

2024 学年第二学期期末考试七年级数学

(时间: 90 分钟满分: 100 分)

注意: 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定位置作答, 在本试卷上答题无效

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列方程中为一元二次方程的是 ()

- A. $2x+1=0$ B. $x^2-1=0$ C. $y^2+x=1$ D. $\frac{1}{x}+x^2=1$

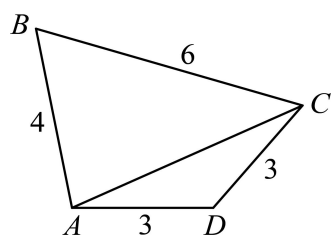
2. 下列一元二次方程中, 有两个不相等的实数根的方程是 ()

- A. $x^2+1=0$ B. $x^2-2x+3=0$ C. $x^2-2x+1=0$ D. $x^2+x-3=0$

3. 下列等式一定成立的是 ()

- A. $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$ B. $(\sqrt{-a})^2=a$ C. $\sqrt{a^4}=a^2$ D. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$

4. 我们知道三角形具有稳定性, 但四边形却是不稳定的. 已知四边形 $ABCD$ 的边长如图所示. 当 ABC 为等腰三角形时, 对角线 AC 的长为 ()



- A. 4 或 6 B. 5 C. 4 D. 6

5. 下列条件中, 不能判断 ABC 是等边三角形的是 ().

- A. $AB=AC$, $\angle B=60^\circ$ B. $AB=AC$, $\angle B=\angle A$
C. $\angle A=\angle B=60^\circ$ D. $\angle A+\angle B=2\angle C$

6. 对于下列两个命题, 判断正确的是 ()

命题①: 如果两个等腰三角形的底边和底边上的高对应相等, 那么这两个等腰三角形全等;

命题②: 如果两个等腰三角形的腰和腰上的高对应相等, 那么这两个等腰三角形全等.

- A. ①是真命题, ②是假命题 B. ①是假命题, ②是真命题;
C. ①②都是真命题 D. ①②都是假命题.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每空 2 分, 满分 24 分)

7. 若最简二次根式 $\sqrt{2a-1}$ 与 $\sqrt{11-4a}$ 是同类二次根式, 则 a 的值为_____.

8. 若代数式 $\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

9. 方程 $(x-4)^2 = 2(x-4)$ 的解是_____.

10. 比较大小: $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ _____ $2 + \sqrt{3}$ (填 “>” 或 “<”).

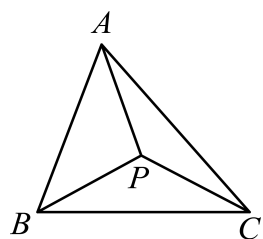
11. 科学家研发了一种新的蓝光唱片, 一张蓝光唱片的容量约为 2×10^5 GB, 一张普通唱片的容量约为 25 GB, 则蓝光唱片的容量是普通唱片的_____倍. (用科学记数法表示)

12. 化简: $a\sqrt{-\frac{1}{a^3}}$ = _____

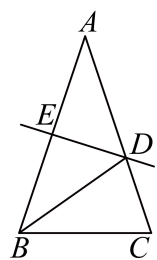
13. 已知 $0 < x < 1$, 且 $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2}$, 则 $x - \frac{1}{x}$ 的值为_____.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长互不相等, 若以 B 、 C 为两个顶点画不同位置的三角形 (与原三角形不重合), 使所画的三角形与 $\triangle ABC$ 全等, 这样的三角形最多可以画_____个.

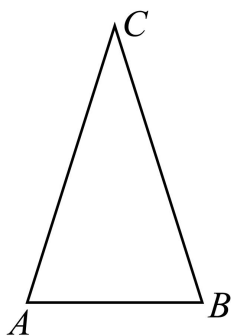
15. 如图, 点 P 为 $\triangle ABC$ 的外心, 若 $\angle PAC = 20^\circ$, $\angle PCB = 30^\circ$, 则 $\angle PAB$ 的大小为_____.



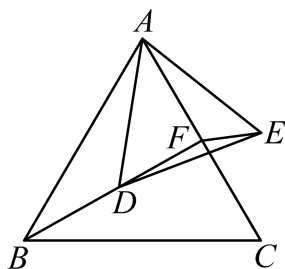
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BC = a$, $\angle A = 36^\circ$, AB 的垂直平分线交 AC 边于点 D , 交 AB 边于点 E . $CD = b$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____ (用 a 、 b 表示).



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 35^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 旋转后的点 B 落在 BC 上, 点 B 的对应点为 D , 连接 AD , AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线, 则 $\alpha =$ _____.



18. 如图, 边长为 6 的等边 ABC 中, BF 是 AC 上的中线且 $BF = 3\sqrt{3}$, 点 D 在 BF 上, 连接 AD , 在 AD 右侧作等边 ADE , 连接 EF , 则 $\triangle AEF$ 的周长最小值为_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 第 19 题 6 分, 第 20 题 12 分, 21 题 7 分, 22 题 8 分, 23 题 8 分, 24 题 9 分, 25 题 8 分, 满分 58 分)

19. 计算: $\sqrt{(3-\pi)^2} + \pi^0 - |\sqrt{3}-1| + \frac{2}{\sqrt{3}+1}$

20. 解下列关于 x 的方程:

(1) $3x^2 - 1 = 4x$ (用配方法);

(2) $(x^2 + x)(x^2 + x - 3) - 3(x^2 + x) + 8 = 0$.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a+c)x^2 + 2bx + (a-c) = 0$, 其中 a, b, c 分别为 ABC 三边的长.

(1) 如果 $x = -1$ 是方程的根, 试判断 ABC 的形状, 并说明理由;

(2) 如果 ABC 是等边三角形, 试求这个一元二次方程的根.

22. 如图是小华同学的数学日记, 请仔细阅读, 并完成相应的任务.

×年×月×日星期日

没有直角尺也能作出直角

今天, 我在书店一本书上看到下面材料: 木工师傅有一块如图 1 所示的四边形木板, 他已经在木板上画出一条裁割线 AB , 现根据木板的情况, 要过 AB 上的一点 C , 作出 AB 的垂线, 用锯子进行裁割, 然而手头没有直角尺. 怎么办呢?

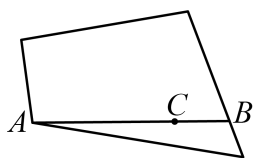


图1

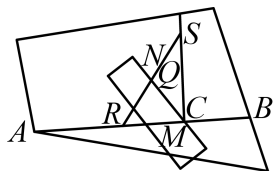


图2

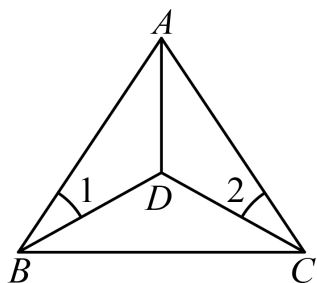
解决方案：如图 2，可以取一根笔直的木棒，用铅笔在木棒上点出 M ， N 两点，然后把木棒斜放在木板上，使点 M 与点 C 重合，用铅笔在木板上将点 N 对应的位置标记为点 Q ，保持点 N 不动，将木棒绕点 N 旋转，使点 M 落在 AB 上，在木板上将点 M 对应的位置标记为点 R 。然后将 RQ 延长，在延长线上截取线段 $QS = MN$ ，得到点 S ，作直线 SC ，则 $\angle RCS = 90^\circ$ 。

我有如下思考：以上方案依据的是什么数学原理呢？我还有什么办法不用直角尺也能作出垂线呢？……

任务：

- (1) 根据上述操作过程，证明 $\angle RCS = 90^\circ$ ；
- (2) 用无刻度的直尺和圆规在 1 图的木板上，过点 C 作出 AB 的垂线（在木板上保留作图痕迹，不写作法），并说明你的作法所依据的数学定理或基本事实（写出一个即可）。

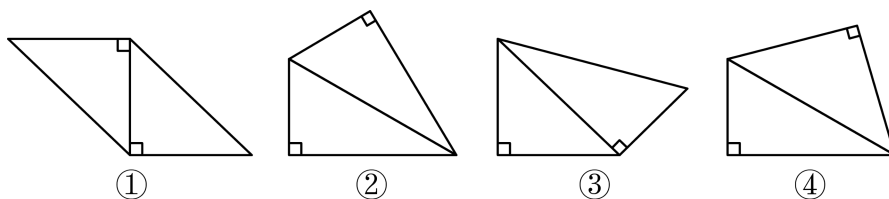
23. 已知：如图，已知 ABC 中， $BD = CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ 。求证： $AD \perp BC$ 。



24. 在学习等腰三角形的过程中，我们积累了一定的研究经验。请运用已有经验，对“邻等对补四边形”进行研究。定义：至少有一组邻边相等且对角互补的四边形叫做邻等对补四边形。

(1) 操作理解

小明用分别含有 30° 和 45° 角的直角三角形纸板拼出如图所示的 4 个四边形，其中是邻等对补四边形的有 _____；（填序号）



(2) 性质探究

根据定义可得出邻等对补四边形的边、角的性质. 下面研究与对角线相关的性质.

如图 1, 四边形 $ABCD$ 是邻等对补四边形, $AB = AD$, AC 是它的一条对角线.

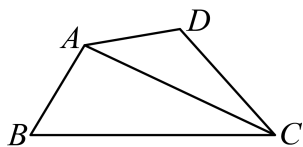


图1

求证: AC 平分 $\angle DCB$;

(3) 拓展应用

如图 2, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 分别在边 BC 、 AC 上取点 M 、 N , 使四边形 $ABMN$ 是邻等对补四边形, 则 $\angle AMN$ 的大小为_____度.

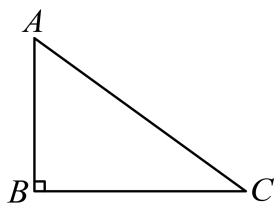
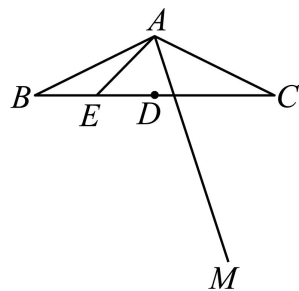


图2

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 2\alpha$ ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), D 是 BC 的中点, E 是 BD 的中点, 连接 AE . 将射线 AE 绕点 A 逆时针旋转 α 得到射线 AM , 过点 E 作 $EF \perp AE$ 交射线 AM 于点 F .



(1) ①依题意补全图形;

②求证: $\angle B = \angle AFE$;

(2) 连接 CF , DF , 用等式表示线段 CF , DF 之间的数量关系, 并证明.