

2025 学年第一学期七年级数学学科期中试卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分. 下列各题四个选项中, 有且只有一个选项是正确的)

1. 下列结论中, 正确的是 ()

A. 单项式 $\frac{3xy^2}{7}$ 的系数是 3, 次数是 2

B. 单项式 $-xy^2z$ 的系数是 -1 , 次数是 4

C. 单项式 m 的次数是 1, 没有系数

D. 多项式 $2x^3 + x^2y^2 + 3$ 是三次三项式

2. 如果 A 、 B 都是关于 x 的单项式, 且 $A \cdot B$ 是一个八次单项式, $A - B$ 是一个五次多项式, 那么 $A + B$ 的次数 ().

A. 一定是五次

B. 一定是八次

C. 一定是三次

D. 无法确定

3. 若 $a^m = 4$, $a^n = 8$, 则 $a^{3m-2n} = ()$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

4. 在边长为 a 的正方形中剪去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$, 如图 1), 把余下部分沿虚线剪开拼成一个长方形 (如图 2), 根据两个图形中阴影部分的面积相等, 可以验证公式 ()

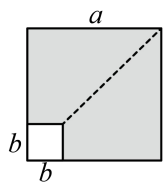


图1

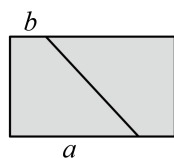


图2

A. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

D. $a(a-b) = a^2 + ab$

5. 下列因式分解正确的是 ()

A. $12abc - 3bc^2 = 3b(4ac - c^2)$

B. $(a-b)^2 + 4ab = (a-2b)^2$

C. $3ax^2 - 3ay^2 = 3a(x^2 - y^2)$

D. $(x-4)(x+1) + 3x = (x+2)(x-2)$

6. 在日常生活中如取款、上网等都需要密码. 有一种用“因式分解”法产生的密码, 方便记忆. 原理是如对于多项式 $x^4 - y^4$, 因式分解的结果是 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$, 若取当 $x=9$, $y=9$ 时, 则各个因式的值是 $x-y=0$, $x+y=18$, $x^2+y^2=162$, 于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码, 对于多项

式 $4x^3 - xy^2$ 取 $x=11$, $y=10$ 时, 用上述方法产生的密码不可能是 ()

A. 113212

B. 111232

C. 123211

D. 123011

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分.)

7. $\frac{1}{8}\pi x^2$ 的系数是_____.

8. 已知单项式 $3a^m b^2$ 与 $-\frac{2}{3}a^4 b^{n-1}$ 的差是单项式, 那么 $m+n=$ _____.

9. 如果整式 A 与整式 B 的和为一个数值 a , 我们称 A, B 为数 a 的“友好整式”. 例如: $x-4$ 和 $-x+5$ 为数 1 的“友好整式”; $2ab+3$ 和 $-2ab+4$ 为数 7 的“友好整式”. 若关于 x 的整式 $4x^2 - kx + 6$ 与 $-4x^2 - 3x + k - 1$ 为数 n 的“友好整式”, 则 n 的值为_____.

10. 已知 $x^2 - 2ax + 9$ 是完全平方式, 则 $a=$ _____.

11. 要使多项式 $(2x+p)(x-2)$ 不含 x 的一次项, 则 p 的值为_____.

12. 一个长方形的面积为 $6a^2 - 2ab^2$, 其中一边长为 $2a$, 则长方形的另一边长为_____.

13. 我国宋朝数学家杨辉在他的著作《详解九章算术》中提出下表, 此表揭示了 (n 为非负整数) 展开式的各项系数的规律, 例如:

$(a+b)^0 = 1$; 它只有一项, 系数为 1;

$(a+b)^1 = a+b$, 它有两项, 系数分别为 1, 1;

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 它有三项, 系数分别为 1, 2, 1;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, 它有四项; 系数分别为 1, 3, 3, 1;

根据以上规律, $(a+b)^6$ 展开式各项系数的和等于_____.

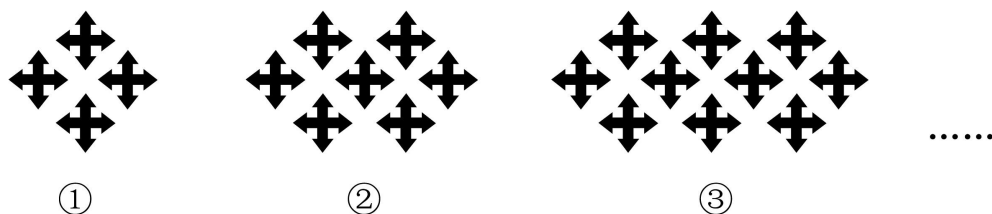
			1			
		1		1		
	1		2		1	
1		3		3		1

14. 因式分解: $a^2(x-y) + (y-x) =$ _____.

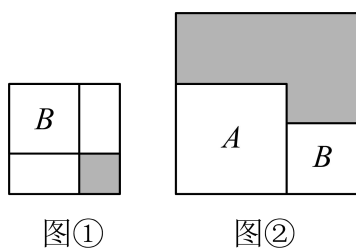
15. 已知二次三项式 $x^2 - 4x + m$ 有一个因式是 $(x-3)$, 则 m 值为_____.

16. 甲乙两人完成因式分解 $x^2 + ax + b$ 时, 甲看错了 a 的值, 分解的结果是 $(x+6)(x-2)$, 乙看错了 b 的值, 分解结果为 $(x-8)(x+4)$, 那么 $x^2 + ax + b$ 分解因式正确的结果为_____.

17. 云南少数民族服饰以其精美的花纹和艳丽的色彩越来越受到追求独立与个性的设计师的喜爱. 某民族服饰的花边均是由若干个  平移形成的有规律的图案, 如图, 第①个图案由 4 个  组成, 第②个图案由 7 个  组成, 第③个图案由 10 个  组成, ..., 按此规律排列下去, 第 n 个图案中的  个数为 _____.



18. 有两个正方形 A , B , 现将 B 放在 A 的内部得图①, 将 A , B 并列放置后构造新的正方形得图②. 若图①和图②中阴影部分的面积分别为 4 和 18, 则图②所示的大正方形的面积为_____.



三、解答题: (本大题共 9 题, 第 19 题 8 分, 第 20-第 21 题每题 4 分, 第 22 题 12 分, 第 23-25 题每题 6 分, 第 26 题 8 分, 第 27 题 10 分; 共 64 分)

19. 计算:

$$(1) \frac{1-3m}{2} - \frac{2m+5}{3} + \frac{3-2m}{4};$$

$$(2) (-4x^2y^3) \left(\frac{1}{8}xyz \right) \div \left(-\frac{1}{2}xy^2 \right)^2.$$

20. 运用乘法公式计算: $(3x+2y-2)(-2-3x-2y)$.

21. 用简便方法计算: $\frac{1}{4} \times 4.16^2 - 4 \times 0.54^2$

22. 因式分解

$$(1) 9m^2n(x-3y) + n(3y-x);$$

$$(2) (x^2+x)^2 - 18(x^2+x) + 72;$$

$$(3) a^{n+2} - 18a^n + 81a^{n-2} \quad (n \text{ 为大于 } 2 \text{ 的正整数}).$$

23. 已知 $A = 3a^2b - 2ab^2 + abc$, 晓风错将 “ $2A-B$ ” 看成 “ $2A+B$ ”, 算得结果

$$C = 4a^2b - 3ab^2 + 4abc.$$

(1) 计算 B 的表达式;

(2) 求正确的结果的表达式;

(3) 晓华说 (2) 中的结果的大小与 c 的取值无关, 对吗? 若 $a = \frac{1}{8}$, $b = \frac{1}{5}$, 求 (2) 中代数式的值.

24. 先化简, 再求值: $[(m+n)(m-n)-(m-2n)^2] \div (-2n)$, 其中 $m=1, n=2$.

25. 阅读下列两则材料, 解决问题:

材料一: 比较 3^{22} 和 4^{11} 的大小.

解: $\because 4^{11} = (2^2)^{11} = 2^{22}$, 且 $3 > 2$

$$\therefore 3^{22} > 2^{22}, \text{ 即 } 3^{22} > 4^{11}$$

小结: 指数相同的情况下, 通过比较底数的大小, 来确定两个幂的大小

材料二: 比较 2^8 和 8^2 的大小

解: $\because 8^2 = (2^3)^2 = 2^6$, 且 $8 > 6$

$$\therefore 2^8 > 2^6, \text{ 即 } 2^8 > 8^2$$

小结: 底数相同的情况下, 通过比较指数的大小, 来确定两个幂的大小

【方法运用】

(1) 比较 3^{44} 、 4^{33} 、 5^{22} 的大小

(2) 比较 81^{31} 、 27^{41} 、 9^{61} 的大小

(3) 已知 $a^2 = 2$, $b^3 = 3$, 比较 a 、 b 的大小

26. 阅读下列材料:

【材料一】在因式分解中, 把多项式中某些部分看作一个整体, 用一个新的字母代替 (即换元), 不仅可以简化要分解的多项式的结构, 而且能使式子的特点更加明显, 便于观察如何进行因式分解, 这种方法就是换元法.

对于 $(x^2 + 5x + 2)(x^2 + 5x + 3) - 12$.

解法一: 设 $x^2 + 5x = y$, 则原式 $= (y + 2)(y + 3) - 12 = y^2 + 5y - 6$

$$= (y + 6)(y - 1) = (x^2 + 5x + 6)(x^2 + 5x - 1) = (x + 2)(x + 3)(x^2 + 5x - 1);$$

解法二：设 $x^2 + 2 = m$ ， $5x = n$ ，则原式 $= (m + n)(m + n + 1) - 12 = (m + n)^2 + (m + n) - 12$
 $= (m + n + 4)(m + n - 3) = (x^2 + 5x + 6)(x^2 + 5x - 1) = (x + 2)(x + 3)(x^2 + 5x - 1)$ 。

【材料二】将 $2a - 3ab - 4 + 6b$ 因式分解。

解法一：原式 $= (2a - 3ab) - (4 - 6b) = a(2 - 3b) - 2(2 - 3b) = (2 - 3b)(a - 2)$ ；

解法二：原式 $= (2a - 4) - (3ab - 6b) = 2(a - 2) - 3b(a - 2) = (a - 2)(2 - 3b)$

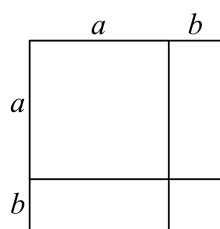
对项数较多的多项式无法直接进行因式分解时，我们可以将多项式分为若干组，再利用提公因式法、公式法达到因式分解的目的，这就是因式分解的分组分解法。

请按照上面介绍的方法解决下列问题：

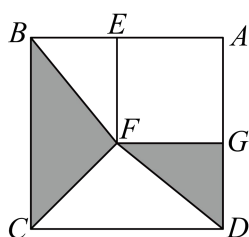
(1) 因式分解： $(x^2 - 4x + 1)(x^2 - 4x + 7) + 9$ ；

(2) 因式分解： $(x + y - 2xy)(x + y - 2) + (xy - 1)^2$ ；

27. 阅读理解：我国著名数学家华罗庚曾说：“数缺形时少直观，形缺数时难入微，数形结合百般好，隔裂分家万事休。”数形结合是解决数学问题的重要思想方法。通过计算几何图形的面积可以验证一些代数恒等式。



图①



图②

(1) 如图①是一个大正方形被分割成了边长分别为 a 和 b 的两个正方形，长宽分别为 a 和 b 的两个长方形，利用这个图形可以验证公式_____，

利用上述公式解决问题：

【直接应用】

(2) 若 $xy = 2$ ， $x + y = 7$ ，则 $x^2 + y^2 =$ _____；

【类比应用】

(3) 若 $(20 - x)(x - 30) = 10$ ，求 $(20 - x)^2 + (x - 30)^2$ 的值；

【知识迁移】

(4) 将两个正方形 $ABCD$ ， $EFGA$ 如图，摆放，若两个正方形面积之和为 65， $BE = 3$ ，求图中阴影部分面积和。

