

上海市延安初级中学 2024 学年第一学期初一年级数学期中试卷

(考试时间：80 分钟满分：100 分)

班级_____姓名_____学号_____成绩_____

一、填空题 (第 2, 3, 16 题, 每空 1 分, 其余每题 2 分, 共 34 分)

1. 用代数式表示: “ x 的 $1\frac{2}{3}$ 倍减去 y 的差” 是_____.

2. 单项式 $-\frac{x^2y}{5}$ 的系数是_____, 次数是_____.

3. 在整式 $4xy^2 - 7x^3y - \frac{2}{3}x + 6y^2$ 中, 次数最高项是_____; 一次项系数是_____.

4. 将整式 $-11x + 6x^3y - y^3 + 8x^2y^2$ 按 y 降幂排列是_____.

5. 若 $7ab^{3m-4}$ 与 $-\frac{9a^nb^5}{2}$ 的和是一个单项式, 则 $m-n =$ _____.

6. 在横线上填入正确的整式让等式成立: $x^2 + xy - \frac{1}{2}y^2 - (\text{_____}) = 3x^2 + 2y^2$.

7. 计算: $\frac{1}{3}x \left(\frac{4}{3}x^2 - 2xy + y^2 \right) \cdot 9xy =$ _____.

8. 计算: $98 \times 102 + 4 =$ _____.

9. 计算: $(x - 2y - z)^2 =$ _____.

10. 因式分解: $ax^2y + axy^2 - axy =$ _____.

11. 因式分解: $a^2(a-b) + b^2(b-a) =$ _____.

12. 已知关于 x 的整式 $9x^2 + (k-1)x + 4$ 是某个关于 x 的整式的平方, 则 $k =$ _____.

13. 若 $x^a = 3$, $x^{2a-3b} = \frac{9}{125}$, 则 x^b 的值为_____.

14. 将关于 x 的一次二项式 $ax+b$ 与二次三项式 x^2+2x+3 相乘, 积中不出现一次项, 且二次项系数为 1, 则 $a+b =$ _____.

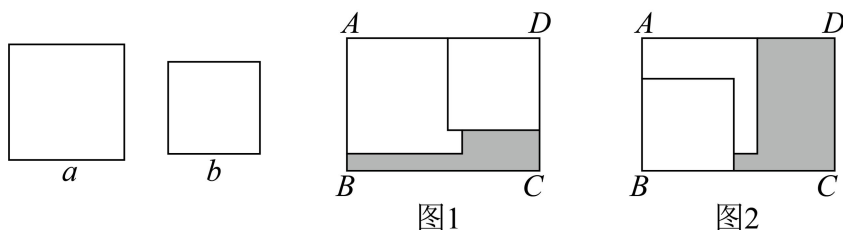
15. 已知: $x^2 - xy - 6y + \frac{5}{4}y^2 + 9 = 0$, 则 $xy =$ _____.

16. 利用完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 和平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 都能对 196^2 进行简便计算, 请你写出相应的计算过程:

$196^2 =$ _____; (运用完全平方公式)

$196^2 =$ _____. (运用平方差公式)

17. 在长方形 $ABCD$ 内, 将两张边长分别为 a 和 b ($a > b$) 的正方形纸片分别按图 1、图 2 两种方式放置 (图 1、图 2 中两张正方形纸片均有重叠部分), 长方形中未被这两张正方形纸片覆盖的部分用阴影表示, 设图 1 中的阴影部分的面积为 S_1 , 图 2 中的阴影部分的面积为 S_2 , 当 $AD - AB = 2$ 时, $S_2 - S_1 =$ _____ (用字母表示)



二、选择题 (每题 2 分, 共 8 分)

18. 下列说法正确的是 ()

A. $3x^2y$ 与 $2y^2x$ 是同类项

B. $\frac{1}{2\pi}$ 是单项式

C. $5x^2y - 4xy - 3x^2y + 1$ 是二次四项式

D. $-\frac{x^2 - 2x + 6}{3}$ 的常数项是 -6

19. 下列运算正确的是 ()

A. $x^6 + x^6 = 2x^{12}$

B. $(-2a^2b)^3 = -8a^8b^3$

C. $[-(m-n)^3]^2 = [-(m-n)^2]^3$

D. $(-y^4) \cdot (-y)^6 \div (-y)^7 = y^3$

20. 下列等式中, 哪些从左到右的变形是因式分解 ()

A. $(x+y)(x-2y) = x^2 - xy - 2y^2$

B. $x^2 + 5x - 3 = x\left(x + 5 - \frac{3}{x}\right)$

C. $3x^2 - 5x - 2 = (3x+1)(x-2)$

D. $3x^2 + 6x + 4 = 3(x+1)^2 + 1$

21. 已知 $x^2 + mx + n = (x - a)(x + b)$, 那么下列因式分解错误的是 ()

A. $x^2 + mxy + ny = (x - ay)(x + by)$ B. $x^2y^2 + mxy + n = (xy - a)(xy + b)$

C. $x^4 + mx^2y + ny^2 = (x^2 - ay)(x^2 + by)$ D. $nx^2 + mx + 1 = (-ax + 1)(bx + 1)$

三、计算 (每题 4 分, 共 16 分)

22. 计算: $4(x^2y^3)^2 \div xy^2 + \left(-\frac{3}{5}xy^3\right) \cdot \frac{5}{3}x^2y$

23. 计算: $\left(-\frac{3}{4}xy + y\right)(x - xy) \div (-6xy)$

24. 计算: $\left(3m + \frac{1}{2}n\right)^2 \left(3m - \frac{1}{2}n\right)^2$

25. 计算: $(a + 2b - 3)(a - 2b + 3)$

四、因式分解 (每题 4 分, 共 16 分)

26. 因式分解: $4a^4b^2 - 36a^2$

27. 因式分解: $5(x^2 - y^2) - (y - x)^2$

28. 因式分解: $(a^2 + 4)^2 - 16a^2$

29. 因式分解: $(2x - y)^2 + 10y(y - 2x) + 25y^2$

五、解答题 (第 30 题 4 分, 其余每题 5 分, 共 19 分)

30. 解不等式: $4(3 + x)(x - 3) < (2x - 1)^2 + 5$

31. 已知整式 M , 满足 $\left(-\frac{1}{3}xyz\right)^2 \cdot M = \frac{1}{3}x^{2n+2}y^{n+3}z^4 \div (5x^{2n-1}y^{n+1}z)$ (n 是正整数),

(1) 求整式 M ;

(2) 当正整数 x, z 满足 $2^x \cdot 3^{z-1} = 72$ 时, 求 M 的值.

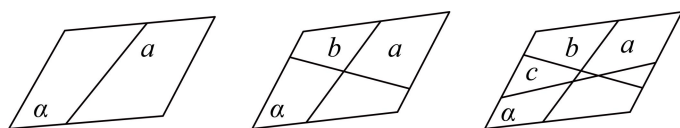
32. 已知 $x = 2$, $y = -4$ 时, 代数式 $ax^3 + \frac{1}{2}by + 7$ 的值为 -9 ; 当 $x = -4$, $y = -\frac{1}{2}$ 时, 求代数式 $3ax - 24by^3 - 7$ 的值.

33. 已知数 a, b, x, y 满足 $a + b = x + y = 2$, $ax + by = 5$, 求 $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$ 的值.

六、综合与实践 (共 7 分)

34. 我们知道一条直线（一维）被 n 个点分割，最多可以分成 $n+1$ 部分；那么一个平面（二维）被 n 条直线分割，最多可以分成多少部分？一个空间（三维）被 n 个平面分割，最多可以分成多少部分？

【探究】一个平面（用平行四边形 a 表示）被 n 条直线分割，（给出的图例如下）



一条直线

二条直线

三条直线

直线条数	新直线被分成的份数	原平面被分成的份数	增加的平面份数	新平面被分成的份数
1	1	1	1	$A(1) = 2$
2	2	$A(1) = 2$	2	$A(2) = 4$
3	3	$A(2) = 4$	3	$A(3) = 7$
4		$A(3) = 7$		$A(4)$
n		$A(n-1)$		$A(n)$

(1) 填空: $A(4) = \underline{\hspace{2cm}}$.

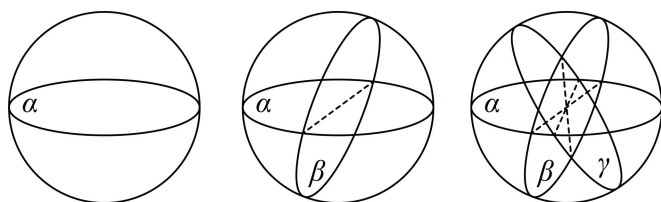
(2) 计算: $A(2) - A(1)$, $A(3) - A(2)$, $A(4) - A(3)$, ..., $A(n) - A(n-1)$, 这 $(n-1)$ 组差, 再把这 $(n-1)$ 组差相加可得: $A(n) - A(1) = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含 n 的式子表示), 进而得到 $A(n)$ 的表达式.

【延伸】我们已知一条直线（一维）被 n 个点分割，最多可以分成 $n+1$ 部分，即一维的分割数是 n 的一次多项式。经过证明，我们了解到二维的分割数是 n 的二次多项式，三维的分割数是 n 的三次多项式。我们解决一个平面（二维）被 n 条直线分割，最多可以分成多少部分的问题就有了新的办法。

(3) 令这个二维分割数为 $A(n) = kn^2 + pn + q$, 代入 $A(1) = 2$, $A(2) = 4$, $A(3) = 7$ 得:

$A(n) = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含 n 的式子表示)

【类比】一个空间（用球体表示）被 n 个平面分割。（给出的图例如下）



(4) 请用以上两种方法分别得出三维分割数 $B(n)$ 。（用含 n 的式子表示）

方法一：

方法二：