

2025 学年第二学期

七年级数学

(满分 100 分, 完卷时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 如果 $a > b$, 那么下列不等式中不正确的是 ()

- A. $a - 2 > b - 2$ B. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ C. $-3a < -3b$ D. $1 - 3a > 1 - 3b$

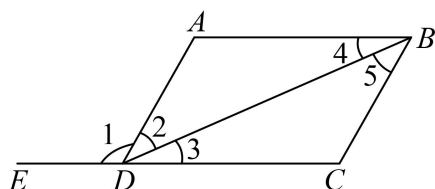
2. 若一个三角形的三个内角的度数之比为 $1:1:2$, 则这个三角形是 ()

- A. 直角三角形 B. 锐角三角形 C. 钝角三角形 D. 无法确定

3. 下列命题是真命题的是 ()

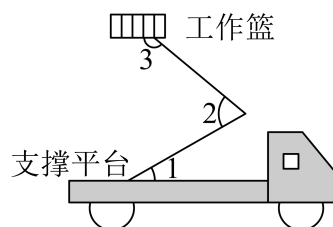
- A. 同旁内角互补
B. 面积相等的两个三角形是全等三角形
C. 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和
D. 如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行, 那么这两个角相等

4. 如图, 下列能判断 $AB \parallel CD$ 的条件是 ()



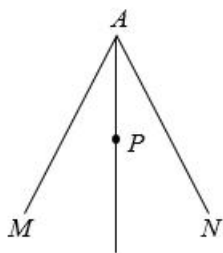
- A. $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ B. $\angle 2 = \angle 5$ C. $\angle 3 = \angle 4$ D. $\angle 1 = \angle C$

5. 如图是路政工程车的工作示意图, 工作篮底部与支撑平台平行. 如果 $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 70^\circ$, 那么 $\angle 3$ 的度数为 ()



- A. 130° B. 140° C. 150° D. 160°

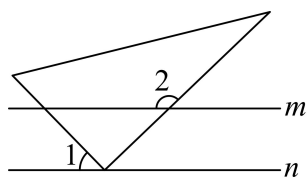
6. 如图, 已知 AP 平分 $\angle MAN$, 点 B 、 C 分别在射线 AM 、 AN 上, 如果添加一个条件, 即可推出 $AB = AC$, 那么下列条件不能得到 $AB = AC$ 的是 ()



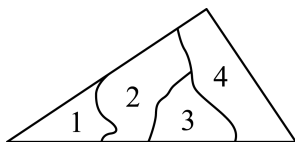
- A. $BP = CP$ B. $BC \perp AP$ C. $\angle APB = \angle APC$ D. $\angle ABP = \angle ACP$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

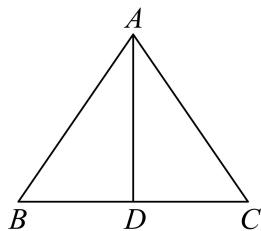
7. 用适当的不等式表示 “ m 的 3 倍减去 2 的差是一个正数” _____.
8. 如果既满足 $x \geq a$ 又满足 $x \leq 1$ 的 x 的值只有一个, 那么 $a =$ _____.
9. 直线 AC , BD 相交于点 O , 如果 $\angle BOC = 130^\circ$, 那么直线 AC 与直线 BD 的夹角为 _____ 度.
10. 命题 “两个全等三角形的周长相等” 的逆命题是 _____.
11. 如图, 已知直线 $m \parallel n$, 将三角尺的直角顶点放在直线 n 上, 若 $\angle 1 = 46^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____ 度.



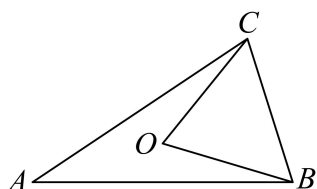
12. 小明不慎将一块三角形的玻璃摔碎成如图所示的四块 (即图中标有 1、2、3、4 的四块), 你认为将其中的哪一块带去, 就能配一块与原来一样大小的三角形? 应该带第 _____ 块.



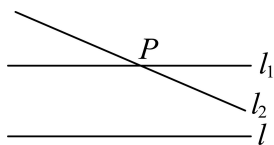
13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 的中点, $\angle BAD = 35^\circ$, 则 $\angle C =$ _____.



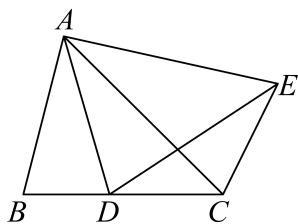
14. 等腰三角形的周长为 16, 其一边长为 4, 那么它的腰为 _____.
15. 如图, 点 O 是 $\triangle ABC$ 各边垂直平分线的交点, 连接 BO 、 CO . 如果 $\angle A = 34^\circ$, 那么 $\angle BOC =$ _____ 度.



16. 在学习反证法后, 乐乐尝试用反证法证明“如图, 已知 P 是直线 l 外一点, 直线 l_1 、 l_2 相交于点 P , 且 $l_1 \parallel l$, 则直线 l_2 与直线 l 必相交”这一命题: 他假设直线 l_2 与直线 l 不相交, 则有 $l_2 \parallel l$, 又因为 $l_1 \parallel l$, 所以 l_1 与 l_2 平行, 这与_____矛盾, 故假设不成立, 所以直线 l_2 与直线 l 必相交.



17. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转, 得到 $\triangle ADE$, 使点 B 的对应点 D 落在边 BC 上, 连接 EC , 如果 $\angle EDC = \alpha$, 那么 $\angle AEC =$ _____ (用含 α 的代数式表示)

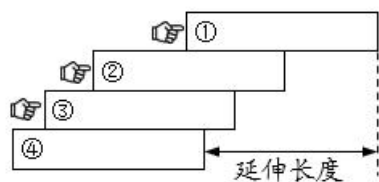


18. 预备知识: 1. 一个长方体积木组合的重心的水平位置偏移其最下方长方体积木重心的水平距离, 等于组合中各个长方体积木重心偏移最下方长方体积木重心的水平距离的平均数.

2. 一个长方体积木组合的重心的高度等于组合中各个长方体积木重心高度的平均数.

3. 两个长方体积木组合叠在一起组成一个新的组合, 当上方组合的重心在水平方向上超过下方组合的边缘, 就会倒下.

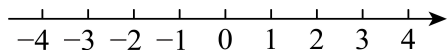
在数学综合与实践课《积木能叠多远?》的探究活动中, 同学们探究了积木堆叠平衡问题, 并根据相关预备知识进行了推导, 请你回顾并解决以下问题: 取 4 块长、宽、高分别对应相同且材质均匀、质量相等的积木, 将它们四边对齐叠放, 从上到下编号依次为①、②、③、④, 向右沿平行于积木长边的方向依次推动积木①、②、③, 如图所示, 如果每块积木的长度为 l , 在不倾倒的前提下, 积木①②③组合的最远延伸长度是_____ (用含 l 的代数式表示)



三、简答题 (本大题共 7 题, 第 19、20、21 题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23 题 7 分、第 24 题 8

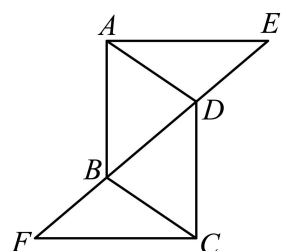
分、第 25 题 10 分，满分 46 分)

19. 解不等式组: $\begin{cases} \frac{x-2}{3} \leq x \textcircled{1} \\ 5(x-2) < 8-x \textcircled{2} \end{cases}$, 并在数轴上表示出解集.



20. 根据篮球赛的规则, 在三分线外投篮命中可得 3 分, 在三分线内投篮命中可得 2 分. 某球队在一场篮球赛中不算罚篮共投中 34 个球, 罚篮得 14 分, 并且总分超过 90 分. 该球队至少投中了多少个三分球?

21. 如图, 已知: 点 F 、 B 、 D 、 E 在同一直线上, $AE = CF$, $DE = BF$, $\angle E = \angle F$. 求证: $AB \parallel CD$.



把以下证明过程补完整.

证明: $\because DE = BF$,

$\therefore$ _____ + _____ = _____ + _____,

$\therefore BE = DF$.

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 中,

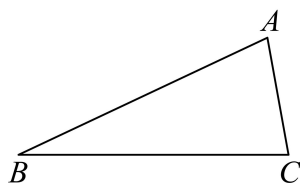
$$\therefore \begin{cases} AE = CF, \\ \angle E = \angle F, \\ BE = DF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (_____).

$\therefore \angle$ _____ = $\angle$ _____.

$\therefore AB \parallel CD$. (_____).

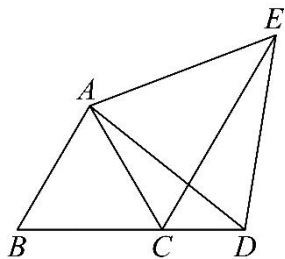
22. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 请根据下列要求作图并回答问题.



(1) 点 D 在边 BC 上, 请你用直尺和圆规在图中作出点 D , 使得 $AD + CD = BC$; (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 在 (1) 所作的图形中, 若 $\angle B = 25^\circ$, $\angle BAC = 3\angle BAD$, 求证: $AB > BC$.

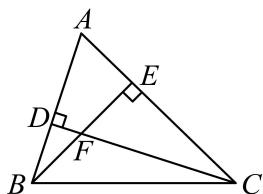
23. 如图, 已知: $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, 点 B 、 C 、 D 在一直线上, 连接 CE .



(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;

(2) 若 $CE \perp AD$, 求证: $\angle EDC = 90^\circ$.

24. 如图, $\triangle ABC$ 的两条高 BE 、 CD 相交于点 F , $CF = AB$.



(1) 求证: $AE = EF$;

(2) 连接 AF , 过点 F 作 $FG \parallel BC$, 交 AC 边于点 G , 求证: $AF = FG$.

25. 数学探究课上, 老师给同学们展示了几道有趣的几何问题, 大家围绕图形中的面积关系、线段关系展开了思考和讨论, 请你也来尝试解决下面的问题.

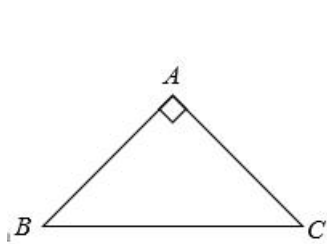


图 1

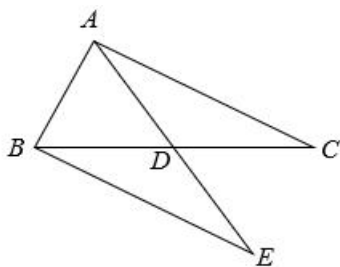


图 2

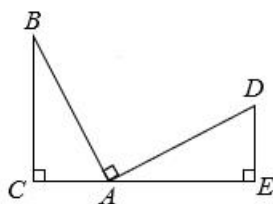


图 3

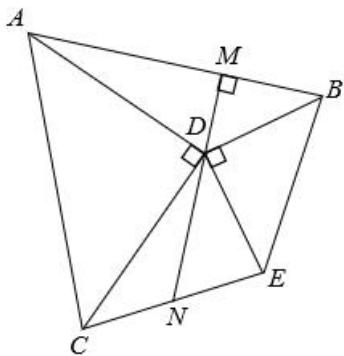


图 4

【探究初步】

探究 1 新定义：我们把两个面积相等但不全等的三角形叫做偏等积三角形.

(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 2$, D 为 AC 边上的一点, 若 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CBD$ 为偏等积三角形, 则 $CD =$ _____;

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2$, $AC = 4$, D 为 BC 边上的一点, 且满足 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 为偏等积三角形, 过点 B 作 $BE \parallel AC$, 交 AD 的延长线于点 E , 如果线段 AD 的长度为正整数, 那么 $AE =$ _____.

探究 2 如图 3, $\angle BAD = 90^\circ$, $AB = AD$, 过点 B 作 $BC \perp AC$ 于点 C , 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E . 我们把这个数学模型称为 “K 字” 模型或 “一线三等角” 模型.

(3) 探究图 3 中线段 CE 、 BC 、 DE 之间的数量关系, 可得_____.

【迁移应用】

(4) 如图 4, 已知 $\triangle ADC$ 与 $\triangle BDE$ 是有公共顶点且不全等的两个等腰三角形, 其中 $DA = DC$, $DB = DE$, $\angle ADC = \angle BDE = 90^\circ$, $\angle ADB > \angle CDE$, 过 D 作 $DM \perp AB$, 垂足为点 M , MD 的延长线与 CE 交于点 N , 请写出图中所有的偏等积三角形, 并选择其中一对进行证明.