1}-y^{-1})$

23. 解方程: $\frac{2-x}{3x-1} + \frac{7}{1-3x} = 1$

24. 某服装店购进一批甲、乙两种款型 T 恤衫, 甲种款型共用了 7000 元, 乙种款型共用了 5000 元, 甲种款

型的件数是乙种款型件数的 2 倍，甲种款型每件进价比乙种款型每件进价少 30 元.

(1) 甲、乙两种款型的 T 恤衫分别购进多少件?

(2) 甲、乙两种款型 T 恤衫均按照进价提高 $m\%$ 标价出售，要使销售完后利润总和等于 4800 元，求 m 的值.

25. 拓广探索:

若 x 满足 $(9-x)(x-4)=4$ ，求 $(9-x)^2+(x-4)^2$ 的值.

解: 设 $9-x=a$, $x-4=b$,

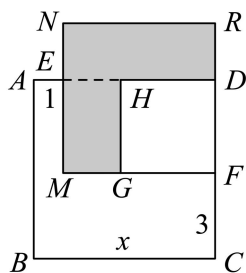
则 $(9-x)(x-4)=ab=4$, $a+b=(9-x)+(x-4)=5$,

$\therefore (9-x)^2+(x-4)^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5^2-2\times 4=17$.

请仿照上面的方法求解问题:

(1) 若 x 满足 $(5-x)(x-2)=2$ ，求 $(5-x)^2+(x-2)^2$ 的值.

(2) 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 x , E 、 F 分别是 AD 、 DC 上的点, 且 $AE=1$, $CF=3$, 长方形 $EMFD$ 的面积是 48, 分别以 MF 、 DF 为边作正方形, 求阴影部分的面积.



26. 我们定义: 如果两个分式 A 与 B 的差为常数, 且这个常数为正数, 那么称 A 是 B 的“雅中式”, 这个常数称为 A 关于 B 的“雅中值”.

例如分式 $A=\frac{2x}{x+1}$, $B=\frac{-2}{x+1}$, $A-B=\frac{2x}{x+1}-\frac{-2}{x+1}=\frac{2x+2}{x+1}=\frac{2(x+1)}{x+1}=2$, 则 A 是 B 的“雅中式”,

A 关于 B 的“雅中值”为 2.

(1) 已知分式 $C=\frac{1}{x+2}$, $D=\frac{x^2+5x+6}{x^2+4x+4}$, 判断 C 是否为 D 的“雅中式”, 若不是, 请说明理由; 若

是, 请求出 C 关于 D 的“雅中值”;

(2) 已知分式 $P=\frac{E}{9-x^2}$, $Q=\frac{2x}{3-x}$, P 是 Q 的“雅中式”, 且 P 关于 Q 的“雅中值”是 2, 那么 E 所代表的代数式为_____;

(3) 在 (2) 的条件下, 如果“雅中式” P 的值为整数, 求所有符合条件的整数 x 的值.