

初二年级第二学期数学能力挑战 2

一、填空题 (每空 2 分, 共 46 分)

- (1) 方程 $\frac{27x^3}{8} = 1$ 的解是_____;

(2) 方程 $(x-1)^4 - 16 = 0$ 的解是_____;

(3) 方程 $\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{2x-1} = 0$ 的解是_____;

(4) 方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases}$ 的解是_____.
- 二元二次方程 $x^2 - 2xy - 8y^2 = 0$ 可以化成两个一次方程, 那么这两个一次方程分别是_____或_____.
- 八边形的内角和等于_____度, 外角和等于_____度, 共有_____条对角线.
- 已知 n 边形的内角和为 1800° , 那么 n 的值为_____.
- 从 n 边形的一个顶点出发画对角线, 可以将这个 n 边形分割成_____个三角形.
- 已知一个正多边形的一个内角是 120° , 则这个多边形的边数是_____.
- 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{x^2-4} = \frac{k}{x-2}$ 有增根, 那么 $k =$ _____.
- 已知关于 x 的方程 $m + \sqrt{x-2} = 4$ 有实数解, 那么 m 的取值范围是_____.
- 已知方程 $\sqrt{2t+x} = t$ 有一根为 $x=3$, 那么 $t =$ _____.
- 写出一个由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组, 使它的解是 $\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = -3 \end{cases}$; $\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 2 \end{cases}$, 那么该方程组可以是_____.
- 初二年级进行篮球比赛, 每个班都与其他班级比赛一场, 共进行 36 场比赛, 那么初二年级共有_____个班级.
- 某厂一月份产值为 2 万元, 以后每月产值的增长率都为 x , 且第一季度总产值为 10 万元, 那么可以列出方程是_____.
- 已知直角三角形的一条直角边长度为 6, 另一条直角边长比斜边小 2; 那么这个直角三角形的周长为_____.
- 关于 x 的方程 $mx = 1 - n$ 无解, 那么 m 、 n 满足的条件是_____.

15. 若实数 x, y 满足 $\sqrt{x+y} \cdot (\sqrt{x+y} + 2) = 3$, 则 $x+y =$ _____.

16. 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} kx^2 + 2y - 8 = 0 \\ y - x = 3 \end{cases}$ 有两个不相同的实数解, 则 k _____.

17. 若实数 x 满足 $\frac{2x^2+2}{x} - \frac{5x}{x^2+1} = 3$, 那么 $\frac{x}{x^2-4x+1} =$ _____.

二、选择题

18. 下列方程有实数解的是 ()

A. $\sqrt{2x^2+1} = 0$ B. $\sqrt{x-2} + x = 1$ C. $\sqrt{x-3} + 4 = 0$ D.

$\sqrt{2x+3} = -x$

19. 方程组 $\begin{cases} (x-1)(y+3) = 0 \\ y^2 = x \end{cases}$ 的实数解的个数是 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

20. 甲乙两队要限期完成某工程, 甲队独做提前 2 天完成, 乙队独做要延期 5 天, 现在两队合作 3 天后余下的由乙队独做, 正好如期完工, 设工程期限为 x 天, 那么可列方程为 ()

A. $\frac{3}{x+2} + \frac{x}{x-5} = 1$

B. $\frac{3}{x-2} = \frac{x}{x-5}$

C. $\frac{3}{x-2} + \frac{x}{x+5} = 1$

D. $\frac{3}{x-2} + \frac{x}{x+5} = x$

21. 如果 $x > 0$, $y > 0$, 且 $3x - 2y = \sqrt{xy}$, 那么 $\frac{y}{x}$ 的值是 ()

A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{9}{4}$

三、解答题

22. 解关于 x 的方程 $ax^2 = 2x^2 + 4$

23. 解方程 $\frac{2}{2-x} + \frac{5x-2}{x^2-4} = 1$

24. 解方程 $\sqrt{x+5} - \sqrt{2x+3} = 1$

25. 解方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ 4x^2-4xy+y^2=1 \end{cases}$

26. 解方程组 $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ 6x^2+xy-y^2=0 \end{cases}$

27. 某商店以每件 20 元的价格购进一批文具盒, 然后以每只 30 元的价格出售, 结果每周可

以售出 400 只，后来经过市场调查发现：当单价每提高 0.5 元，每周销售量会少 10 只，如果某一周销售这种文具盒的总利润是 4500 元，那么这周每只文具盒的售价为多少元？

28. 某厂家接到定制 5400 套防护服任务，可以选择甲、乙两条流水线中的一条承担此任务，已知乙流水线每天比甲流水线多加工 90 套防护服，甲流水线加工这批防护服所花的时间比乙流水线多 10 天，且甲、乙两条流水线每天的生产成本分别为 0.6 万元与 0.8 万元，问厂家选择哪条流水线可使生产成本较小？为什么？

附加题

29. 解方程 $\sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{4-x} = 3$

30. 实数 a 、 b 使关于 x 、 y 的方程组
$$\begin{cases} xy - x^2 = 1 \\ xy^2 + ax^2 + bx + a = 0 \end{cases}$$
 有实数解 (x, y)

(1) 求证 $|y| \geq 2$ ；

(2) 求 $a^2 + b^2$ 的最小值；