

# 2024 学年第二学期期中考试试卷

## 七年级数学

(考试时间 90 分钟 总分 100 分 考试范围: 15 章-17 章)

### 一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 某日我市最高气温是  $25^{\circ}\text{C}$ , 最低气温是  $12^{\circ}\text{C}$ , 则当天气温  $t(^{\circ}\text{C})$  的变化范围是 ( )

- A.  $t < 25$                       B.  $t \geq 12$                       C.  $12 \leq t \leq 25$                       D.  $12 < t < 25$

【答案】C

【解析】

【分析】根据最高气温和最低气温得出答案即可.

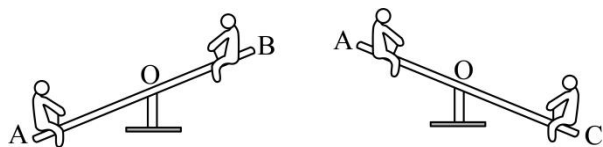
【详解】解:  $\because$  某日我市最高气温是  $25^{\circ}\text{C}$ , 最低气温是  $12^{\circ}\text{C}$ ,

$\therefore$  当天气温  $t(^{\circ}\text{C})$  的变化范围是  $12 \leq t \leq 25$ ,

故选: C.

【点睛】本题考查了不等式组的定义, 能理解题意是解此题的关键.

2. 如图, 三人分别坐在质地均匀且到中心点  $O$  距离相等的跷跷板上, 则表示三人体重  $A, B, C$  的大小关系正确的是 ( )



- A.  $B > A > C$                       B.  $B > C > A$                       C.  $C > A > B$                       D.  $C > B > A$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的性质和应用, 根据图示, 可得  $A > B$ ,  $C > A$ , 据此判断出三人体重  $A, B, C$  的大小关系即可.

【详解】解: 根据图示, 可得  $A > B$ ,  $C > A$ ,

$\therefore C > A > B$ .

故选: C.

3. 如果  $x = 1.8$  是某不等式的解, 那么该不等式可以是 ( )

- A.  $x > 3$                       B.  $x > 2$                       C.  $x < 1$                       D.  $x < 2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据  $1.8 < 2$ ，得出  $x = 1.8$  是不等式  $x < 2$  的解，即可得出答案.

【详解】解：  $\because 1.8 < 2$ ，

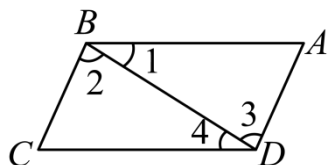
$\therefore x = 1.8$  是不等式  $x < 2$  的解，故 D 正确.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了不等式的解，解题的关键是理解不等式解的意义.

4. 如图，下列推理中正确的有 ( )

- ①因为  $\angle 1 = \angle 4$ ，所以  $BC \parallel AD$ ；
- ②因为  $\angle 2 = \angle 3$ ，所以  $AB \parallel CD$ ；
- ③因为  $\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$ ，所以  $AD \parallel BC$ ；
- ④因为  $\angle 1 + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$ ，所以  $BC \parallel AD$ .



- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定，熟练掌握各个判定定理是求解的关键；根据平行线的判定定理逐项分析即可求解.

【详解】①因为  $\angle 1 = \angle 4$ ，所以  $AB \parallel CD$ ，故①错误；

②因为  $\angle 2 = \angle 3$ ，所以  $BC \parallel AD$ . 故②错误；

③因为  $\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$ ，所以  $AD \parallel BC$ ，故③正确；

④因为  $\angle 1 + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$ ，所以  $AB \parallel CD$ . 故④错误.

故选 A.

5. 根据下列已知条件，能画出唯一的  $\triangle ABC$  的是 ( )

- A.  $AB=5$ ,  $BC=4$ ,  $AC=10$                       B.  $\angle A=45^\circ$ ,  $\angle C=60^\circ$ ,  $BC=8$   
C.  $\angle A=80^\circ$ ,  $AB=6$ ,  $BC=7$                       D.  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB=9$

【答案】B

【解析】

【分析】要满足唯一画出  $\triangle ABC$ ，就要求选项给出的条件符合三角形全等的判定方法，不符合判定方法的画

出的图形不一样，也就是三角形不唯一，而各选项中只有 C 选项符合  $ASA$ ，是满足题目要求的，于是答案可得.

【详解】解：A、因为  $AB+BC < AC$ ，所以这三边不能构成三角形；

B、已知两角可得到第三个角的度数，已知一边，则可以根据  $ASA$  来画一个三角形；

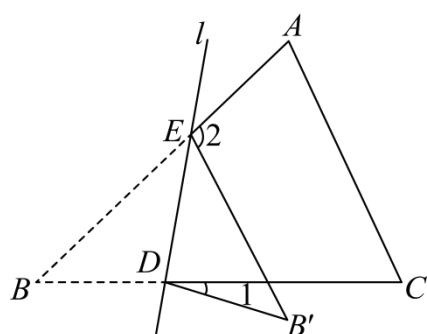
C、因为  $\angle A$  不是已知两边的夹角，无法确定其他角的度数与边的长度；

D、只有一个角和一个边无法根据此作出一个三角形.

故选：B.

【点睛】此题主要考查了全等三角形的判定及三角形的作图方法等知识点；能画出唯一三角形的条件一定要满足三角形全等的判定方法，不符合判定方法的画出的三角形不确定，当然不唯一.

6. 如图，在  $ABC$  中， $\angle B = 40^\circ$ ，将  $ABC$  沿直线  $l$  翻折，点  $B$  落在点  $B'$  的位置，则  $\angle 2 - \angle 1$  的度数是 ( )



A.  $90^\circ$

B.  $80^\circ$

C.  $50^\circ$

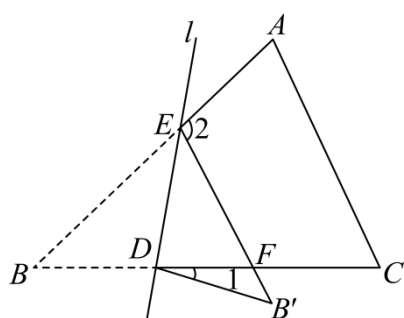
D.  $40^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了折叠问题，三角形外角的性质等知识点，熟练掌握折叠的性质及三角形外角的性质是解题的关键. 设  $B'E$  与  $BC$  交于点  $F$ ，由折叠的性质可得  $\angle B' = \angle B = 40^\circ$ ，由三角形外角的性质可得  $\angle 2 = \angle B + \angle EFB = \angle B + \angle B' + \angle 1 = 40^\circ + \angle 1$ ，由此即可求出  $\angle 2 - \angle 1$  的度数.

【详解】解：如图，设  $B'E$  与  $BC$  交于点  $F$ ，



由折叠的性质可得：  $\angle B' = \angle B = 40^\circ$ ，

由三角形外角的性质可得:

$$\angle 2 = \angle B + \angle EFB = \angle B + \angle B' + \angle 1 = 40^\circ + 40^\circ + \angle 1 = 80^\circ + \angle 1,$$

$$\therefore \angle 2 - \angle 1 = 80^\circ,$$

故选: B.

## 二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 已知  $a > b$ , 则  $1 - 2a$  \_\_\_\_\_  $1 - 2b$ . (用 “>” “<” 填空)

【答案】<

【解析】

【分析】本题考查了不等式的基本性质, 熟悉不等式的三个基本性质的内容并灵活运用是解题的关键; 在  $a > b$  两边同乘  $-2$ , 得  $-2a < -2b$ , 再在不等式两边加 1 即可作出判断.

【详解】解:  $\because a > b$ ,

$$\therefore -2a < -2b,$$

$$\therefore 1 - 2a < 1 - 2b;$$

故答案为: <.

8. 若不等式  $(a-2)x < 1$ , 两边除以  $a-2$  后变成  $x > \frac{1}{a-2}$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】 $a < 2$

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的性质. 根据不等式的性质, 即可求解.

【详解】解:  $\because$  不等式  $(a-2)x < 1$ , 两边除以  $a-2$  后变成  $x > \frac{1}{a-2}$ ,

$$\therefore a-2 < 0,$$

$$\therefore a < 2.$$

故答案为:  $a < 2$

9. 已知不等式组  $\begin{cases} x > m \\ x < 2 \end{cases}$  有 3 个整数解, 求  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】 $-2 \leq m < -1$

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次不等式组的整数解, 解题关键是熟练掌握解一元一次不等式组的一般步骤. 先根据已知条件判断不等式组的解集, 再根据不等式组有三个整数解, 求出  $m$  的取值范围即可.

【详解】解:  $\because$  不等式组  $\begin{cases} x > m \\ x < 2 \end{cases}$  有 3 个整数解,

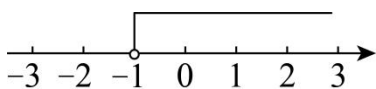
$\therefore$  不等式组  $\begin{cases} x > m \\ x < 2 \end{cases}$  的解集为:  $m < x < 2$ ,

$\therefore$  这三个整数解为 1, 0, -1,

$\therefore m$  的取值范围是  $-2 \leq m < -1$ ,

故答案为:  $-2 \leq m < -1$ .

10. 已知如图是关于  $x$  的不等式  $2x - a > -3$  的解集, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.



【答案】 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式, 严格遵循解不等式的基本步骤是关键, 尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变. 解不等式得出  $x > \frac{a-3}{2}$ , 结合数轴知  $x > -1$ , 据此可得关于  $a$  的方程, 解之可得答案.

【详解】 解: 解不等式  $2x - a > -3$  得:  $x > \frac{a-3}{2}$ ,

由数轴知不等式的解集为  $x > -1$ ,

$$\therefore \frac{a-3}{2} = -1,$$

解得:  $a = 1$ ,

故答案为: 1.

11. 已知三条不同的直线  $a$ 、 $b$ 、 $c$  在同一平面内, 下列四条命题:

- ①如果  $a \parallel b$ ,  $a \perp c$ , 那么  $b \perp c$ ; ②如果  $b \parallel a$ ,  $c \parallel a$ , 那么  $b \parallel c$ ; ③如果  $b \perp a$ ,  $c \perp a$ , 那么  $b \perp c$ ;  
④如果  $b \perp a$ ,  $c \perp a$ , 那么  $b \parallel c$ . 其中假命题的是\_\_\_\_. (填写序号)

【答案】 ③

【解析】

【分析】 本题考查两直线的位置关系, 解题的关键是掌握垂直于同一直线的两条直线平行, 平行于同一直线的两条直线平行. 根据两直线的位置关系一一判断即可.

【详解】 ①如果  $a \parallel b$ ,  $a \perp c$ , 那么  $b \perp c$ , 正确, 是真命题;

②如果  $b \parallel a$ ,  $c \parallel a$ , 那么  $b \parallel c$ , 正确, 是真命题;

③如果  $b \perp a$ ,  $c \perp a$ , 那么  $b \perp c$ , 错误, 应该是  $b \parallel c$ , 故原命题是假命题;

④如果  $b \perp a$ ,  $c \perp a$ , 那么  $b \parallel c$ , 正确, 是真命题.

假命题有③,

故答案为: ③.

12. 把命题“关于某个点中心对称的两个三角形全等”改写成“如果……, 那么……”的形式是\_\_\_\_\_.

**【答案】** 如果两个三角形关于某个点中心对称, 那么这两个三角形全等

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了命题的改写, 掌握改写过程中, 适当增减词语, 保证句子通顺而不改变愿意是解答本题的关键.

根据任何一个命题都可以写成“如果……, 那么……”的形式, 如果后面是题设, 那么后面是结论, 由此得出答案.

**【详解】** 解: 把命题“关于某个点中心对称的两个三角形全等”改写成“如果……, 那么……”的形式是如果两个三角形关于某个点中心对称, 那么这两个三角形全等.

故答案为: 如果两个三角形关于某个点中心对称, 那么这两个三角形全等.

13. 一个等腰三角形的两条边分别是 7 和 15, 这个三角形的周长是\_\_\_\_\_.

**【答案】** 37

**【解析】**

**【分析】** 此题考查了等腰三角形的性质及三角形三边关系, 熟记三角形三边关系是解题的关键. 根据三角形的特性: 两边之和大于第三边, 三角形的两边的差一定小于第三边; 判断出该等腰三角形的腰为 15, 进而根据三角形的周长计算方法解答即可.

**【详解】** 解:  $7+7<15$ ,

所以, 该等腰三角形的腰为 15,

$$15+15+7$$

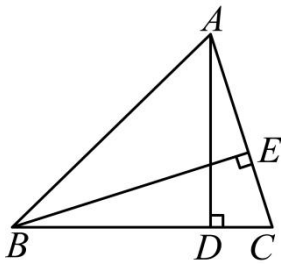
$$= 30+7$$

$$= 37,$$

即这个三角形的周长是 37.

故答案为: 37.

14. 如图, 已知  $AD$ ,  $BE$  分别是  $ABC$  中  $BC$ ,  $AC$  边上的高,  $BC=5$ ,  $AC=4$ ,  $AD=3$ , 则  $BE$  的长是\_\_\_\_\_.



【答案】  $\frac{15}{4}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了与三角形高的有关计算，根据等面积法可得出  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BE \cdot AC = \frac{1}{2} AD \cdot BC$ ，进而可求出  $BE$ 。

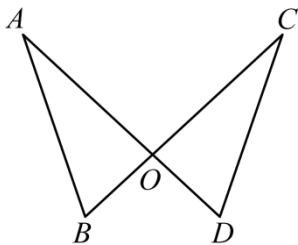
【详解】 解：  $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BE \cdot AC = \frac{1}{2} AD \cdot BC$

$$\therefore BE \cdot AC = AD \cdot BC$$

$$\therefore BE = \frac{AD \cdot BC}{AC} = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4},$$

故答案为：  $\frac{15}{4}$

15. 如图，线段  $AD$  与  $BC$  相交于点  $O$ ，连接  $AB$ 、 $CD$ ，且  $OB = OD$ ，要使  $\triangle AOB \cong \triangle COD$ ，应添加一个条件是 \_\_\_\_\_（只填一个即可）。



【答案】  $OA = OC$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定，掌握全等三角形的判定方法（即 SSS、SAS、ASA、AAS 和 HL）是解题的关键。观察图形可知：已有一角一边对应相等，根据三角形全等的判定方法解答。

【详解】 解：添加条件  $OA = OC$ ，

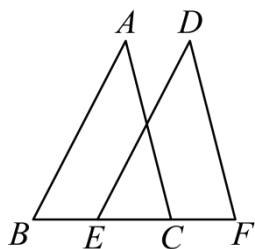
在  $\triangle AOB$  和  $\triangle COD$  中，

$$\begin{cases} OA = OC \\ \angle AOB = \angle COD, \\ OB = OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$  (SAS),

故答案为:  $OA=OC$  (答案不唯一).

16. 如图, 点  $B$ 、 $E$ 、 $C$ 、 $F$  在同一条直线上,  $AB \parallel DE$ ,  $AB=DE$ ,  $\angle A = \angle D$ ,  $BF=10$ ,  $BC=6$ , 则  $EC=$  \_\_\_\_\_.



【答案】 2

【解析】

【分析】 根据平行线的性质得出  $\angle B = \angle DEF$ , 即可利用  $ASA$  证明  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 根据全等三角形的性质得出  $BC=EF=6$ , 即可根据线段的和差得解.

【详解】 解:  $\because AB \parallel DE$ ,

$$\therefore \angle B = \angle DEF,$$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ AB = DE \\ \angle B = \angle DEF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BC = EF,$$

$$\because BF = 10, BC = 6,$$

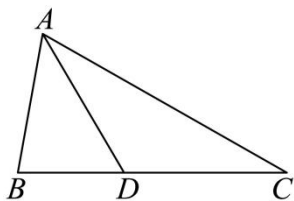
$$\therefore EF = 6, CF = BF - BC = 4,$$

$$\therefore EC = EF - CF = 2,$$

故答案为: 2.

【点睛】 此题考查了全等三角形的判定与性质, 利用  $ASA$  证明  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  是解题的关键.

17. 如图, 已知  $\angle BAC = 70^\circ$ ,  $D$  为  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上的一点, 且  $\angle CAD = \angle C$ ,  $\angle ADB = 60^\circ$ . 那么  $\angle B =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



【答案】  $80^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角定理、三角形外角的性质，首先根据三角形的外角等于与它不相邻的两个内角之和，可以求出  $\angle C = 30^\circ$ ，再根据三角形内角和定理求出  $\angle B = 80^\circ$ 。

【详解】 解：  $\because \angle CAD = \angle C$ ，

$$\therefore \angle ADB = \angle CAD + \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore 2\angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

在  $\triangle ABC$  中，  $\angle B = 180^\circ - \angle C - \angle BAC$ ，

$$\therefore \angle B = 180^\circ - 30^\circ - 70^\circ = 80^\circ.$$

故答案为：  $80^\circ$ 。

18. 当三角形中一个内角  $\beta$  是另外一个内角  $\alpha$  的  $\frac{1}{2}$  时，我们称此三角形为“友好三角形”。如果一个“友好三角形”中有一个内角为  $48^\circ$ ，那么这个“友好三角形”的“友好角”  $\alpha$  的度数为\_\_\_\_\_。

【答案】  $96^\circ$  或  $88^\circ$  或  $48^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和，理解“友好三角形”的意义是解题的关键；分三种情况：当  $48^\circ$  为  $\alpha$  的  $\frac{1}{2}$  时；当  $\alpha$  为  $48^\circ$  时；当  $48^\circ$  角外的另两个内角有倍数关系时，分别计算即可。

【详解】 解： 当  $48^\circ$  为  $\alpha$  的  $\frac{1}{2}$  时，即  $\alpha = 2 \times 48^\circ = 96^\circ$ ；

当一个角为  $48^\circ$  的  $\frac{1}{2}$  时，即  $\alpha = 48^\circ$ ；

当  $48^\circ$  角外的另两个内角满足一个角是另外一个内角  $\alpha$  的  $\frac{1}{2}$  时，  $180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$ ，

$$\alpha = 132^\circ \div 3 \times 2 = 44^\circ \times 2 = 88^\circ；$$

综上，“友好角”  $\alpha$  的度数为  $96^\circ$  或  $88^\circ$  或  $48^\circ$ 。

故答案为：  $96^\circ$  或  $88^\circ$  或  $48^\circ$

### 三、简答题（共 6 题，每题 6 分，共 36 分）

19. 计算：  $x + 1 - \frac{x-1}{2} > \frac{4x}{3} - 1$

【答案】  $x < 3$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的解法，熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解答本题的关键。按照去分母，去括号，移项、合并同类项、系数化为 1 的步骤求出不等式的解集即可。

【详解】解：  $x+1-\frac{x-1}{2}>\frac{4x}{3}-1$

去分母，得：  $6(x+1)-3(x-1)>2\times 4x-6$

去括号，得：  $6x+6-3x+3>8x-6$

移项，得：  $6x-3x-8x>-6-6-3$

合并同类项，得：  $-5x>-15$

系数化为1得：  $x<3$

20. 解不等式组  $\begin{cases} 2x-7<3(x-1) \\ \frac{4}{3}x+3\geq 1-\frac{2}{3}x \end{cases}$

【答案】  $x\geq -1$

【解析】

【分析】分别解两个不等式得到  $x>-4$  和  $x\geq -1$ ，然后根据“同大取大”确定不等式组的解集.

【详解】  $\begin{cases} 2x-7<3(x-1) \textcircled{1} \\ \frac{4}{3}x+3\geq 1-\frac{2}{3}x \textcircled{2} \end{cases}$

解不等式①，得  $x>-4$ .

解不等式②，得  $x\geq -1$ .

所以，原不等式组的解集是  $x\geq -1$ .

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组：分别求出不等式组各不等式的解集，然后根据“同大取大，同小取小，大于小的小于大的取中间，大于大的小于小的无解”确定不等式组的解集.

21. 社会实践活动中，辅导员组织一批进行游戏，若每组6人，还剩余5人，若每组8人，则有一组不满3人，问参加游戏的同学的组数和人数.

【答案】参加游戏的同学的组数为6、人数为41.

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的应用，找准数量关系，正确列出一元一次不等式是解题的关键. 设参加游戏的同学的组数为  $x$ ，则人数为  $6x+5$ ，根据若每组6人，还剩余5人，若每组8人，则有一组不满3人，列出一元一次不等式，解不等式即可.

【详解】解：设参加游戏的同学的组数为  $x$ ，则人数为  $6x+5$ ,

由题意得：  $1\leq 6x+5-8(x-1)<3$ ,

解得：  $5<x\leq 6$ ,

$\because x$  为正整数,

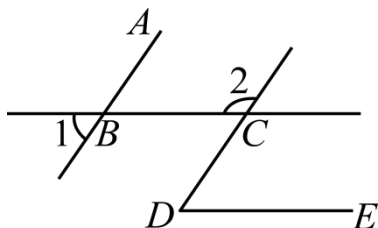
$$\therefore x = 6,$$

$$\therefore 6x + 5 = 41,$$

答: 参加游戏的同学的组数为 6、人数为 41.

22. 如图, 如果  $\angle 1 = 47^\circ$ ,  $\angle 2 = 133^\circ$ ,  $\angle D = 47^\circ$ , 求证:  $AB \parallel CD$ ;  $BC \parallel DE$ .

观察下面的解答过程, 补充必要的依据或结论.



证明:  $\because \angle 1 = 47^\circ$  (已知),

$$\angle ABC = \angle 1 \text{ (_____)},$$

$$\therefore \angle ABC = 47^\circ \text{ (_____)},$$

又  $\because \angle 2 = 133^\circ$  (已知),

$$\therefore \angle ABC + \angle 2 = \text{(_____)} \text{ (等式的性质)}$$

$$\therefore AB \parallel CD \text{ (_____)}$$

又  $\because \angle 2 + \angle BCD = 180^\circ$  (\_\_\_\_\_),

$$\therefore \angle BCD = 47^\circ \text{ (等式的性质)}$$

$\because \angle D = 47^\circ$  (已知),

$$\therefore \angle BCD = \angle D = 47^\circ,$$

$$\therefore BC \parallel DE \text{ (_____)}$$

**【答案】** 对顶角相等; 等量代换;  $180^\circ$ ; 同旁内角互补, 两直线平行; 邻补角互补; 内错角相等, 两直线平行

**【解析】**

**【分析】** 根据对顶角, 邻补角的性质, 平行线的判定定理, 进行作答即可.

**【详解】** 证明:  $\because \angle 1 = 47^\circ$  (已知),

$$\angle ABC = \angle 1 \text{ (对顶角相等)},$$

$$\therefore \angle ABC = 47^\circ \text{ (等量代换)},$$

又  $\because \angle 2 = 133^\circ$  (已知),

$$\therefore \angle ABC + \angle 2 = (180^\circ) \text{ (等式的性质)}$$

$\therefore AB \parallel CD$  (同旁内角互补, 两直线平行)

又  $\because \angle 2 + \angle BCD = 180^\circ$  (邻补角互补),

$\therefore \angle BCD = 47^\circ$  (等式的性质)

$\therefore \angle D = 47^\circ$  (已知),

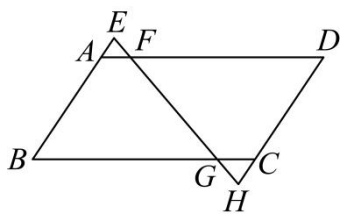
$\therefore \angle BCD = \angle D = 47^\circ$ ,

$\therefore BC \parallel DE$  (内错角相等, 两直线平行)

故答案为: 对顶角相等; 等量代换;  $180^\circ$ ; 同旁内角互补, 两直线平行; 邻补角互补; 内错角相等, 两直线平行.

【点睛】 本题考查了对顶角, 邻补角的性质, 平行线的判定定理. 解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用.

23. 四边形  $ABCD$  中, 点  $F$ , 点  $G$  分别是  $AD$ ,  $BC$  上一点, 直线  $FG$  分别交  $BA$ ,  $DC$  的延长线于  $E$ ,  $H$ .  $\angle AFE = 50^\circ$ ,  $\angle FGC = 130^\circ$ ;



(1) 求证:  $AD \parallel BC$ ;

(2) 若  $\angle B = \angle D$ , 那么  $AB$  会和  $CD$  平行吗? 为什么?

【答案】 (1) 证明见解析

(2)  $AB \parallel CD$ , 理由见解析

【解析】

【分析】 本题考查了同旁内角互补, 两直线平行, 对顶角相等, 等量代换, 理解相关知识是解答关键.

(1) 根据对顶角相等得到  $\angle DFG + \angle FGC = 180^\circ$ , 再利用同旁内角互补, 两直线平行即可求解;

(2) 根据两直线平行同旁内角互补得到  $\angle D + \angle DCB = 180^\circ$ , 结合已知用等量代换和同旁内角互补, 两直线平行求解.

【小问 1 详解】

证明:  $\because \angle AFE = 50^\circ$ ,

$\therefore \angle DFG = \angle AFE = 50^\circ$ .

$\because \angle FGC = 130^\circ$ ,

$\therefore \angle DFG + \angle FGC = 50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$ ,

$\therefore AD \parallel BC$ ;

【小问 2 详解】

解:  $AB \parallel CD$ .

理由如下:  $\because AD \parallel BC$ ,

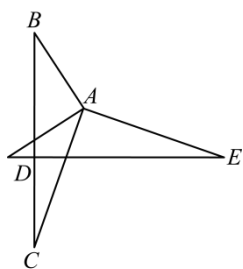
$\therefore \angle D + \angle DCB = 180^\circ$ .

$\because \angle B = \angle D$ ,

$\therefore \angle B + \angle DCB = 180^\circ$ ,

$\therefore AB \parallel CD$ .

24. 如图, 已知  $AB = AD$ ,  $AC = AE$ ,  $AB \perp AD$ ,  $AC \perp AE$ , 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定, 先由垂线的定义得到  $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$ , 则可证明  $\angle BAC = \angle DAE$ , 再利用 SAS 即可证明  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ .

【详解】证明:  $\because AB \perp AD$ ,  $AC \perp AE$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC$ ,

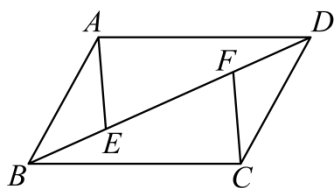
$\therefore \angle BAC = \angle DAE$ ,

又  $\because AB = AD$ ,  $AC = AE$ ,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$  (SAS).

四、解答题 (本大题共 2 题, 其中 25 题 10 分, 26 题, 12 分, 共 22 分)

25. 如图, 四边形  $ABCD$  中,  $AB = CD$ ,  $AE = CF$ ,  $BF = DE$ ,



(1) 求证:  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ;

(2) 求证:  $\angle DAE = \angle BCF$ ;

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质以及平行线的性质, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

(1) 由 SSS 证明  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$  即可;

(2) 由全等三角形的性质得  $\angle ABE = \angle CDF$ , 利用 SAS 证明  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ , 根据全等三角形的性质求出  $\angle BAD = \angle DCB$ , 再根据角的和差得出结论.

【小问 1 详解】

证明:  $\because BF = DE$ ,

$$\therefore BF - EF = DE - EF,$$

即  $BE = DF$ ,

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle CDF$  中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ AE = CF \\ BE = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (\text{SSS})$$

【小问 2 详解】

证明: 由 (1) 可知,  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ,

$$\therefore \angle ABE = \angle CDF,$$

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle CDB$  中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle ABD = \angle CDB \\ BD = DB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle BAD = \angle DCB,$$

$$\therefore \angle BAD - \angle BAE = \angle DCB - \angle DCF,$$

即  $\angle DAE = \angle BCF$ .

## 26. 综合与实践

(1) 操作判断

飞跃组在学习了三角形全等后展开了探究性学习活动. 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ , 直线  $l$  经过点  $A$ ,  $BD \perp$  直线  $l$ ,  $CE \perp$  直线  $l$ , 垂足分别为  $D, E$ . 由此得出结论:  $DE, BD, CE$  之间的数量关系是\_\_\_\_\_.

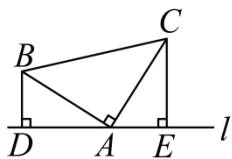


图1

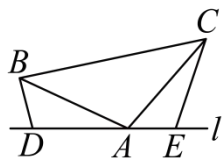


图2

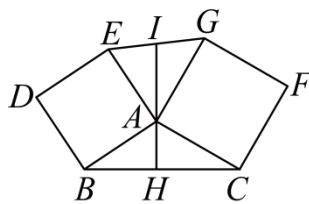


图3

## (2) 开放探究

无敌组的同学们提出了如下的问题: 如果三个角不是直角, 那么结论是否会成立呢? 如图 2, 将 (1) 中的条件改为在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D, A, E$  三点都在直线  $l$  上, 并且有  $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$ , 其中  $\alpha$  为任意锐角或钝角. (1) 中的结论是否成立? 若成立, 请给出证明; 若不成立, 请给出合理的解释.

## (3) 拓展应用

如图 3, 过  $\triangle ABC$  的边  $AB, AC$  向外作正方形  $ABDE$  和正方形  $ACFG$ ,  $AH$  是  $BC$  边上的高, 延长  $HA$  交  $EG$  于点  $I$ , 求证:  $EI = IG$ .

**【答案】** (1)  $DE = BD + CE$

(2) (1) 中的结论成立. 证明见解析

(3) 证明见解析

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了全等三角形的判定与性质, 灵活运用全等三角形的判定与性质是解题关键.

(1) 先证明出  $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ , 得出  $AE = BD, AD = CE$ , 再根据线段的和差即可得到数量关系;

(2) 证明  $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ , 得出  $AE = BD, AD = CE$ , 再根据线段的和差即可得到数量关系;

(3) 如图 3, 过点  $E$  作  $EM \perp HI$  于  $M$ ,  $GN \perp HI$  的延长线于  $N$ . 同 (1) 可证  $\triangle ABH \cong \triangle EAM$ ,  $\triangle AHC \cong \triangle GNA$  可得  $BH = AM, HC = AN, EM = AH = GN$ ; 再证明  $\triangle EMI \cong \triangle GNI$  可得  $EI = IG$ .

**【小问 1 详解】**

解:  $\because BD \perp$  直线  $l, CE \perp$  直线  $l$ ,

$$\therefore \angle BDA = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CEA$ 中,

$$\begin{cases} \angle BDA = \angle AEC \\ \angle ABD = \angle CAE, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA (\text{AAS}),$$

$$\therefore BD = AE, \quad AD = CE,$$

$$\therefore DE = AE + AD = BD + CE.$$

故答案为:  $DE = BD + CE$ ;

### 【小问 2 详解】

解: 仍然成立, 证明如下:

$$\because \angle BDA = \angle BAC = \alpha,$$

$$\therefore \angle DBA + \angle DAB = \angle DAB + \angle CAE,$$

$$\therefore \angle DBA = \angle CAE,$$

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CEA$ 中,

$$\begin{cases} \angle BDA = \angle AEC \\ \angle DBA = \angle CAE, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA (\text{AAS}),$$

$$\therefore BD = AE, \quad AD = CE,$$

$$\therefore DE = AE + AD = BD + CE.$$

### 【小问 3 详解】

证明: 如图3, 过点 $E$ 作 $EM \perp HI$ 于 $M$ ,  $GN \perp HI$ 的延长线于 $N$ .

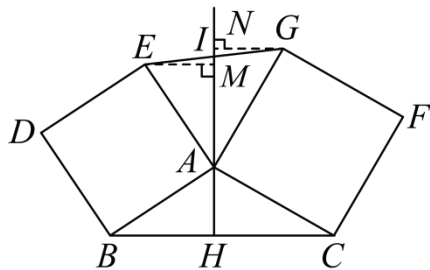


图3

同 (1) 可得 $\triangle ABH \cong \triangle EAM$ ,  $\triangle AHC \cong \triangle GNA$ ,

$$\therefore EM = AH = GN,$$

在 $\triangle EMI$ 和 $\triangle GNI$ 中,

$$\begin{cases} \angle EIM = \angle GIN \\ \angle EMI = \angle GNI, \\ EM = GN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EMI \cong \triangle GNI \text{ (AAS)},$$

$$\therefore IE = IG.$$