

2024 学年度第二学期七年级期中检测

数学试卷

时间 90 分钟 满分 100 分

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 在 ABC 中, $\angle A = 38^\circ$, $\angle B = 52^\circ$, 则 ABC 是 ()

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 以上都有可能

【答案】 B

【解析】

【分析】 利用三角形内角和定理求出 $\angle C$ 的度数, 即可得到答案.

【详解】 解: $\because \angle A = 38^\circ$, $\angle B = 52^\circ$,

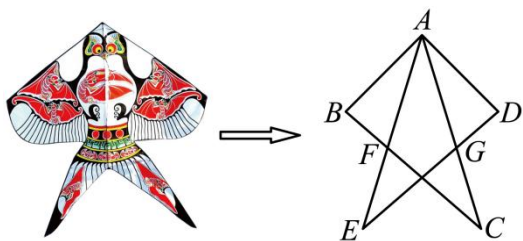
$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 38^\circ - 52^\circ = 90^\circ,$$

$\therefore ABC$ 是直角三角形,

故选: B.

【点睛】 本题考查了三角形内角和定理, 熟知三角形的内角和等于 180° 是解题的关键.

2. 据史书记载, 最早的风筝是由古代匠人墨子用木头制成的木鸟, 称为“木鸢”. 后来随着造纸术的发明, 人们开始用纸张和竹条制作风筝, 使其更加轻便、易于放飞. 在如下图所示的“风筝”图案中, $AB = AD$, $\angle B = \angle D$, $BC = DE$. 则可以直接判定 ()



- A. $\triangle AEG \cong \triangle ABC$ B. $\triangle AEG \cong \triangle ACF$
C. $\triangle ABF \cong \triangle ADC$ D. $\triangle ABC \cong \triangle ADE$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定, 根据图形分析利用手拉手模型解决是解题的关键.

根据已知条件, 分析 ABC 和 ADE , 易得 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS).

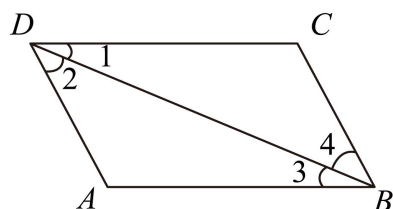
【详解】 解: 在 ABC 和 ADE 中,

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle B = \angle D, \\ BC = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE(\text{SAS})$.

故选 D.

3. 如图, 在下列给出的条件中, 能判定 $AB \parallel CD$ 的是 ()



- A. $\angle 2 = \angle 4$; B. $\angle 1 = \angle 2$; C. $\angle 1 = \angle 3$; D. $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$.

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的判定条件逐一判断即可.

【详解】解: A、 $\because \angle 2 = \angle 4$,

$\therefore AD \parallel BC$, 故该选项错误, 不符合题意;

B、 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore BD$ 是 $\angle ADC$ 的平分线, 故该选项错误, 不符合题意;

C、 $\because \angle 1 = \angle 3$,

$\therefore AB \parallel CD$, 故该选项正确, 符合题意;

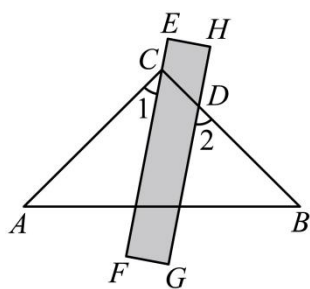
D、 $\because \angle A + \angle ABC = 180^\circ$,

$\therefore AD \parallel BC$, 故该选项错误, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题主要考查了平行线的判定, 熟知平行线的判定条件是解题的关键.

4. 如图, 将三角板与两边平行的直尺 ($EF \parallel HG$) 贴在一起, 使三角板的直角顶点 C 在直尺的一边上, 若 $\angle 2 = 60^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数是 ()



- A. 60° B. 45° C. 30° D. 15°

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，关键是平行线性质的熟练掌握．根据平行线的性质“两直线平行，同位角相等”即可求得．

【详解】解：∵ $EF \parallel HG$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle 2 = \angle FCD = 60^\circ,$$

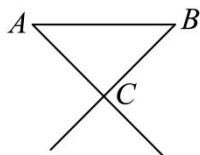
$$\because \angle 1 + \angle FCD = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ - \angle FCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

所以 $\angle 1$ 的度数是 30° ，

故选：C．

5. 如图是折叠凳及其侧面示意图．若 $AC = BC = 19\text{cm}$ ，则折叠凳的宽 AB 可能是（ ）



- A. 27cm B. 38cm C. 55cm D. 73cm

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了三角形的三边关系，熟练掌握三角形的三边关系是解答本题的关键．根据三角形的三边关系即可求解．

【详解】解：∵ $AC = BC = 19\text{cm}$ ，

$$\therefore AC - BC < AB < AC + BC,$$

$$\therefore 0 < AB < 38,$$

∴ 折叠凳的宽 AB 可能是 27cm，

故选：A．

6. 下列命题①互为补角的两个角都是锐角；②相等的角是对顶角；③两条直线被第三条直线所截，内错角相等；④在同一平面内，平行于同一条直线的两条直线平行；⑤在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直. 是真命题的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了判断命题真假，平行线的性质与判定，垂线的定义，对顶角和补角的定义，度数之和为 180° 的两个角互补，据此可判断①；有公共顶点，且角的两边互为反向延长线的两个角叫做对顶角，据此可判断②；根据平行线的性质可判断③；根据平行公理可判断④；根据垂线的定义可判断⑤.

【详解】 解：①互为补角的两个角不可能都是锐角，原命题是假命题；

②相等的角不一定是对顶角，原命题是假命题；

③两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等，原命题是假命题；

④在同一平面内，平行于同一条直线的两条直线平行，原命题是真命题；

⑤在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，原命题是真命题.

故选： B.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = \angle C$, 则 $\angle B$ 的度数为_____.

【答案】 70° ## 70 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的内角和定理，解题关键是熟练掌握三角形三个内角的和是 180° . 根据已知条件和三角形的三个内角的和是 180° 求出答案即可.

【详解】 解： $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = \angle C$,

$$\therefore 40^\circ + 2\angle B = 180^\circ,$$

$$2\angle B = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 70^\circ,$$

故答案为： 70° .

8. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a 、 b 、 c , 其中 $a = 3$ 、 $b = 5$, 则边长 c 的取值范围是_____.

【答案】 $2 < c < 8$

【解析】

【分析】 本题考查三角形的三边关系，根据三角形的三边关系，进行求解即可.

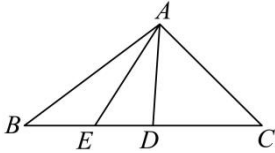
【详解】解：∵ $a=3$ 、 $b=5$ ， $a-b < c < a+b$ ，

$$\therefore 2 < c < 8;$$

故答案为： $2 < c < 8$.

9. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， AE 是 $\triangle ABD$ 的角平分线，若 $\angle BAC = 120^\circ$ ，则 $\angle EAD$ 的度数是

_____.



【答案】 30°

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的定义，解题的关键是掌握相关知识. 角平分线的定义求解即可.

【详解】解：∵ AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $\angle BAC = 120^\circ$ ，

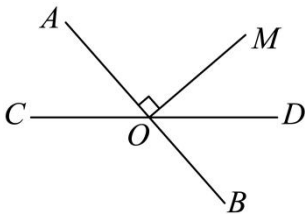
$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 60^\circ,$$

∵ AE 是 $\triangle ABD$ 的角平分线，

$$\therefore \angle EAD = \frac{1}{2} \angle BAD = 30^\circ,$$

故答案为： 30° .

10. 如图，直线 AB, CD 相交于点 O ， $OM \perp AB$. 若 $\angle MOD = 40^\circ$ ，则 $\angle COB$ 的度数为_____.



【答案】 130° ## 130° 度

【解析】

【分析】 本题考查垂直的定义，角的和差计算，对顶角的定义. 由 $OM \perp AB$ 可得 $\angle MOA = 90^\circ$ ，进而求出 $\angle AOD = \angle MOA + \angle MOD = 130^\circ$ ，再根据对顶角相等，可得答案.

【详解】解：∵ $OM \perp AB$ ，

$$\therefore \angle MOA = 90^\circ,$$

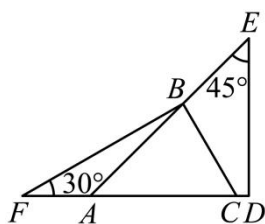
$$\therefore \angle MOD = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle MOA + \angle MOD = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle COB = \angle AOD = 130^\circ,$$

故答案为： 130° .

11. 将一副三角板按照如图方式摆放，则 $\angle FBA$ 的度数为_____.



【答案】 15° ##15 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形外角的性质，三角形内角和定理，熟知三角形一个外角的度数等于与其不相邻的两个内角的度数之和是解题的关键．根据题意先得到 $\angle EAD = 45^\circ$ ，再根据三角形的外角性质进行计算即可．

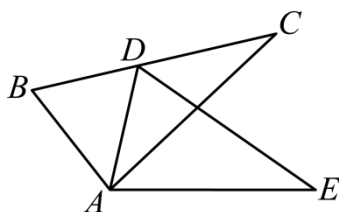
【详解】 解：由题意可知 $\angle EAD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，

$\therefore$ 根据三角形外角性质， $\angle FBA = \angle EAD - \angle F = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ ，

所以 $\angle FBA$ 的度数为 15° .

故答案为： 15° .

12. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， D 在 BC 边上， $\angle E = 35^\circ$ ， $\angle DAC = 30^\circ$ ，则 $\angle BDA$ 的度数为_____.



【答案】 65°

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的性质，三角形外角的性质，掌握全等三角形对应角相等是解题关键．由三角形全等得到 $\angle C = \angle E = 35^\circ$ ，再根据三角形外角的性质求解即可．

【详解】 解： $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， $\angle E = 35^\circ$ ，

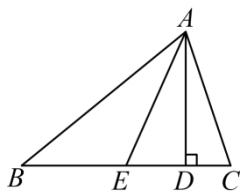
$$\therefore \angle C = \angle E = 35^\circ,$$

$\because \angle BDA$ 是 $\triangle ACD$ 的外角， $\angle DAC = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BDA = \angle DAC + \angle C = 65^\circ,$$

故答案为： 65° .

13. 如图, AD 、 AE 分别为 $\triangle ABC$ 的高和中线, 若 $BC = 6$, $AD = 4$, 则 $\triangle ABE$ 的面积为_____.



【答案】 6

【解析】

【分析】 由三角形的中线的性质可得 $BE = CE = 3$, 再利用三角形的面积公式进行计算即可.

【详解】 解: $\because AE$ 为 $\triangle ABC$ 中线, $BC = 6$,

$$\therefore BE = CE = 3,$$

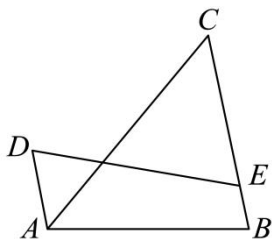
$\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的高, $AD = 4$,

$$S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} BE \cdot AD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

故答案为: 6

【点睛】 本题考查三角形的面积公式, 三角形的中线的性质, 三角形的高的含义, 关键是根据三角形的面积等于底与高乘积的一半解答.

14. 如图, 已知 $\angle D = \angle CED$, AC 平分 $\angle DAB$, 如果 $\angle B = 80^\circ$, 那么 $\angle BAC =$ _____ $^\circ$.



【答案】 50

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和, 平行线的性质, 角平分线的定义, 熟练掌握角的和差关系是解题的关键. 首先证明 $\angle C = \angle BAC$, 再利用三角形内角和是 180° , 求解即可.

【详解】 解: $\because \angle D = \angle CED$,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle C,$$

$\because AC$ 平分 $\angle DAB$,

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle C = \angle BAC,$$

$$\because \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\angle B = 80^\circ,$$

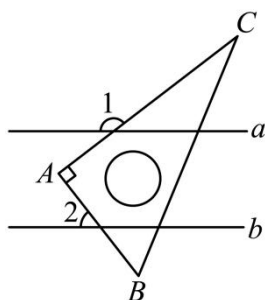
$$\therefore \angle BAC + 80^\circ + \angle BAC = 180^\circ,$$

解得 $\angle BAC = 50^\circ$.

故答案为：50.

15. 将一块直角三角板 ABC 按如图所示的方式放置在平行线 a, b 之间. 若 $\angle 2 = 52^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为

_____.

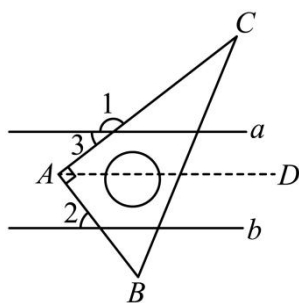


【答案】 142°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，作 $AD \parallel a$ ，推出 $AD \parallel a \parallel b$ ，得到 $\angle 3 = \angle CAD, \angle 2 = \angle DAB$ ，据此即可求解；

【详解】 解：作 $AD \parallel a$ ，如图所示：



$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore AD \parallel a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle CAD, \angle 2 = \angle DAB,$$

$$\because \angle CAD + \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\because \angle 2 = 52^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 38^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 142^\circ,$$

故答案为: 142°

16. 小明在用反证法解答“已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 求证 $\angle B < 90^\circ$ ”这道题时, 写出了下面的四个推理步骤:

①又因为 $\angle A > 0^\circ$, 所以 $\angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ$, 这与三角形内角和定理相矛盾.

②所以 $\angle B < 90^\circ$.

③假设 $\angle B \geq 90^\circ$.

④由 $AB = AC$, 得 $\angle B = \angle C$, 所以 $\angle C \geq 90^\circ$.

请写出这四个步骤正确的顺序_____.

【答案】 ③④①②

【解析】

【分析】 根据反证法的一般步骤解答即可.

【详解】 证明: 假设 $\angle B \geq 90^\circ$,

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore \angle C = \angle B,$$

$$\therefore \angle C \geq 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A > 0^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ, \text{ 这与三角形内角和定理相矛盾,}$$

$$\therefore \angle B < 90^\circ,$$

$\therefore$ 这四个步骤正确的顺序是③④①②.

故答案为: ③④①②.

【点睛】 本题考查反证法, 反证法的一般步骤是: ①假设命题的结论不成立; ②从这个假设出发, 经过推理论证, 得出矛盾; ③由矛盾判定假设不正确, 从而肯定原命题的结论正确. 掌握反证法的一般步骤是解题的关键. 也考查了等边对等角, 三角形内角和定理.

17. 若两条直线相交所成的四个角中, 有两个角分别是 $(2x - 10)^\circ$ 和 $(110 - x)^\circ$, 则 $x =$ _____.

【答案】 40 或 80 或 80 或 40

【解析】

【分析】 此题考查了两条直线相交所成角的关系, 一元一次方程的应用, 正确理解两条直线相交所成角的

关系是解题的关键.

由两条直线相交所成的四个角中, 有邻补角有对顶角, 由此列方程解答.

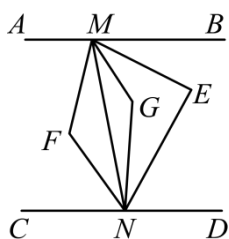
【详解】解: 当两个角是对顶角时, $2x-10=110-x$, 解得 $x=40$;

当两个角是邻补角时, $2x-10+110-x=180$, 解得 $x=80$,

故答案为: 40 或 80.

18. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 点 M 、 N 分别是直线 AB 、 CD 上的点, 点 E 、 F 在 AB 、 CD 之间, 且位于 MN 的两侧, MF 、 NF 分别平分 $\angle AME$ 与 $\angle CNE$, 点 G 在 $\triangle MNE$ 内部, 且

$\angle GMN = \frac{2}{5} \angle EMN$, $\angle GNM = \frac{2}{5} \angle ENM$, 如果 $\angle MGN = a^\circ$, 那么 $\angle MFN$ 的度数为_____. (用含 a 的代数式表示)



【答案】 $\left(315 - \frac{5}{4}a\right)^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质, 角平分线的性质, 分别过 F 作 $FH \parallel AB$, 过 G 作 $GP \parallel AB$, 过 E 作 $EQ \parallel AB$, 再根据平行线的性质和角的和差即可求解, 掌握平行线的性质是解题的关键.

【详解】解: $\because MF$ 平分 $\angle AME$,

$$\therefore \angle AMF = \angle EMF = \frac{1}{2} \angle AME.$$

设 $\angle AMF = \angle EMF = x$, 则 $\angle AME = 2x$,

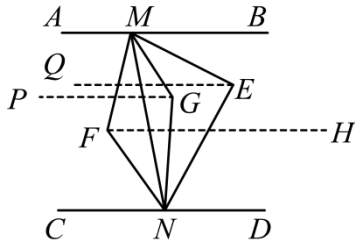
$\because NF$ 平分 $\angle CNE$,

$$\therefore \angle CNF = \angle ENF = \frac{1}{2} \angle CNE,$$

设 $\angle CNF = \angle ENF = y$,

$$\therefore \angle CNE = 2y,$$

过 F 作 $FH \parallel AB$, 如图:



$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore FH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle HFN = \angle FNC = y,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle MFH = \angle AMF = x,$$

$$\therefore \angle MFN = \angle MFH + \angle HFN = x + y,$$

过 G 作 $GP \parallel AB$ ，如上图，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore GP \parallel CD,$$

$$\therefore \angle PGN = \angle GND,$$

又 $\therefore PG \parallel AB$,

$$\therefore \angle MGP = \angle BMG,$$

$$\therefore \angle MGN = \angle MGP + \angle NGP = \angle BMG + \angle DNG = \alpha^\circ,$$

$$\text{又} \therefore \angle GMN = \frac{2}{5} \angle EMN, \angle GNM = \frac{2}{5} \angle ENM,$$

$$\therefore \angle GMN + \angle GNM = \frac{2}{5} \angle EMN + \frac{2}{5} \angle ENM = \frac{2}{5} (\angle EMN + \angle ENM) = \frac{2}{5} \times (180^\circ - \angle MEN),$$

过 E 作 $EQ \parallel AB$ ，如上图，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore EQ \parallel CD,$$

$$\therefore \angle QEN = \angle END = 180^\circ - \angle CME = 180^\circ - 2y,$$

$$\therefore QE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle QEM = \angle BME = 180^\circ - \angle AME = 180^\circ - 2x,$$

$$\therefore \angle MEN = \angle MEQ + \angle QEN = 180^\circ - 2x + 180^\circ - 2y = 360^\circ - 2(x + y),$$

$$\therefore \angle GMN + \angle GNM = \frac{2}{5} \times [180^\circ - 360^\circ + 2(x+y)] = \frac{4}{5}(x+y) - 72^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle GMN + \angle GNM = 180^\circ - \angle MGN = 180^\circ - a^\circ,$$

$$\therefore \frac{4}{5}(x+y) - 72^\circ = 180^\circ - a^\circ,$$

$$\therefore x+y = 315^\circ - \frac{5}{4}a^\circ,$$

$$\therefore \angle MFN = x+y = 315^\circ - \frac{5}{4}a^\circ = \left(315 - \frac{5}{4}a\right)^\circ$$

故答案为: $\left(315 - \frac{5}{4}a\right)^\circ$.

三、解答题 (本大题共 8 题, 第 19、20、21 题每题 6 分, 第 22、23 题每题 7 分, 第 24、25 题 8 分, 第 26 题 10 分, 满分 58 分)

19. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 2$, $BC = 6$, 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数及 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】 $\angle A = \angle B = 45^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $S_{\triangle ABC} = 18$

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的内角和以及三角形的分类, 三角形的面积, 根据题意设 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数分别为 x 、 x 、 $2x$, 根据三角形内角和定理得出 $\angle A = \angle B = 45^\circ$ 、 $\angle C = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 进而根据三角形的面积公式, 即可求解.

【详解】 解: 设 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数分别为 x 、 x 、 $2x$,

由三角形内角和定理可得: $x + x + 2x = 180$

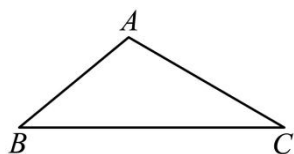
解得 $x = 45$

所以 $\angle A = \angle B = 45^\circ$ 、 $\angle C = 90^\circ$,

所以 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AC = BC = 6$,

$$\text{则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CA \times CB = 18$$

20. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 根据下列要求作图并回答问题:



(1) 作边 AB 上的高 CD ;

(2) 过点 D 作直线 BC 的垂线, 垂足为 E ;

(3) 点 B 到直线 CD 的距离是线段_____的长度;

(4) 线段 CE 的长度表示点_____到直线_____的距离. (不要求写画法, 只需写出结论即可)

【答案】(1) 作图见解析; (2) 作图见解析;

(3) BD ;

(4) C , DE ;

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的高、点到直线的距离.

(1) 过点 C 作线段 $CD \perp BA$ 垂足 D 在 BA 的延长线上, 线段 CD 即为 AB 边上的高;

(2) 过点 E 作线段 $DE \perp BC$, 垂足为点 E , 线段 DE 即为所求;

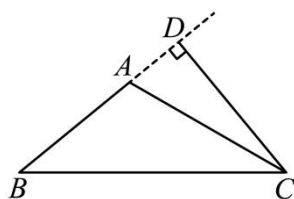
(3) 点 B 到直线 CD 的距离是点 B 到直线 CD 的垂线段 DE 的长度;

(4) 因为线段 CE 是点 C 到线段 DE 的垂线段, 所以线段 CE 是点 C 到线段 DE 的距离.

【小问 1 详解】

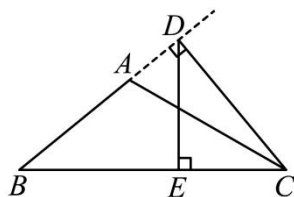
解: 如下图所示,

线段 CD 即为 AB 边上的高;



【小问 2 详解】

解: 如下图所示,



【小问 3 详解】

解: 点 B 到直线 CD 的距离是线段 BD 的长度,

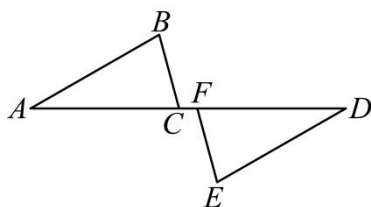
故答案为: BD ;

【小问 4 详解】

解: 线段 CE 的长度表示点 C 到直线 DE 的距离,

故答案为: C , DE ;

21. 如图, $AB = DE$, $BC = EF$, $AF = CD$.



(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle E = 75^\circ$, 求 $\angle BCF$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) 105°

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形全等的判定、全等三角形的性质、三角形外角的性质等知识点, 掌握全等三角形的判定与性质成为解题的关键.

(1) 先说明 $AC = DF$, 再运用 SSS 证明三角形全等即可;

(2) 由全等三角形的性质可得 $\angle B = \angle E = 75^\circ$, 再运用三角形外角的性质即可解答.

【小问 1 详解】

证明: $\because AF = CD$,

$\therefore AF - CF = CD - CF$, 即: $AC = DF$.

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE \\ AC = DF, \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS).

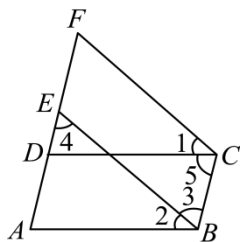
【小问 2 详解】

解: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$

$\therefore \angle B = \angle E = 75^\circ$,

$\therefore \angle BCF = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$.

22. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle 5 = \angle A$, 请说明 $BE \parallel CF$.



解: 因为 $\angle 3 = \angle 4$ (已知),

所以_____//_____ (内错角相等, 两直线平行),
所以 $\angle EDC = \angle 5$ (_____).
因为 $\angle 5 = \angle A$ (已知),
所以 $\angle EDC = \angle A$ (等量代换),
所以_____//_____ (_____),
所以_____+ $\angle ABC = 180^\circ$ (_____),
即 $\angle 5 + \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$.
因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知),
所以 $\angle 5 + \angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$ (等量代换),
即 $\angle BCF + \angle 3 = 180^\circ$,
所以 $BE \parallel CF$ (_____).

【答案】 AF ; BC ; 两直线平行, 内错角相等; AB ; CD ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle 5$; 两直线平行, 同旁内角互补; 同旁内角互补, 两直线平行

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质与判定的综合应用, 熟练掌握平行线的性质与判定是解题的关键. 按照所给证明思路, 利用平行线的性质与判定即可求解.

【详解】 解: 因为 $\angle 3 = \angle 4$ (已知),
所以 $AF \parallel BC$ (内错角相等, 两直线平行),
所以 $\angle EDC = \angle 5$ (两直线平行, 内错角相等).
因为 $\angle 5 = \angle A$ (已知),
所以 $\angle EDC = \angle A$ (等量代换),
所以 $AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行),
所以 $\angle 5 + \angle ABC = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补),
即 $\angle 5 + \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$.
因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知),
所以 $\angle 5 + \angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$ (等量代换),
即 $\angle BCF + \angle 3 = 180^\circ$,
所以 $BE \parallel CF$ (同旁内角互补, 两直线平行).

故答案为: AF , BC ; 两直线平行, 内错角相等; AB , CD ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle 5$; 两直线平行, 同旁内角互补; 同旁内角互补, 两直线平行.

23. 如图 1 是一个由齿轮、轴承、托架等元件构成的手动变速箱托架，其主要作用是动力传输。如图 2 是手动变速箱托架工作时某一时刻的示意图，已知 $AB \parallel CD$ ， $CG \parallel EF$ ， $\angle BAG = 150^\circ$ ， $\angle AGC = 80^\circ$ ，求 $\angle DEF$ 的度数。



图1

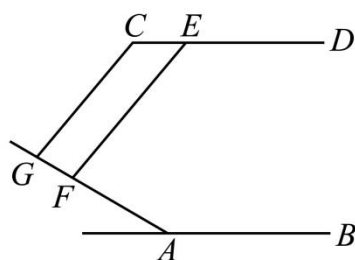


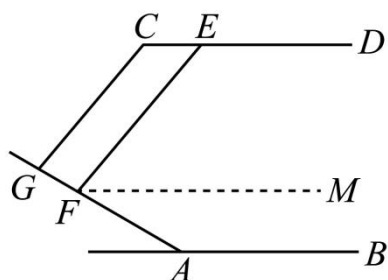
图2

【答案】 130°

【解析】

【分析】 过点 F 作 $FM \parallel CD$ ，因为 $AB \parallel CD$ ，所以 $AB \parallel CD \parallel FM$ ，再根据平行线的性质可以求出 $\angle MFA$ ， $\angle EFA$ ，进而可求出 $\angle EFM$ ，再根据平行线的性质即可求得 $\angle DEF$ 。

【详解】 解：如图，过点 F 作 $FM \parallel CD$ ，



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel CD \parallel FM,$$

$$\therefore \angle DEF + \angle EFM = 180^\circ, \quad \angle MFA + \angle BAG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MFA = 180^\circ - \angle BAG = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ.$$

$$\because CG \parallel EF,$$

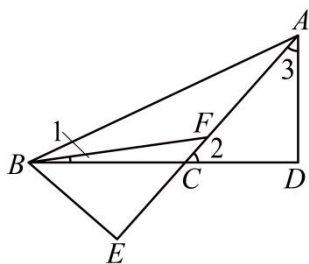
$$\therefore \angle EFA = \angle AGC = 80^\circ.$$

$$\therefore \angle EFM = \angle EFA - \angle MFA = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ.$$

$$\therefore \angle DEF = 180^\circ - \angle EFM = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ.$$

【点睛】 本题考查平行线的性质，解题关键是结合图形利用平行线的性质进行角的转化和计算。

24. 如图，已知 AD, BE 为 $\triangle ABC$ 的两条高，点 F 在 AE 上，已知 $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2$ ， $BF = AC = 5$ ， $AD = 4$ 。



(1) 求证: $\triangle ACD \cong \triangle FBE$.

(2) 若 $AF = \frac{13}{4}$, 求 CE 的长度.

【答案】(1) 见解析 (2) $CE = \frac{9}{4}$

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定和性质, 解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定方法, ASA, AAS, SSS, SAS, HL.

(1) 根据“AAS”证明 $\triangle ACD \cong \triangle FBE$ 即可;

(2) 根据 $AC = 5$, $AF = \frac{13}{4}$, 求出 $CF = 5 - \frac{13}{4} = \frac{7}{4}$. 根据三角形全等的性质得出 $AD = EF = 4$, 最后求出结果即可.

【小问1详解】

证明: $\because AD, BE$ 为 ABC 的高,

$$\therefore \angle E = \angle D = 90^\circ.$$

$$\because \angle 1 + \angle 3 = \angle 2, \angle 1 + \angle BFE = \angle 2,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle 3,$$

$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 和 } \triangle FBE \text{ 中 } \begin{cases} \angle D = \angle E = 90^\circ \\ AC = BF \\ \angle 3 = \angle BFE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle FBE (\text{AAS}).$$

【小问2详解】

$$\text{解: } \because AC = 5, AF = \frac{13}{4},$$

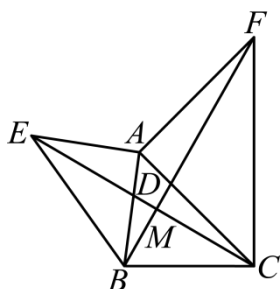
$$\therefore CF = 5 - \frac{13}{4} = \frac{7}{4}.$$

由 (1), 知 $\triangle ACD \cong \triangle FBE$,

$$\therefore AD = EF = 4.$$

$$\therefore CE = EF - CF = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}.$$

25. 如图, 已知 $AE \perp AB, AF \perp AC, AE = AB, AF = AC$, CE 交 BA 于点 D , CE 交 BF 于点 M .



试说明:

(1) $EC = BF$;

(2) $EC \perp BF$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据 SAS 证明 $\triangle ABF \cong \triangle AEC$, 即可求证,

(2) 由 $\triangle ABF \cong \triangle AEC$ 得 $\angle AEC = \angle ABF$, 根据 $\angle BAE = 90^\circ$, $\angle AEC + \angle ADE = 90^\circ$, 再根据对顶角相等, 等量代换后可得 $\angle BMD = 90^\circ$.

本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形, 熟练掌握这几个知识点的综合应用, 等量加等量和相等是解题关键.

【小问 1 详解】

解: $\because AE \perp AB, AF \perp AC$,

$$\therefore \angle BAE = \angle CAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle BAC = \angle CAF + \angle BAC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle BAF.$$

$$\text{在 } \triangle ABF \text{ 和 } \triangle AEC \text{ 中, } \begin{cases} AB = AE \\ \angle BAF = \angle EAC, \\ AF = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle AEC (\text{SAS}),$$

$$\therefore EC = BF.$$

【小问 2 详解】

解: 由 (1), 得 $\triangle ABF \cong \triangle AEC$,

$$\therefore \angle AEC = \angle ABF.$$

$$\because AE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC + \angle ADE = 90^\circ.$$

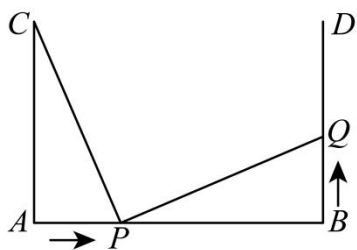
$$\because \angle ADE = \angle BDM,$$

$$\therefore \angle ABF + \angle BDM = 90^\circ,$$

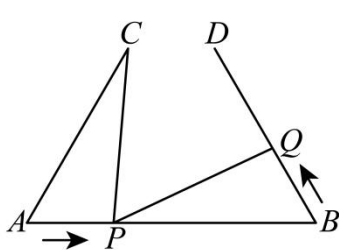
$$\therefore \angle BMD = 180^\circ - (\angle ABF + \angle BDM) = 90^\circ,$$

$$\therefore EC \perp BF.$$

26. 如图①, $AB = 10\text{cm}$, $AC \perp AB$, $BD \perp AB$, 垂足分别为 A 、 B , $AC = 7\text{cm}$. 点 P 在线段 AB 上以 3cm/s 的速度由点 A 向点 B 运动, 同时点 Q 从点 B 出发在射线 BD 上运动. 它们运动的时间为 $t(\text{s})$ (当点 P 运动结束时, 点 Q 运动随之结束).



图①



图②

(1) 若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等, 当 $t = 1$ 时, $\triangle ACP$ 与 BPQ 是否全等? 并判断此时线段 PC 和线段 PQ 的位置关系, 请分别说明理由;

(2) 如图②, 若 “ $AC \perp AB$, $BD \perp AB$ ” 改为 “ $\angle CAB = \angle DBA$ ”, 点 Q 的运动速度为 $x\text{cm/s}$, 其他条件不变, 当 $\triangle ACP$ 与 BPQ 全等时, 求出相应的 x 与 t 的值.

【答案】 (1) $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$, $PC \perp PQ$, 见解析

(2) 3 或 $\frac{21}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质、三角形内角和定理, 采用分类讨论的思想是解此题的关键.

(1) 利用 SAS 证明 $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$ 即可, 由全等三角形的性质可得 $\angle C = \angle BPQ$, 求出 $\angle CPQ = 90^\circ$ 即可得解;

(2) 分两种情况: ①若 $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$, 则 $AC = BP$, $AP = BQ$, ②若 $\triangle ACP \cong \triangle BQP$, 则 $AC = BQ$,

$AP = BP$ ，分别求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$ ，线段 PC 和线段 PQ 的位置关系是 $PC \perp PQ$ ，理由如下:

$$\because AC \perp AB, \quad BD \perp AB,$$

$$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ,$$

$$\because \text{当 } t = 1 \text{ 时, } AP = BQ = 3\text{cm},$$

$$\therefore BP = 7\text{cm},$$

$$\therefore BP = AC,$$

在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle BPQ$ 中,

$$\begin{cases} CA = PB \\ \angle A = \angle B, \\ AP = BQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACP \cong \triangle BPQ (\text{SAS}).$$

$$\therefore \angle C = \angle BPQ.$$

$$\because \angle C + \angle APC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APC + \angle BPQ = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle APC + \angle BPQ + \angle CPQ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CPQ = 90^\circ,$$

$$\therefore PC \perp PQ.$$

【小问 2 详解】

解: 由题意可得: $BQ = xt\text{cm}$, $AP = 3\text{cm}$,

$$\therefore BP = (10 - 3t)\text{cm},$$

$$\because \angle CAB = \angle DBA$$

$\therefore$ 分两种情况讨论:

$$\textcircled{1} \text{ 若 } \triangle ACP \cong \triangle BPQ, \text{ 则 } AC = BP, \quad AP = BQ,$$

$$\text{可得 } 7 = 10 - 3t, \quad 3t = xt,$$

$$\text{解得 } t = 1, \quad x = 3;$$

②若 $\triangle ACP \cong \triangle BQP$ ，则 $AC = BQ$ ， $AP = BP$ ，

可得 $7 = xt$ ， $3t = 10 - 3t$ ，

解得 $t = \frac{5}{3}$ ， $x = \frac{21}{5}$ ．

综上，当 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等时， x 的值为 3 或 $\frac{21}{5}$ ．