

2024 学年第二学期期末考试试卷

七年级 数学

一、选择题：(每题 3 分，共 18 分)。

1. 已知 $m < n$ ，那么下列各式中，不一定成立的是 ()。

- A. $2m < 2n$ B. $3 - m > 3 - n$ C. $mc^2 < nc^2$ D. $m - 1 < n - 1$

【答案】C

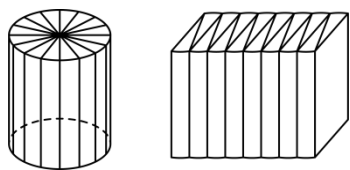
【解析】

【分析】不等式性质 1：在不等式的两边都加上或减去同一个数，不等号的方向不变，性质 2：在不等式的两边都乘以或除以同一个正数，不等号的方向不变，性质 3：在不等式的两边都乘以或除以同一个负数，不等号的方向改变，根据不等式的性质逐一判断即可。

【详解】解：A、由 $m < n$ ，根据不等式性质 2，得 $2m < 2n$ ，本选项成立，不符合题意；
B、由 $m < n$ ，根据不等式性质 3，得 $-m > -n$ ，再根据不等式性质 1，得 $3 - m > 3 - n$ ，本选项成立，不符合题意；
C、因为 $c^2 \geq 0$ ，当 $c^2 > 0$ 时，根据不等式性质 2，得 $mc^2 < nc^2$ ，当 $c^2 = 0$ 时， $mc^2 = nc^2$ ，本选项不一定成立，符合题意；
D、由 $m < n$ ，根据不等式性质 1，得 $m - 1 < n - 1$ ，本选项成立，不符合题意；
故选：C。

【点睛】本题考查的是不等式的基本性质，掌握“利用不等式的基本性质判断不等式的变形是否正确”是解本题的关键。

2. 如图，把一个圆柱切拼成一个长方体后，长方体的表面积和体积与圆柱的相比，()



- A. 都不变 B. 体积不变，表面积变小
C. 都变大 D. 体积不变，表面积变大

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查圆柱与正方体的表面积及体积计算公式，解题的关键是正确表示出长方体的长宽及高。设圆柱的底面半径是 r ，圆柱的高为 h ，根据拼成长方体的高等于圆柱的高是 h ，再根据长方体的表面

积和体积公式与圆柱的表面积和体积公式列式表示出长方体的表面积和体积与原来圆柱的表面积和体积，由此即可进行比较选择。

【详解】解：设圆柱的底面半径为 r ，圆柱的高为 h ，
则长方体的高等于圆柱的高是 h ，长方体的长为 πr ，宽为 r ，

圆柱的表面积为： $2 \times (\pi r^2) + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ ；

圆柱的体积为： $\pi r^2 h$ ；

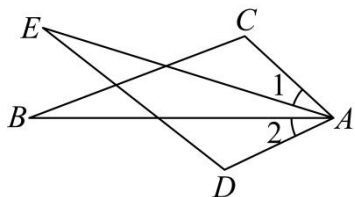
长方体的表面积为： $(\pi r \times r + \pi r \times h + rh) \times 2 = 2\pi r^2 + 2\pi rh + 2rh$ ；

长方体的体积为： $\pi r \times r \times h = \pi r^2 h$ ；

所以，这个长方体和原来的圆柱体比较表面积变大了，体积没变，

故答案为：D

3. 如图， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AC = AD$ 。给出下列条件：① $AB = AE$ ；② $BC = ED$ ，③ $\angle B = \angle E$ ，④ $\angle C = \angle D$ 。这四个条件中再选一个使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ，符合条件的有（ ）



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定，掌握全等三角形的判定方法（即SSS、SAS、ASA、AAS和HL）是解题的关键。

根据三角形全等的判定逐个判断即可得到答案；

【详解】解： $\because \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore \angle CAB = \angle DAE$ ，

$\because AC = AD$ ，

$\therefore$ 添加① $AB = AE$ ，可以用SAS判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ；

添加③ $\angle B = \angle E$ ，可以用AAS判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ；

添加④ $\angle C = \angle D$ ，可以用ASA判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ；

添加②不能判定三角形全等。

故选 C.

4. 若等腰三角形的两条边的长分别为 3cm 和 7cm, 则它的周长是 ()

- A. 10cm B. 13cm C. 17cm D. 13cm 或 17cm

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系; 已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况, 分类进行讨论, 还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答, 这点非常重要, 也是解题的关键. 等腰三角形两边的长为 3cm 和 7cm, 具体哪条是底边, 哪条是腰没有明确说明, 因此要分两种情况讨论.

【详解】解: ①当腰是 3cm, 底边是 7cm 时: 不满足三角形的三边关系, 因此舍去.

②当底边是 3cm, 腰长是 7cm 时, 能构成三角形, 则其周长 $= 3 + 7 + 7 = 17(\text{cm})$.

故选: C.

5. 下列命题中真命题的个数是 ()

- ①三边相等的三角形是等边三角形
②三个内角相等的三角形是等边三角形
③有一个内角是 60° 的三角形是等边三角形
④有两个内角是 60° 的三角形是等边三角形

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查命题的真假判断和等边三角形的判定, 掌握等边三角形的判定是解题的关键.

【详解】解: “三边相等的三角形是等边三角形是真命题”, 故①正确;

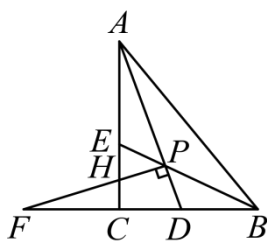
“三个内角相等的三角形是等边三角形”是真命题, 故②正确;

“有一个内角是 60° 的三角形是等边三角形”是假命题, 故③错误;

“有两个内角是 60° 的三角形是等边三角形”是真命题, 故④正确;

故选: C.

6. 如图, 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC$ 的角平分线 AD 、 BE 相交于点 P , 过 P 作 $PF \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 F , 交 AC 于点 H . 有下列结论: ① $\angle APB = 135^\circ$; ② $\triangle ABP \cong \triangle FBP$; ③ $\angle AHP = \angle ABC$; ④ $AH + BD = AB$; 其中正确的个数是 ()



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质，根据三角形内角和以及角平分线的定义得 $\angle PAB + \angle PBA = 45^\circ$ ，继而得出 $\angle APB$ 的度数，即可判断①；推出 $\angle APB = \angle FPB$ ，根据 ASA 证明即可，即可判断②；证明 $\triangle PAH \cong \triangle PFD$ (ASA)，得 $AH = FD$ ， $\angle AHP = \angle FDP$ ，根据外角的性质可判断③；通过等量代换可判断④。证明三角形全等是解题的关键。

【详解】 解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ,$$

$\therefore AD$ 、 BE 分别平分 $\angle CAB$ 、 $\angle CBA$ ，

$$\therefore \angle PAC = \angle PAB = \frac{1}{2} \angle CAB, \quad \angle PBF = \angle PBA = \frac{1}{2} \angle CBA,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle PBA = \frac{1}{2} (\angle CAB + \angle CBA) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ, \text{ 故结论①正确;}$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ,$$

又 $\because PF \perp AD$ ，

$$\therefore \angle FPA = \angle FPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FPB = \angle FPD + \angle BPD = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle FPB,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle FBP$ 中，

$$\begin{cases} \angle APB = \angle FPB \\ PB = PB \\ \angle PBA = \angle PBF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle FBP$ (ASA)，故结论②正确；

$$\therefore \angle BAP = \angle BFP, \quad AB = FB, \quad PA = PF,$$

$$\therefore \angle PAH = \angle PFD,$$

在 $\triangle PAH$ 和 $\triangle PFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle PAH = \angle PFD \\ PA = PF \\ \angle APH = \angle FPD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle PAH \cong \triangle PFD (\text{ASA}),$$

$$\therefore AH = FD, \angle AHP = \angle FDP,$$

$\because \angle FDP$ 是 $\triangle ABD$ 的外角,

$$\therefore \angle FDP > \angle ABC,$$

$$\therefore \angle AHP > \angle ABC, \text{ 故结论③错误;}$$

$$\text{又} \because AH = FD, AB = FB,$$

$$\therefore AB = FB = FD + BD = AH + BD,$$

即 $AH + BD = AB$, 故结论④正确,

$\therefore$ 正确的个数是 3 个.

故选: C.

二、填空题: (每题 2 分, 共 24 分.)

7. 不等式 $(m-2)x < 3$ 的解集是 $x > \frac{3}{m-2}$, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了不等式的性质以及解一元一次不等式, 熟练掌握不等式的性质是解题的关键. 把不等式两边除以 $(m-2)$ 时不等号方向改变了, 则 $m-2 < 0$, 然后解关于 m 的不等式即可.

【详解】 解: $\because$ 不等式 $(m-2)x < 3$ 的解集是 $x > \frac{3}{m-2}$,

$$\therefore m-2 < 0,$$

解得 $m < 2$, 即 m 的取值范围是 $m < 2$.

故答案为: $m < 2$.

8. 一个圆锥和一个圆柱的底面积及体积分别相等, 圆锥的高是 2.85 厘米, 圆柱的高是_____厘米.

【答案】 0.95

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次方程，正确找出等量关系是解题的关键，设圆柱的高是 x 厘米，圆柱和圆锥的底面积都是 1，根据体积相等，列出方程即可．

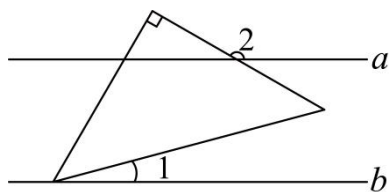
【详解】解：设圆柱的高是 x 厘米，圆柱和圆锥的底面积都是 1，

$$\begin{aligned} 1 \times x &= 1 \times 2.85 \div 3 \\ &= 0.95 \end{aligned}$$

答：圆柱的高是 0.95 厘米．

故答案为：0.95．

9. 将等腰直角三角板按如图的方式摆放，如果 $\angle 1 = 15^\circ$ ，那么 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$ ．

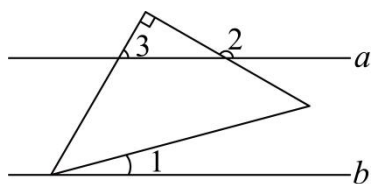


【答案】150

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质、三角形外角的定义及性质，由平行线的性质可得 $\angle 3 = \angle 1 + 45^\circ = 60^\circ$ ，再由三角形外角的定义及性质计算即可得解．

【详解】解：如图：



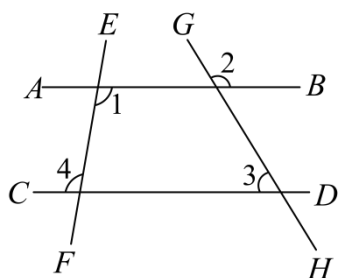
$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + 45^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 + 90^\circ = 150^\circ,$$

故答案为：150．

10. 如图，直线 AB 、 CD 分别与 EF 、 GH 相交，已知 $\angle 1 = 100^\circ$ ， $\angle 2 = 115^\circ$ ， $\angle 3 = 65^\circ$ ，那么 $\angle 4 =$ _____．

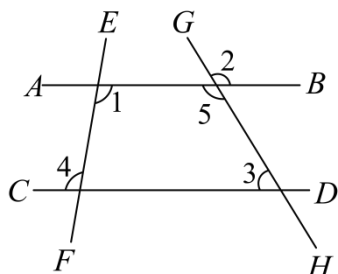


【答案】 100° ##100 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定和性质，由对顶角相等可得 $\angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$ ，根据 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 可得 $AB \parallel CD$ ，由平行线的性质可得 $\angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$ 。

【详解】 解：如图，



$\because \angle 2 = \angle 5 = 115^\circ, \angle 3 = 65^\circ,$

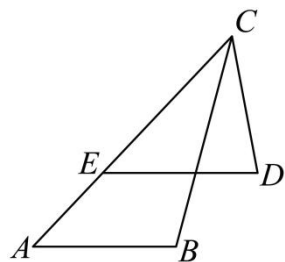
$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ,$

$\therefore AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 100^\circ,$

故答案为： 100° 。

11. 如图，已知 $AB \parallel ED$ ， $\angle EDC = 80^\circ$ ， $\angle ECD = 53^\circ$ ， $\angle B = 105^\circ$ ， 那么 $\angle ACB =$ _____。



【答案】 28° ##28 度

【解析】

【分析】 此题考查了三角形内角和定理，平行线的性质．首先根据三角形内角和定理得到 $\angle CED = 180^\circ - \angle ECD - \angle D = 47^\circ$ ，然后由平行线的性质得到 $\angle A = \angle CED = 47^\circ$ ，然后根据三角形内角和定理求解即可。

【详解】解： $\because \angle EDC = 80^\circ, \angle ECD = 53^\circ,$

$$\therefore \angle CED = 180^\circ - \angle ECD - \angle D = 47^\circ,$$

$$\because AB \parallel ED,$$

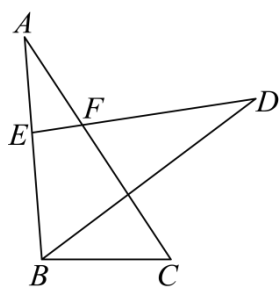
$$\therefore \angle A = \angle CED = 47^\circ,$$

$$\because \angle B = 105^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B = 28^\circ.$$

故答案为： 28° .

12. 如图, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEB$, 点 A 、 B 、 C 的对应点分别是点 D 、 E 、 B , 点 E 在 AB 边上, DE 与 AC 交于点 F . 如果 $AE = 8$, $BC = 12$, 则线段 DE 的长是_____.



【答案】 20

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形全等的性质, 根据 $\triangle ABC \cong \triangle DEB$, 得出 $BE = BC = 12$, $DE = AB$, 根据 $AE = 8$, 得出 $AB = AE + BE = 12 + 8 = 20$, 即可得出答案.

【详解】 解: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEB$,

$$\therefore BE = BC = 12, \quad DE = AB,$$

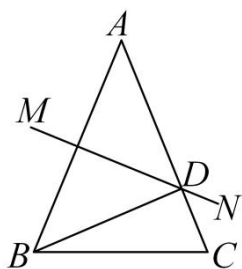
$$\because AE = 8,$$

$$\therefore AB = AE + BE = 12 + 8 = 20,$$

$$\therefore DE = 20.$$

故答案为: 20.

13. 如图所示 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 14\text{cm}$, AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于 D , $\triangle DBC$ 的周长是 24cm , 则 $BC =$ _____ cm .



【答案】 10

【解析】

【分析】 本题主要考查了线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质，熟记性质是解题的关键.

根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质可得 $AD = BD$ ，然后求出 $\triangle DBC$ 的周长 $= AC + BC$ ，再代入数据进行计算即可得解.

【详解】 解： $\because MN$ 是 AB 的垂直平分线，

$$\therefore AD = BD,$$

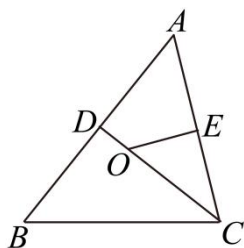
$$\therefore \triangle DBC \text{ 的周长} = BD + CD + BC = AD + CD + BC = AC + BC,$$

$$\because AC = 14\text{cm}, \triangle DBC \text{ 的周长是 } 24\text{cm},$$

$$\therefore BC = 24 - 10 = 14(\text{cm}).$$

故答案为： 10.

14. 如图， $\angle A = 52^\circ$ ， O 是 AB ， AC 的垂直平分线的交点， 则 $\angle OCB =$ _____.



【答案】 38°

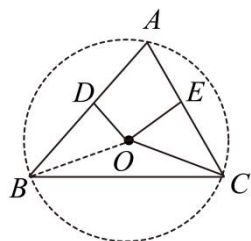
【解析】

【分析】 根据题意确定点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心， 所以连接 OB . 利用圆周角定理可知 $\angle BOC = 2\angle A$ ， 然后根据等腰 $\triangle BOC$ 的性质和三角形内角和定理来求 $\angle OCB$ 的度数即可.

【详解】 $\because O$ 是 AB 、 AC 的垂直平分线的交点，

$\therefore$ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心.

如图，连接 OB.



则 $\angle BOC = 2\angle A = 104^\circ$.

又 $\because OB = OC$,

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$.

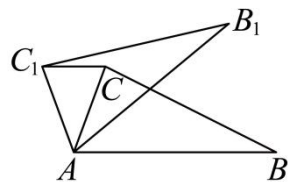
$\therefore \angle OCB = (180^\circ - \angle BOC) \div 2 = 38^\circ$,

故答案是: 38° .

【点睛】 本题考查了线段垂直平分线的性质. 解答该题的技巧性在于利用线段垂直平分线的性质找到三角形外接圆的圆心, 利用圆周角定理、三角形内角和定理将所求的角与已知角的数量关系联系起来.

15. 如图, 在平面内将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转至 $\triangle AB_1C_1$, 使 $CC_1 \parallel AB$. 如果 $\angle BAC = 70^\circ$, 那么旋转角

$\angle B_1AB =$ _____ 度



【答案】 40

【解析】

【分析】 本题考查旋转的性质与等腰三角形的性质, 解答本题的关键是掌握旋转前后对应线段相等、对应角相等.

根据旋转的性质可得出 $AC = AC_1$, 然后根据 $CC_1 \parallel AB$, $\angle BAC = 70^\circ$, 可得出 $\angle ACC_1$ 的度数, 进而根据等腰三角形的性质可得出答案.

【详解】 解: 由题意得: $AC = AC_1$,

$\therefore \triangle ACC_1$ 是等腰三角形,

$\therefore \angle ACC_1 = \angle AC_1C$,

又 $\because CC_1 \parallel AB$,

$$\therefore \angle AC_1C = \angle ACC_1 = \angle BAC = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle CAC_1 = 40^\circ, \text{ 即旋转角度为 } 40^\circ,$$

$$\therefore \angle B_1AB = \angle CAC_1 = 40^\circ,$$

故答案为 40.

16. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-1 > 2 \\ x \leq m \end{cases}$ 无解, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \leq 3$

【解析】

【分析】 先计算第一个不等式, 得到 $x > 3$, 不等式组无解, 即两个不等式没有公共解集, 据此解题.

【详解】 解: 由不等式组可得 $\begin{cases} x > 3 \\ x \leq m \end{cases}$,

因为不等式组无解, 根据大大小小找不到的原则可知 $m \leq 3$,

故答案为: $m \leq 3$.

【点睛】 本题考查由一元一次不等式组的解集求参数, 是重要考点, 难度较易, 掌握相关知识是解题关键.

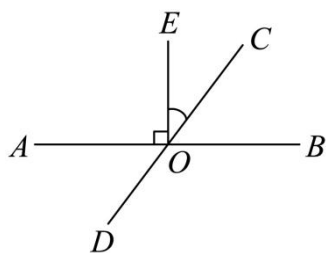
17. 在相交线与平行线这一章节中我们学习了垂直的定义, 仿照垂直的定义方法给出以下新定义: 两条直线相交所形成的四个角中, 如果有一个角是 60° , 就称这两条直线互为完美交线, 交点叫完美点, 已知直线 AB 、 CD 互为完美交线, O 为它们的完美点, $OE \perp AB$, 则 $\angle EOC$ 的度数为_____.

【答案】 30° 或 150°

【解析】

【分析】 本题考查了垂直定义和邻补角定义, 熟练掌握概念是解题的关键. 分当 OE 在直线 AB 的上方时及当 OE 在直线 AB 的下方时两种情况进行讨论, 求得 $\angle EOC$ 的度数.

【详解】 解: 如图, 当 OE 在直线 AB 的上方时,



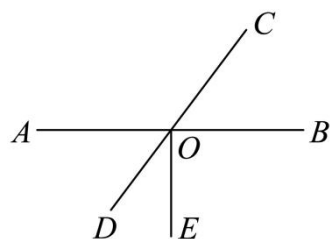
由题意可得: $\angle BOC = 60^\circ$,

$\because OE \perp AB$,

$$\angle BOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = \angle BOE - \angle BOC = 30^\circ,$$

如图, 当 OE 在直线 AB 的下方时,



由题意可得: $\angle BOC = 60^\circ$,

$$\because OE \perp AB,$$

$$\angle BOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = \angle BOE + \angle BOC = 150^\circ,$$

故答案为: 30° 或 150°

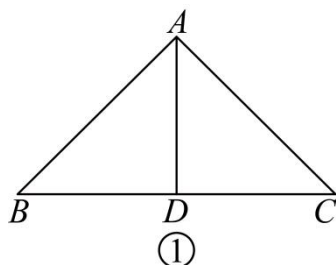
18. 在等腰 $\triangle ABC$ 中, 如果过顶角顶点 A 的一条直线 AD 将 $\triangle ABC$ 分割成两个等腰三角形, 那么 $\angle BAC = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 90° 或 108° .

【解析】

【分析】 根据题意画出图形, 分类讨论, 利用三角形的内角和定理和等腰三角形的性质可得结论.

【详解】 解: ①当 $BD=AD$, $CD=AD$ 时, 如图①所示,



$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\text{设 } \angle B = \angle C = x,$$

$$\because BD=AD, \quad CD=AD,$$

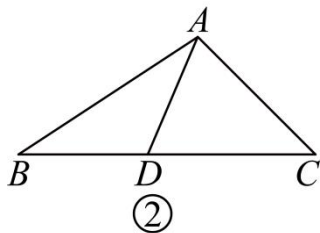
$$\therefore \angle BAD = \angle B = x, \quad \angle CAD = \angle C = x,$$

$$\therefore 4x = 180^\circ,$$

$$\therefore x = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 2x = 45^\circ \times 2 = 90^\circ;$$

②当 $AD=BD$, $AC=CD$ 时, 如图②所示,



$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

设 $\angle B = \angle C = x$,

$$\because AD=BD, AC=CD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle B = x, \quad \angle CAD = \frac{180^\circ - x}{2},$$

$$\therefore \frac{180^\circ - x}{2} + x = 180^\circ - 2x,$$

解得: $x = 36^\circ$,

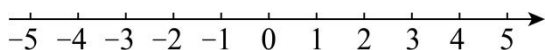
$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 2x = 180^\circ - 2 \times 36^\circ = 108^\circ,$$

故答案为: 90° 或 108° .

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质, 根据题意画出图形分类讨论, 利用三角形的内角和定理是解答此题的关键.

三、解答题: (每题 6 分, 共 24 分)

19. 解不等式组: $\begin{cases} \frac{1-2x}{3} \leq x+2 \\ 2x+2 > 2(2x-1) \end{cases}$, 把它的解集在数轴上表示出来, 并写出这个不等式组的整数解.



【答案】 $-1 \leq x < 2$, 见解析, 整数解为 $-1, 0, 1$

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式组, 在数轴上表示解集. 熟练掌握解一元一次不等式组, 在数轴上表示解集是解题的关键.

分别求出两个不等式的解集, 进而可得不等式组的解集, 在数轴上表示解集, 然后求整数解即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} \frac{1-2x}{3} \leq x+2 \\ 2x+2 > 2(2x-1) \end{cases},$$

$$\frac{1-2x}{3} \leq x+2,$$

$$1-2x \leq 3x+6,$$

$$-5x \leq 5,$$

解得， $x \geq -1$ ；

$$2x+2 > 2(2x-1),$$

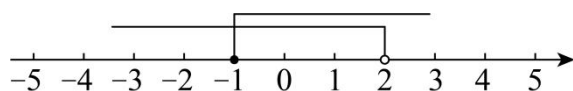
$$2x+2 > 4x-2,$$

$$-2x > -4,$$

解得， $x < 2$ ；

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$ ，

在数轴上表示解集如下；



$\therefore$ 整数解为 $-1, 0, 1$.

20. 某工人制造机器零件，如果每天比计划多做 1 件，那么 8 天所做的零件总数超过 100 件；如果每天比计划少做 1 件，那么 8 天所做的零件总数不足 99 件. 这个工人计划每天做多少件零件？

【答案】这个工人计划每天做 12 件或 13 件零件

【解析】

【分析】 本题主要考查了解不等式组，根据题意列出不等式组，求出解集，再判断整数解即可.

【详解】解： 设这个工人计划每天做 x 个零件，根据题意，得

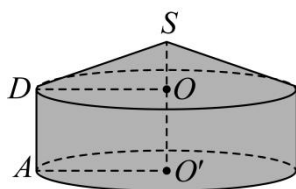
$$\begin{cases} 8(x+1) > 100 \\ 8(x-1) < 99 \end{cases},$$

$$\text{解得 } 11.5 < x < 13\frac{3}{8},$$

则 $x = 12$ 或 13 ,

所以这个工人计划每天做 12 或 13 个零件.

21. 如图，一顶帆布帐篷的上半部是圆锥形，下半部是圆柱形，已知圆柱的底面积为 28.26m^2 ，母线 $AD = 2\text{m}$ ，圆锥的高 $SO = 1\text{m}$ ，母线 $SD = 3.16\text{m}$.



(1) 制作一顶这样的帐篷（接缝忽略不计）至少需要多少帆布（帐篷的底面不用帆布， π 取 3.14，结果精确到 0.1m^2 ）？

(2) 帐篷的容积大约是多少（ π 取 3.14，结果精确到 0.1m^3 ）？

【答案】 (1) 67.4m^2

(2) 65.9m^3

【解析】

【分析】 本题考查了圆柱与圆锥的计算，以及有理数混合运算的应用.

(1) 先根据圆柱的底面积为 28.26m^2 求出底面半径，再根据侧面积公式计算即可；

(2) 根据圆柱与圆锥的容积公式计算即可.

【小问 1 详解】

设底面半径为 r ,

$$\text{由 } S_{\text{底}} = \pi r^2 = 3.14r^2 = 28.26$$

$$\text{得 } r^2 = 9, r = 3$$

$$S_{\text{侧}} = 2\pi r \cdot AD + \pi r \cdot SD$$

$$= 2\pi \times 3 \times 2 + \pi \times 3 \times 3.16$$

$$= 21.48\pi$$

$$\approx 67.4(\text{m}^2)$$

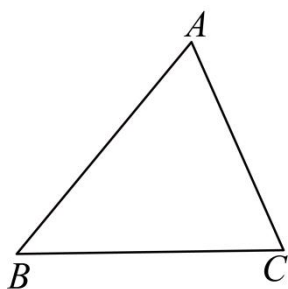
答：制作一顶这样的帐篷至少需要 67.4m^2 帆布

【小问 2 详解】

$$V = S_{\text{底}} \cdot AD + \frac{1}{3} S_{\text{底}} \cdot SO = 28.26 \times 2 + \frac{1}{3} \times 28.26 \times 1 = 65.9(\text{m}^3)$$

答：帐篷的容积大约是 65.9m^3 .

22. 如图，已知 $\triangle ABC$, $AB > AC$ ，根据下列要求画图并回答问题：



(1) 画边 BC 上的高 AD ;

(2) 边 BC 上有一点 E , 连接 AE , 如果 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEC}$, 那么线段 AE 是 ABC 的_____; (填“高”、“中线”或“角平分线”)

(3) 在 (1) (2) 的条件下, 如果 $ED:CD = 2:3, S_{\triangle AED} = 6$, 那么 $S_{\triangle ABC} =$ _____

【答案】(1) 见解析;

(2) 中线; (3) 30.

【解析】

【分析】本题考查作图-复杂作图、三角形的中线和高、三角形的面积, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

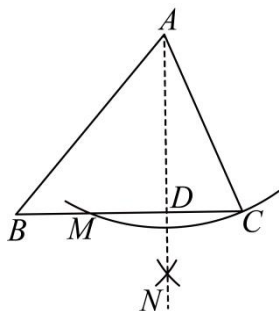
(1) 根据三角形的高的定义画图即可;

(2) 由题意可得 $BE = CE$, 则线段 AE 是 ABC 的中线;

(3) 由题意可得, $S_{\triangle AED} : S_{\triangle ADC} = 2:3$, 则 $S_{\triangle ADC} = 9$, 进而可得, $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ADC} = 15$, 则 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AEC} = 30$.

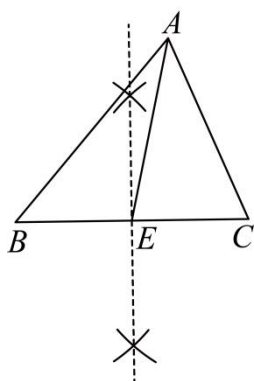
【小问 1 详解】

解: 以点 A 为圆心, AC 长为半径作圆, 交 BC 于点 M , 再以 M 、 C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MC$ 长为半径作圆交于点 N , 连接 AN 交 BC 于点 D , AD 即为所求边 BC 上的高, 如图:



【小问 2 详解】

解: 如图:



$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEC},$$

$$\therefore BE = CE,$$

$\therefore$ 线段 AE 是 ABC 的中线,

故答案为: 中线.

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because ED:CD = 2:3, S_{\triangle AED} = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle AED}:S_{\triangle ADC} = 2:3,$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = 9,$$

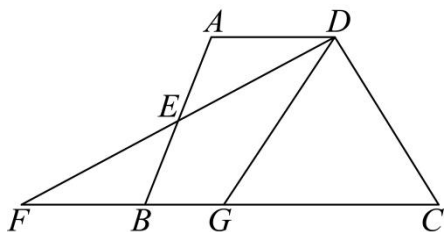
$$\therefore S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ADC} = 15,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AEC} = 30,$$

故答案为: 30.

四、简答题: (23 题, 24 题, 25 题每题 8 分, 26 题 10 分)

23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 是 AB 的中点, 连接 DE 并延长交 CB 的延长线于点 F , 点 G 在边 BC 上, 且 $\angle GDF = \angle ADF$.



(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle BFE$;

(2) 连接 EG , 判断 EG 与 DF 的位置关系并说明理由.

【答案】(1) 见解析 (2) EG 垂直 DF , 理由见解析.

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定与性质．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用．

(1) 由 $AD \parallel BC$, 可得 $\angle ADE = \angle BFE$, 由 E 是 AB 的中点, 可得 $AE = BE$, 证明 $\triangle ADE \cong \triangle BFE$ (AAS);

(2) 由 (1) 可知 $\triangle ADE \cong \triangle BFE$ (AAS), 则 $DE = EF$, 由 $GD = GF$, 可知 $\triangle DGF$ 是等腰三角形, 进而可得 $EG \perp DF$.

【小问 1 详解】

证明: $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADE = \angle BFE$,

$\because E$ 是 AB 的中点,

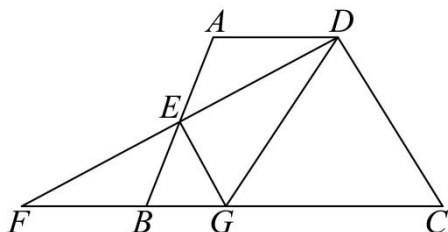
$\therefore AE = BE$,

$\because \angle AED = \angle BEF$, $\angle ADE = \angle BFE$, $AE = BE$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BFE$ (AAS);

【小问 2 详解】

解: $EG \perp DF$, 理由如下:



连接 EG ,

由 (1) 可知 $\triangle ADE \cong \triangle BFE$ (AAS),

$\therefore DE = EF$, $\angle ADE = \angle BFE$.

$\therefore \angle GDF = \angle ADF$

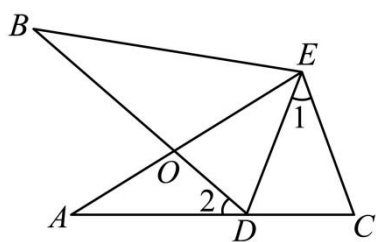
$\therefore \angle GDF = \angle BFE$

$\because GD = GF$,

$\therefore \triangle DGF$ 是等腰三角形,

$\therefore EG \perp DF$.

24. 如图, $\angle A = \angle B$, $AE = BE$, 点 D 在 AC 边上, $\angle 1 = \angle 2$, AE 和 BD 相交于点 O .



(1) 求证: $\triangle AEC \cong \triangle BED$;

(2) 若 $\angle 1 = 42^\circ$, 求 $\angle BDE$ 的度数.

【答案】(1) 见详解 (2) $\angle BDE = 69^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质, 三角形的内角和、三角形的外角性质:

(1) 先由三角形的外角性质得 $\angle C = \angle EDB$, 结合 $\angle A = \angle B$, $AE = BE$, 即可证明 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ 作答.

(2) 由 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ 得 $ED = EC$, $\angle C = \angle EDC$, 结合三角形的内角和公式列式计算, 即可作答.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 + \angle EDB = \angle ADE = \angle 1 + \angle C$

$\therefore \angle C = \angle EDB$

$\because \angle A = \angle B$, $AE = BE$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BED (\text{AAS})$;

【小问 2 详解】

解: $\because \triangle AEC \cong \triangle BED$

$\therefore ED = EC$, $\angle C = \angle EDC$

则 $\angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle 1) = 69^\circ$

$\therefore \angle C = \angle EDB$

$\therefore \angle BDE = 69^\circ$

25. 已知在等边 ABC 中, 点 D 是边 AB 上一点, 点 E 是 CB 延长线上一点, $DC = DE$.

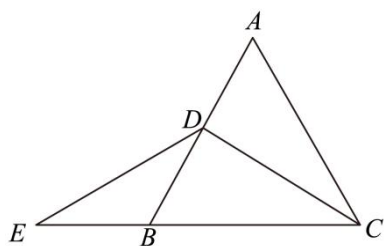


图1

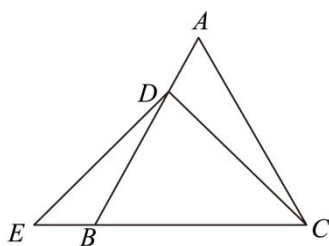


图2

(1) 如图 1, 如果点 D 是 AB 的中点, 说明 $BE = AD$;

(2) 如图 2, 如果点 D 是 AB 上任意一点 (不与点 A 、 B 重合), $BE = AD$ 还成立吗? 请说明理由.

【答案】(1) 见解析 (2) 成立, 理由见解析

【解析】

【分析】(1) 由等边三角形的性质可得 $\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$, 进而可得 $\angle EBD = 120^\circ$, 由三线合一可得 $\angle BCD = \angle ACD = 30^\circ$, $AD = BD$, 再根据等边对等角可得 $\angle BED = \angle BCD = 30^\circ$, 利用三角形内角和定理求得 $\angle BDE = 30^\circ$, 利用等角对等边, 即可得出结论;

(2) 过点 D 作 $DF \parallel BC$, 根据平行线的性质及等边三角形的判定和性质得到角之间的关系, 证明 $\triangle EBD \cong \triangle DFC$ (AAS), 即可得出结论.

【小问 1 详解】

解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$\because$ 点 D 是 AB 的中点,

$$\therefore \angle BCD = \angle ACD = 30^\circ, \quad AD = BD,$$

$\because DC = DE$,

$$\therefore \angle BED = \angle BCD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = 180^\circ - \angle EBD - \angle BED = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

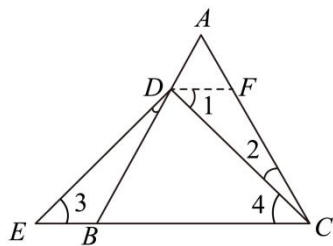
$$\therefore BE = BD,$$

$$\therefore BE = AD.$$

【小问 2 详解】

解: 成立, 理由如下:

如图, 过点 D 作 $DF \parallel BC$,



$$\therefore \angle 1 = \angle 4,$$

$\because DC = DE$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle ADF = \angle AFD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DFC = 180^\circ - \angle AFD = 120^\circ, \quad \angle EBD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$\therefore \triangle ADF$ 是等边三角形,

$$\therefore AD = DF,$$

在 $\triangle EBD$ 和 $\triangle DFC$ 中,

$$\begin{cases} \angle DFC = \angle EBD \\ \angle 1 = \angle 3 \\ DC = DE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EBD \cong \triangle DFC (\text{AAS}),$$

$$\therefore EB = DF.$$

$$\therefore EB = AD.$$

【点睛】 本题主要考查了等边三角形的判定和性质, 等腰三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 三角形内角和定理, 补角的性质, 熟练掌握知识点并灵活运用是解题的关键.

26. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是边 AB 上一点, $\angle BCD = \angle A$.

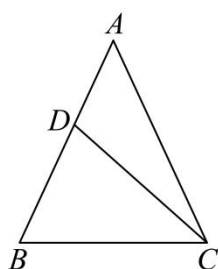


图1

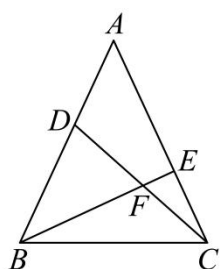
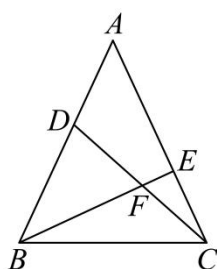


图2



备用图

(1) 如图 1, 试说明 $CD = CB$ 的理由;

(2) 如图 2, 过点 B 作 $BE \perp AC$, 垂足为点 E , BE 与 CD 相交于点 F .

①试说明 $\angle BCD = 2\angle CBE$ 的理由;

②如果 $\triangle BDF$ 是等腰三角形, 求 $\angle A$ 的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2) ①见解析; ② 45° 或 36°

【解析】

【分析】 本题考查等腰三角形的判定及性质, 三角形的内角和定理及外角的性质, 结合图形分情况讨论是解决问题的关键.

(1) 根据等腰三角形的性质可得 $\angle ABC = \angle ACB$, 再利用三角形的外角性质可得 $\angle BDC = \angle A + \angle ACD$, 从而可得 $\angle BDC = \angle ACB$, 然后根据等量代换可得 $\angle ABC = \angle BDC$. 再根据等角对等边可得 $CD = CB$,

即可解答;

(2) ①根据垂直定义可得 $\angle BEC = 90^\circ$, 从而可得 $\angle CBE + \angle ACB = 90^\circ$, 然后设 $\angle CBE = \alpha$, 则 $\angle ACB = 90^\circ - \alpha$, 利用 (1) 的结论可得 $\angle ACB = \angle ABC = \angle BDC = 90^\circ - \alpha$, 最后利用三角形内角和定理可得 $\angle BCD = 2\alpha$, 即可解答;

②根据三角形的外角性质可得 $\angle BFD = 3\alpha$, 然后分三种情况: 当 $BD = BF$ 时; 当 $DB = DF$ 时; 当 $FB = FD$ 时; 分别进行计算即可解答.

【小问 1 详解】

解: $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$\because \angle BDC$ 是 $\triangle ADC$ 的一个外角,

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ACD,$$

$$\because \angle ACB = \angle BCD + \angle ACD, \quad \angle BCD = \angle A,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BDC.$$

$$\therefore CD = CB;$$

【小问 2 详解】

解: ① $\because BE \perp AC$,

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle ACB = 90^\circ,$$

设 $\angle CBE = \alpha$, 则 $\angle ACB = 90^\circ - \alpha$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = \angle BDC = 90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle BDC - \angle ABC = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - (90^\circ - \alpha) = 2\alpha,$$

$$\therefore \angle BCD = 2\angle CBE;$$

② $\because \angle BFD$ 是 $\triangle CBF$ 的一个外角,

$$\therefore \angle BFD = \angle CBE + \angle BCD = \alpha + 2\alpha = 3\alpha,$$

分三种情况:

当 $BD = BF$ 时,

$$\therefore \angle BDC = \angle BFD = 3\alpha,$$

$$\because \angle ACB = \angle ABC = \angle BDC = 90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore 90^\circ - \alpha = 3\alpha,$$

$$\therefore a = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BCD = 2a = 45^\circ;$$

当 $DB = DF$ 时,

$$\therefore \angle DBE = \angle BFD = 3a,$$

$$\because \angle DBE = \angle ABC - \angle CBE = 90^\circ - a - a = 90^\circ - 2a,$$

$$\therefore 90^\circ - 2a = 3a,$$

$$\therefore a = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BCD = 2a = 36^\circ;$$

当 $FB = FD$ 时,

$$\therefore \angle DBE = \angle BDF,$$

$$\because \angle BDF = \angle ABC > \angle DBF,$$

$$\therefore \text{不存在 } FB = FD,$$

综上所述: 如果 BDF 是等腰三角形, $\angle A$ 的度数为 45° 或 36° .