

2024 学年第一学期中二数学学科阶段成果展示

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

一、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

1. 36 的平方根是_____.

2. 点 $A(-2, a+3)$ 到 y 的距离等于_____.

3. 已知 $\sqrt{a+1}$ 与 $|b-2|$ 互为相反数, $a^b =$ _____.

4. 比较大小: $-2\sqrt{5}$ _____ $3\sqrt{2}$.

5. 计算: $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[4]{4} \div \sqrt{16} \times \sqrt[6]{32} =$ _____.

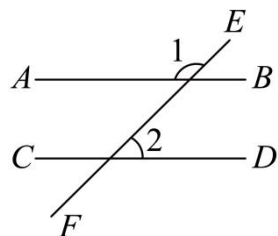
6. 计算: $\sqrt{54ab} \div \sqrt{\frac{9b}{2a^2}} =$ _____.

7. 不等式 $\sqrt{2}x > \sqrt{3}x + 1$ 的解集是_____.

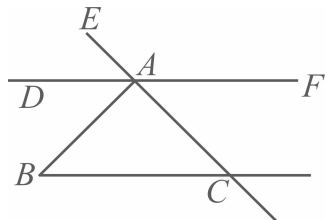
8. 在实数范围内分解因式: $x^4 - x^2y^2 - 2y^4 =$ _____

9. a, b 为有理数, 且 $a + \sqrt{3}b = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$, 则 $a + b =$ _____.

10. 如图, 已知, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = (4x - 25)^\circ$, $\angle 2 = (85 - x)^\circ$, $\angle 1$ 的度数为_____.



11. 如图, $BA \perp CE$ 于 A 点, 过 A 点作 $DF \parallel BC$, 若 $\angle EAF = 135^\circ$, 则 $\angle B =$ _____.



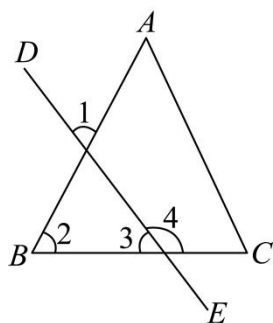
12. 已知 $x - 2\sqrt{xy} - 3y = 0$, 则 $\frac{2x + \sqrt{xy} + 3y}{x + \sqrt{xy} - y} =$ _____.

二、选择题 (每题 2 分, 共 16 分)

13. 对于所有实数 a, b , 下列等式从左到右一定成立的是 ()

- A. $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$ B. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ C. $(-\sqrt{a})^2 = -|a|$ D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

14. 如图，下列说法错误的是（ ）

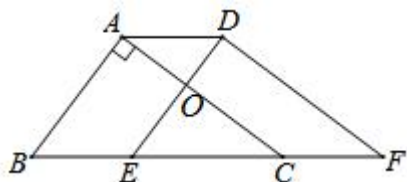


- A. $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是同位角 B. $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角
C. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角 D. $\angle 1$ 与 $\angle A$ 是内错角

15. 下列几个标志中，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）.

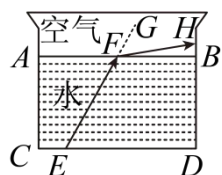


16. 如图， $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC = 90^\circ$ ，将周长为 12 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 2 个单位得到 $\triangle DEF$ ，连接 AD ，则下列结论：① $AC \parallel DF$ ， $AC = DF$ ；② $DE \perp AC$ ；③ 四边形 $ABFD$ 的周长是 16；④ $S_{\text{四边形}ABEO} = S_{\text{四边形}CFDO}$ ，其中正确的个数有（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

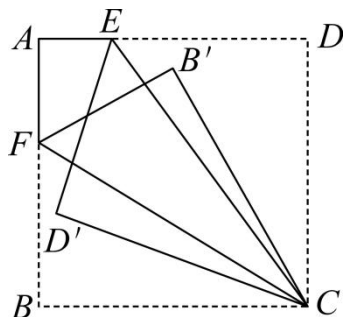
17. 光线在不同介质中传播速度不同，从一种介质射向另一种介质时会发生折射. 如图，水面 AB 与水杯底部 CD 平行，光线 EF 从水中射向空气时发生折射，光线变成 FH ，点 G 在射线 EF 上，已知 $\angle HFB = 21^\circ$ ， $\angle FED = 54^\circ$ ，则 $\angle GFH$ 的度数为（ ）



- A. 21° B. 75° C. 33° D. 54°

18. 将一张正方形纸片 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠， CE 、 CF 为折痕，点 B 、 D 折叠后的对应点分别为

B' 、 D' ，若 $\angle ECF = 22^\circ$ ，则 $\angle B'CD'$ 的度数为（ ）



- A. 48° B. 46° C. 44° D. 42°

19. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(-1, 2)$ ， $B(2, 0)$ ，将线段 AB 绕着点 A 顺时针旋转 90° ，则点 B 的对应点 B_1 的坐标为（ ）

- A. $(-1, -1)$ B. $(-3, -2)$ C. $(1, 5)$ D. $(-3, -1)$

20. 化简 $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} - (\sqrt{1 - 2x})^2$ 得（ ）

- A. 2 B. -2 C. $-4x + 4$ D. $4x - 4$

三、解答题（第 21、22 每题 6 分，第 23-26 题每题 9 分）

21. 计算： $\left(\sqrt{18} + 2\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}\right) \div \sqrt{3}$

22. 先化简，再求值：

已知 $a = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ ，求 $\frac{a^2 - 2a + 1}{a - 1} - \frac{\sqrt{a^2 - 2a + 1}}{a^2 - a}$ 的值.

23. 阅读下面材料：

我们在学习二次根式时，熟悉的是分母有理化以及应用，其实，还有一个方法叫做“分子有理化”，与分母有理化类似，分母和分子都乘以分子的有理化因式，从而消掉分子中的根式比如：

$$\sqrt{7} - \sqrt{6} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}, \text{ 分子有理化可以用来比较某些二次根式的大小，也可以用来处理一些二次根式的最值问题. 例如：比较 } \sqrt{7} - \sqrt{6} \text{ 和 } \sqrt{6} - \sqrt{5} \text{ 的大小可以先将它们分子有理化如下：}$$

例如：求 $y = \sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 2}$ 的最大值. 做法如下：解：由 $x + 2 \geq 0$ ， $x - 2 \geq 0$ 可知 $x \geq 2$ ，而

$$\text{下：} \sqrt{7} - \sqrt{6} = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}, \sqrt{6} - \sqrt{5} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}, \text{ 因为 } \sqrt{7} + \sqrt{6} > \sqrt{6} + \sqrt{5}, \text{ 所以 } \sqrt{7} - \sqrt{6} < \sqrt{6} - \sqrt{5}. \text{ 再}$$

例如：求 $y = \sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 2}$ 的最大值. 做法如下：解：由 $x + 2 \geq 0$ ， $x - 2 \geq 0$ 可知 $x \geq 2$ ，而

$y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = \frac{4}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}$, 当 $x=2$ 时, 分母 $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}$ 有最小值 2, 所以 y 的最大值是 2.

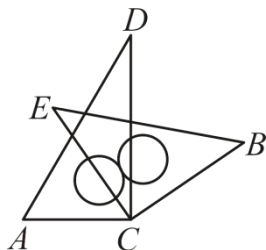
解决下述问题:

(1) 由材料可知, $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$;

(2) 比较 $3\sqrt{2} - 4$ 和 $2\sqrt{3} - \sqrt{10}$ 的大小;

(3) 式子 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} - \sqrt{x}$ 的最小值是_____.

24. 如图, 将一副三角尺中的直角顶点叠放在一起. $\angle A = 60^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, $\angle E = \angle B = 45^\circ$, 当 $0^\circ < \angle ACE < 180^\circ$ 且点 E 在直线 AC 的上方时, 当这两块三角尺有一组边互相平行时, 求 $\angle ACE$ 的度数. (画出符合条件的图形, 并直接写出相应的 $\angle ACE$ 的度数.)



25. 在数学研究课上, 研究小组研究了平面直角坐标系中的特殊线段的长度: 在平面直角坐标系中有不重合的两点 $M(x_1, y_1)$ 和点 $N(x_2, y_2)$, 若 $x_1 = x_2$, 则 $MN \parallel y$ 轴, 且线段 MN 的长度为 $|y_1 - y_2|$, 若 $y_1 = y_2$, 则 $MN \parallel x$ 轴, 且线段 MN 的长度为 $|x_1 - x_2|$.

【实践操作】

(1) 若点 $M(-1, 1)$, $N(2, 1)$, 则 $MN \parallel x$ 轴, MN 的长度为_____; 若点 $M(1, 0)$, 且 $MN \parallel y$ 轴, 且 $MN = 2$, 则点 N 的坐标为_____

【拓展应用】 -3

(2) 如图, 在平面直角坐标系中, $A(-4, 0)$, $B(0, 2)$, $C(0, -3)$.

①如图 1, ABC 的面积为_____;

②如图 2, 点 D 在线段 AB 上, 将点 D 沿 x 轴正方向向右平移 3 个单位长度至 E 点, 若 $\triangle ACE$ 的面积等于 14, 求点 D 坐标.

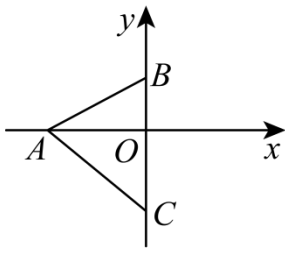


图1

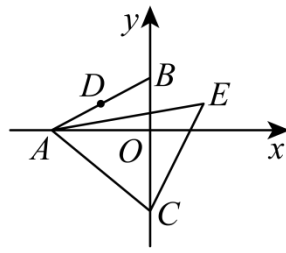


图2

26. 对于平面内的 $\angle M$ 和 $\angle N$ ，若存在一个常数 $k > 0$ ，使得 $\angle M + k\angle N = 360^\circ$ ，则称 $\angle N$ 为 $\angle M$ 的 k 系补周角。如若 $\angle M = 90^\circ$ ， $\angle N = 45^\circ$ ，则 $\angle N$ 为 $\angle M$ 的 6 系补周角。

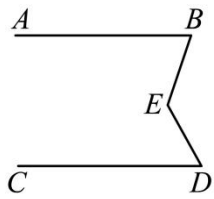


图1

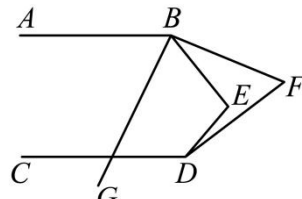


图2

(1) 若 $\angle H = 110^\circ$ ，则 $\angle H$ 的 4 系补周角的度数为_____

(2) 在平面内 $AB \parallel CD$ ，点 E 是平面内一点，连接 BE, DE 。

①如图 1， $\angle D = 70^\circ$ ，若 $\angle B$ 是 $\angle E$ 的 3 系补周角，求 $\angle B$ 的度数。

②如图 2， $\angle ABE$ 和 $\angle CDE$ 均为钝角，点 F 在点 E 的右侧，且满足 $\angle ABF = \frac{\angle ABE}{n}$ ， $\angle CDF = \frac{\angle CDE}{n}$

(其中 n 为常数且 $n < 1$)，点 P 是 $\angle ABE$ 角平分线 BG 上的一个动点，在 P 点运动过程中，请你确定一个点 P 的位置，使得 $\angle BPD$ 是 $\angle F$ 的 k 系补周角，并直接写出此时的 k 值 (用含 n 的式子表示)。