

初二数学

(时间 100 分钟)

一. 选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列函数中, 是一次函数的是 ()

- A. $y = \frac{1}{2x} + 1$ B. $y = x^2 + 1$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = kx + b$ (k, b 是常数)

2. 一次函数 $y = x - 1$ 的图象不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 点 $P(x+1, x-1)$ 不可能在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 在下列判断中正确的是 ()

- A. 一组对边平行且有一组邻边相等的四边形是平行四边形
B. 一组对角相等, 一组对边相等的四边形是平行四边形
C. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形
D. 多边形的内角中至多有 3 个锐角

5. 已知四边形 $ABCD$ 的两条对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 且互相平分. 那么下列条件中不能判定四边形 $ABCD$ 为矩形的是 ()

- A. $\angle ABC = 90^\circ$ B. $AC = BD$
C. $AC \perp BD$ D. $\angle OBC = \angle OCB$

6. 如果四边形对角线互相垂直, 则顺次连接这个四边形各边中点所得的四边形是 ()

- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果函数 $y = (m-1)x^{m^2-3}$ 是正比例函数, 且其图像经过第二、四象限, 那么 m 的值是_____.

8. 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

9. 直线 $y = 3x - 2$ 沿 y 轴正方向向上平移 3 个单位后的函数表达式是_____.

10. 已知函数 $f(x) = \sqrt{6} \cdot x$, 则 $f(\sqrt{3}) =$ _____.

11. 已知直角坐标平面上点 $P(3, -2)$ 和 $Q(-1, 6)$, 则 $PQ =$ _____.

12. 通过画出多边形的对角线, 可以把多边形内角和问题转化为三角形内角和问题. 如果从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有 2 条, 那么该多边形的内角和是_____度.

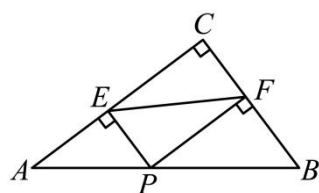
13. 在 $\square ABCD$ 中, 如果 $\angle A = 45^\circ$, 那么 $\angle B =$ _____ $^\circ$.

14. 已知点 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 的中点, 如果 $BC = 10\sqrt{2}$, 那么 $DE =$ _____.

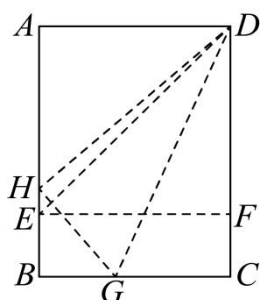
15. 如果菱形的两条对角线长分别为 10cm 和 24cm, 那么这个菱形的周长是_____ cm.

16. 已知: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 中线 BD 和 AE 交于点 G , $AB = 8$, 则 CG 的长为_____.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 点 P 为斜边 AB 上一动点, 过点 P 作 $PE \perp AC$, $PF \perp BC$, 垂足分别为点 E 、 F , 连接 EF , 则线段 EF 的最小值为_____.

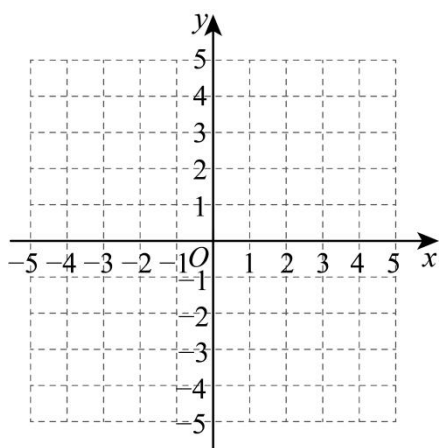


18. 折叠矩形纸片 $ABCD$ 时, 发现可以进行如下操作: ①把 $\triangle ADE$ 翻折, 点 A 落在 DC 边上的点 F 处, 折痕为 DE , 点 E 在 AB 边上; ②把纸片展开并铺平; ③把 $\triangle CDG$ 翻折, 点 C 落在线段 AE 上的点 H 处, 折痕为 DG , 点 G 在 BC 边上, 若 $AB = AD + 2$, $EH = 1$, 则 $AD =$ _____.



三、(本大题共 4 题, 每题 8 分, 满分 32 分)

19. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 A 在 y 轴上且坐标可表示为 $(a-2, 3a-6)$, 点 B 的坐标为 $(-2, -1)$.

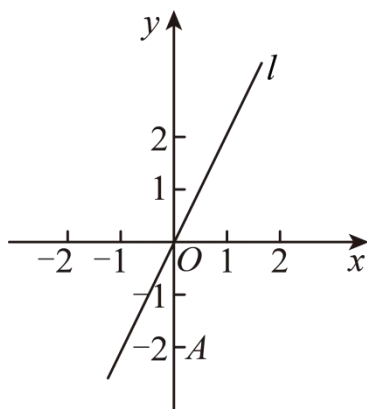


(1) $a =$ _____;

(2) 将点 A 向上平移 3 个单位，再向左平移 2 个单位得到点 A' ，点 A' 的坐标为_____；

(3) 请在图中画出 $\triangle A'AB$ ，并求出它的面积.

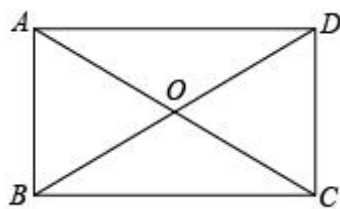
20. 如图，已知直线 $l_1: y = kx + b$ 经过点 $A(0, -2)$ 、 $B(2, m)$ ，且平行于直线 $l: y = 2x$.



(1) 求直线 l_1 的表达式:

(2) 如果直线 l_2 经过点 B ，与 y 轴的正半轴相交于点 C ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 6，求直线 l_2 的表达式.

21. 已知：如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $BC = 4$.



(1) 求证： $\angle AOD = 120^\circ$ ；

(2) 求 AC 的长.

22. 解答:

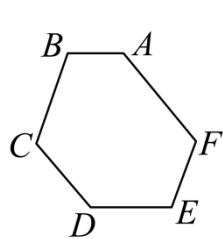


图1

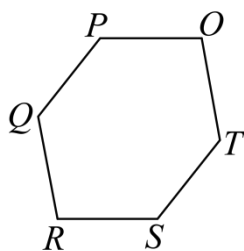


图2

(1) 【新定义1】如图 1，在凸六边形 $ABCDEF$ 中，满足 $AB \parallel DE$ ， $BC \parallel EF$ ， $CD \parallel FA$ ，我们称这样的凸六边形叫做“平行六边形”. 其中 AB 与 DE ， BC 与 EF ， CD 与 FA 叫做“主对边”； $\angle A$ 和 $\angle D$ ， $\angle B$ 和 $\angle E$ ， $\angle C$ 和 $\angle F$ 叫做“主对角”； AD ， BE 、 CF 叫做“主对角线”.

类比平行四边形性质，有如下猜想，请判断正误并在横线上填写“正确”或“错误”.

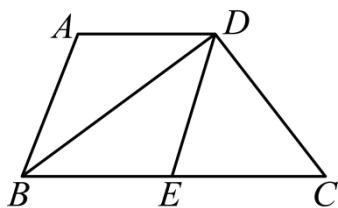
猜想	判断正误
①平行六边形的三组主对边分别相等	_____
②平行六边形的三组主对角分别相等	_____
③平行六边形的三条主对角线互相平分	_____

(2) 【新定义 2】六条边都相等的平行六边形叫做“菱六边形”。

如图 2，已知平行六边形 $OPQRST$ 满足 $OP = PQ = QR = RS$ 。求证：平行六边形 $OPQRST$ 是菱六边形。

四、(本大题共 2 题，每题 10 分，满分 20 分)

23. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = \frac{1}{2}BC$ ， E 为 BC 的中点，联结 ED ， BD 。



(1) 求证：四边形 $ABED$ 是平行四边形；

(2) 如果 $\angle ADB + \angle DCB = 90^\circ$ ，求证：四边形 $ABED$ 是菱形。

24. 阅读理解并解决问题

【阅读材料】当 $a > 0$ 且 $x > 0$ 时，因为 $\left(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$ ，所以 $x - 2\sqrt{a} + \frac{a}{x} \geq 0$ ，从而有 $x + \frac{a}{x} \geq 2\sqrt{a}$ (当 $x = \sqrt{a}$ 时取等号)。

记函数 $y = x + \frac{a}{x}$ ($a > 0, x > 0$)，由上述结论可知：当 $x = \sqrt{a}$ 时，该函数有最小值为 $2\sqrt{a}$ 。

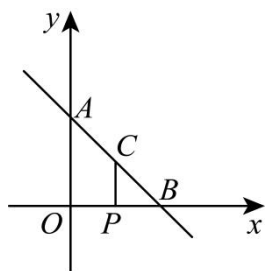
(1) 【知识理解】已知函数 $y_1 = x$ ($x > 0$) 与函数 $y_2 = \frac{8}{x}$ ($x > 0$)，则当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $y_1 + y_2$ 取得最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 【解决问题】已知某汽车的一次运输成本包含以下三个部分：一是固定费用 360 元；二是燃油费，每

千米为 1.6 元；三是折旧费，它与路程的平方成正比，比例系数为 0.001. 设该汽车运输的路程为 x 千米，求当 x 为多少时，该汽车平均每千米的运输成本最低？最低是多少元？

五、(本大题第 (1) 4 分，第 (2) 小题 4 分，第 (3) 小题 4 分，满分 12 分)

25. 已知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像经过 $A(0, 2)$ 、 $B(2, 0)$ ，点 C 是线段 AB 的中点， $CP \parallel OA$ 交 x 轴于点 P ，点 C 关于 x 轴的对称点为 C' ，把线段 CC' 以点 C 为旋转中心，顺时针旋转 45° ，点 C' 的对应点为点 D .



- (1) 求一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的解析式.
- (2) 求点 D 的坐标.
- (3) 若点 C 、 C' 、 D 、 M 为顶点的四边形是平行四边形，且 CC' 是平行四边形的一条边，直接写出点 M 的坐标.

六、(本大题第 (1) 4 分，第 (2) 小题 5 分，第 (3) 小题 5 分，满分 14 分)

26. 已知在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AD = DC$.

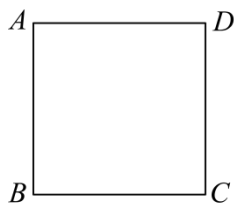


图1

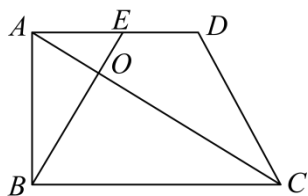


图2

- (1) 如图 1，当 $AB = BC$ 时，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形；
- (2) 连接 AC ，过点 B 作 $BO \perp AC$ ，垂足为 O ，延长 BO 交边 AD 或边 CD 于点 E .
 - ①如图 2，如果点 E 在边 AD 上，且 $BE = AD$ ，求 $\angle AEB$ 的度数；
 - ②如果 $BE = 2\sqrt{2}$ ， $AC = 3$ ，求 AB 的长.