

2025 学年第一学期七年级融合班

数学学科作业节点检测

(考试时间: 90 分钟 总分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 代数式①2, ② $3+x$, ③ $-\frac{1}{2}a^2$, ④ x^3y^4 , ⑤ a^2+b^2 , ⑥ $\frac{2}{a}$ 中, 单项式的个数 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 下列说法正确的是 ()

- A. $\frac{1}{2}a^2b$ 是二次单项式 B. a^3+a^2 是五次二项式

- C. a^2+a-1 的常数项是 1 D. $-\frac{a^3b^2c}{5}$ 的系数是 $-\frac{1}{5}$

3. 已知 $7a^3b^m \div 14a^n b^2 = \frac{1}{2}b^2$ 那么 m 、 n 的取值依次为 ()

- A. 2, 3 B. 4, 3 C. 1, 3 D. 4, 1

4. 下列整式的乘法中, 不能用平方差公式计算的是 ()

- A. $(x+y)(x-y)$ B. $(x+y)(-x+y)$
C. $(-x+y)(x-y)$ D. $(-x+y)(-x-y)$

5. 若 $x^2+kx+16$ 能分解成两个一次因式的积, 且 k 为整数, 那么 k 不可能是 ()

- A. 10 B. 17 C. 15 D. 8

6. 我国北宋数学家贾宪在 1050 年左右首次发现了一个奇妙的“三角形”, 这个“三角形”被称为贾宪三角形, 这个“三角形”第 1 行有 1 个数, 第 2 行有 2 个数.....第 n 行有 n 个数, 不仅如此, 这个“三角形”

第 $n+1$ 行中的数竟与 $(a+b)^n$ (n 是正整数) 展开式各项的系数完全吻合, 如下图所示:

$(a+b)^0$				1				
$(a+b)^1$			...	1	1			
$(a+b)^2$			1	2	1			
$(a+b)^3$		...	1	3	3	1		
$(a+b)^4$		1	4	6	4	1		
$(a+b)^5$	...	1	5	10	10	5	1	
.....								

根据“贾宪三角形”请计算 $(a+b)^8$ 的展开式中从左起第五项的系数为 ()

A. 84

B. 56

C. 28

D. 70

二、填空题 (本大题共 12 题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 用代数式表示: a 与 b 平方的差是__.

8. 整式 $5xy + xy^2 + 9x^2y^3 - 6xy - 4$ 是_____次_____项式.

9. 把多项式 $3xy^2 - 2x^2y + 4y^3 - x^3$ 按 x 的降幂排列_____.

10. 定义 $a - b = 0$, 则称 a 、 b 互容, 若 $2x^2 - 2$ 与 $x + 4$ 互容, 则 $6x^2 - 3x - 9 =$ _____.

11. 分解因式: $2a^3 - 4a^2b + 2ab^2 =$ _____.

12. 分解因式: $4(x+2y)^2 - (5x-2y)^2 =$ _____.

13. 若 $x - \frac{1}{x} = 3$, 则 $x^4 + \frac{1}{x^4} =$ _____.

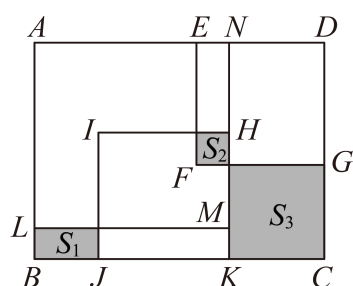
14. 已知二项式 A 和单项式 B 满足 $A^2 = x^2 + B + 1$, 那么 $B =$ _____.

15. 已知 $(x^2 + mx + 1)(x - n)$ 的展开式中不含 x 项, x^2 项的系数为 -2 , 则 $mn + m - n$ 的值为_____.

16. 已知: $(x+2)^{|x|-2} = 1$, 则 x 的值是_____.

17. 已知 $k^a = 4$, $k^b = 6$, $k^c = 9$, $2^{b+c} \cdot 3^{b+c} = 6^{a-2}$, 则 $9^a \div 27^b =$ _____.

18. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中放入一个边长为 8 的正方形 $ALMN$ 和两个边长为 6 的正方形 $DEFG$ 、 $HIJK$. 若阴影部分的面积满足 $2S_3 + S_1 - S_2 = 2$, 则长方形 $ABCD$ 的面积为_____.



三、简答题 (本大题共 5 题, 每小题 5 分, 满分 25 分)

19. 计算: $(-3a^m)^2 - a^{m+1} \cdot a^{m-1} + 2(a^{m+1})^2 \div a^2$.

20. 计算: $(x - 2y + 3)(x + 2y - 3) - (3 + x - 2y)(2y - x - 3)$.

21. 计算: $x^2y^3 \left(\frac{4}{3}x^3y - 6x^2y^3 + 3xy^4 \right) \div \left(-\frac{1}{3}xy \right)^3$.

22. 分解因式: $(x^2 - 5x)^2 - 12(x^2 - 5x) + 36$.

23. 因式分解: $(x + y)(x + y + 2xy) + (xy + 1)(xy - 1)$.

四、解答题 (本大题共 4 题, 第 24、25 题每题 8 分, 第 26 题 9 分, 第 27 题 8 分, 满分 33 分)

24. 已知整式 A, B, C , $A + B = 2C$, 整式 $A = x^2 - 3xy + 2y^2$, $C = x^2 + 0.5xy - 2y^2$.

(1) 求整式 B ;

(2) 若 x, y 满足 $2x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$, 求整式 B 的值.

25. 阅读: 分解因式 $x^2 + 2x - 3$.

解: 原式 $= x^2 + 2x + 1 - 1 - 3$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 4$$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$= (x + 1 + 2)(x + 1 - 2)$$

$$= (x + 3)(x - 1)$$

此方法是抓住二次项和一次项的特点, 然后加一项, 使这三项为完全平方式, 我们称这种方法为“配方法”, 此题为用配方法分解因式.

请体会配方法的特点, 然后用配方法解决下列问题:

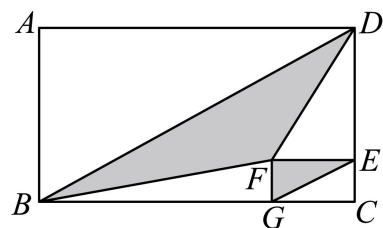
分解因式:

(1) $4a^2 + 4a - 15$;

(2) $2a^2 + 4a - 6$.

26. 对于任意四个有理数 a, b, c, d , 可以组成两个有理数对 (a, b) 与 (c, d) , 我们规定:

$(a, b) \square (c, d) = a^2 + d^2 - bc$. 例如: $(1, 2) \square (3, 4) = 1^2 + 4^2 - 2 \times 3 = 11$.



(1) 若 $(x, kx) \square (y, -y)$ 是一个完全平方式, 求常数 k 的值;

(2) 若 $2x + y = 10$ ，且 $(3x + y, 2x^2 + 3y^2) \square (3, x - 3y) = 84$ ，求 xy 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，将长方形 $ABCD$ 及长方形 $CEFG$ 按照如图方式放置，其中点 E 、 G 分别在边 CD 、 BC 上，连接 BD 、 BF 、 DF 、 EG ，若 $AB = 2x$ ， $BC = 8x$ ， $CE = y$ ， $CG = 4y$ ，求图中阴影部分的面积。

27. 阅读材料，完成下列问题。

材料：已知多项式 $2x^3 - x^2 + m$ 有一个因式是 $2x + 1$ ，求 m 的值。

解法一：设 $2x^3 - x^2 + m = (2x + 1)(x^2 + ax + b)$ ，

则： $2x^3 - x^2 + m = 2x^3 + (2a + 1)x^2 + (a + 2b)x + b$ ，

比较系数得：
$$\begin{cases} 2a + 1 = -1 \\ a + 2b = 0 \\ b = m \end{cases} \text{，解得：} \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \text{，}$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}；$$

解法二：设 $2x^3 - x^2 + m = A \cdot (2x + 1)$ (A 为整式)；

由于上式为恒等式，为方便计算了取 $x = -\frac{1}{2}$ ， $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + m = 0$ ，故 $m = \frac{1}{2}$ 。

(1) 已知多项式 $x^4 - mx^3 + 2nx - 16$ 有两个因式分别是 $(x - 1)$ 和 $(x - 2)$ ，求 m 和 n 的值；

(2) 已知多项式 $x^3 + kx^2 + 3$ 除以 $x + 2$ 所得的余数，比该多项式除以 $x + 3$ 所得的余数少 1，求 k 的值。