

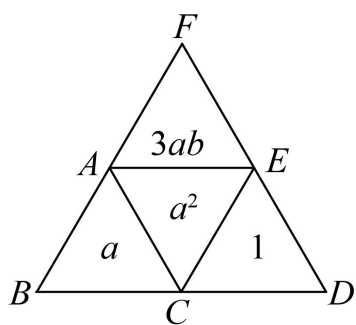
2024 学年第一学期期末考试七年级数学试卷

考生注意:

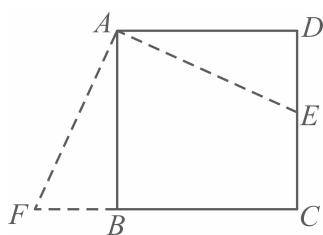
1. 本试卷共 30 题.
2. 试卷满分 100 分, 考试时间 90 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特殊说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出计算的主要步骤.

一、填空题 (本大题共 15 题, 每题 2 分, 满分 30 分)

1. 单项式 $2m^3n$ 的次数是_____.
2. 整式 $5x^2 - 4x - 2$ 的常数项是_____.
3. 将整式 $-x^5 + 2y^5 + xy^3 - 3x^4y$ 按 x 的升幂排列: _____.
4. 计算: $a - (2a - b) + (3a - 2b) =$ _____.
5. 计算: $-a^2 \cdot (-a)^2 =$ _____.
6. 因式分解: $2m(a - b) - 3n(a - b) =$ _____.
7. 计算: $\frac{b}{a} - \frac{a}{b} =$ _____.
8. 如果分式 $\frac{a - 2b}{a - b}$ 的值为 1, 那么 b 的值是_____.
9. 如果 $8x^4y^a \div (-2x^by^3)^2 = 2y$, 那么 $a^b =$ _____.
10. 如果 $m^2 = 2m + 1$, 那么 $3m(m - 2) + 2025$ 的值是_____.
11. 如果 $x = -1$ 是关于 x 的方程 $\frac{1}{x} + \frac{2}{x + 1} = \frac{a}{x^2 + x}$ 的增根, 那么 a 的值为_____.
12. 一份数学小报由小海单独做, 需 a 天完成; 由小海、小天两人合作, 则 3 天完成, 那么小天单独完成这份数学小报需要的天数是_____. (结果用含 a 的代数式表示)
13. 如图, 将等边三角形 FBD 分割成 4 个小等边三角形, 沿着等边三角形 FBD 的任意一条对称轴对折, 互相重合的两个小等边三角形中的单项式的值都相等, 那么 $a - b =$ _____.



14. 如图，点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 CD 上，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABF$ ，如果正方形 $ABCD$ 的边长是 5，那么四边形 $AECF$ 的面积是_____.



15. 通过教材中分式单元的的阅读材料，我们知道了一个分式可以写成几个分式的和，

如：
$$\frac{1}{x(x+2)} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$$

观察下列解方程的过程：
$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} - \frac{1}{2x} = 1$$

$$\frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)} + \frac{1}{2(x+2)} - \frac{1}{2(x+4)} - \frac{1}{2x} = 1$$

$$-\frac{1}{2(x+4)} = 1$$

$$x = -4\frac{1}{2}$$

在上述的解方程过程中，应用了 $\frac{1}{x(x+2)} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$ ，使解方程的过程变得简捷.

类似的，解方程
$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \cdots + \frac{1}{(x+2022)(x+2024)} - \frac{1}{2x} = 1$$
,

这个方程的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题（本大题共 5 题，每题 2 分，满分 10 分）

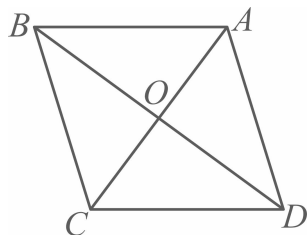
16. 下列计算正确的是（ ）

- A. $3a^2 - 2a^2 = 1$ B. $a^3 \div a^2 = a(a \neq 0)$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(2a)^3 = 6a^3$

17. 中国的历史文化源远流长，我们的祖先创造了很多造型别致且实用美观的纹样。下面四个纹样中，属于四方连续纹样的是（ ）

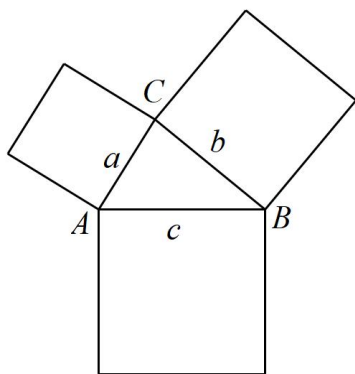


18. 如图， $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 关于点 O 成中心对称，连接 AD 、 BC ，以下结论错误的是（ ）



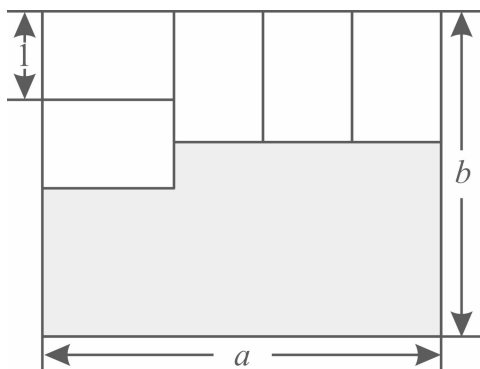
- A. $AO = CO$
 B. $\angle BAO = \angle CDO$
 C. $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD}$
 D. $\triangle AOD$ 与 $\triangle COB$ 关于点 O 成中心对称

19. 根据整式与整式相乘，可以得到等式： $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$ 。试利用这个等式解决以下问题：如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，分别以 AC 、 BC 、 AB 为边向外侧作正方形。如果 AC 、 BC 、 AB 的长分别是 a 、 b 、 c ，且 $a + b + c = 12$ ， $ab + ac + bc = 37$ ，那么这三个正方形的面积和是（ ）



- A. 70 B. 107 C. 60 D. 83

20. 如图，长为 a ，宽为 b 的大长方形被分割为 6 块，除阴影 A 外，其余 5 块是形状、大小完全相同的小长方形，其较短的边长为 1，那么阴影 A 的周长是（ ）



- A. $2b+a+4$ B. $3b+4$ C. $2b+6$ D. $2b+3a$

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 5 分; 满分 30 分)

21. 计算: $(-2a^2 \cdot a^3)^3 \div 2a^3$.

22. 计算: $(a+1)(a-1)(a^2-1) - (a^2+1)^2$.

23. 计算: $\frac{x^2-4}{x^2} \cdot \frac{1}{x+2} \div \left(1 - \frac{2}{x}\right)$.

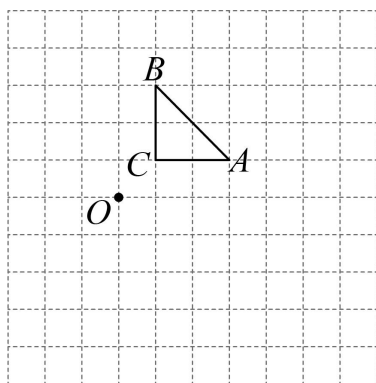
24. 因式分解: $x^2y^2 + 9xy + 8$.

25. 因式分解: $a^2 - b^2 - 1 - 2b$.

26. 解方程: $\frac{1}{2x-1} + \frac{x-2}{3-6x} = \frac{1}{3}$.

四、解答题 (本大题共 4 题, 第 27、28 题每题 6 分; 第 29 题 8 分; 第 30 题 10 分; 满分 30 分)

27. 在正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, ABC 三个顶点均在格点上, 位置如图所示.



(1) 将 ABC 先向右平移 1 个单位, 再绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 后得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 试画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 在 (1) 的基础上, 连接 AB_1 、 CC_1 , 四边形 AB_1C_1C 的面积是_____.

28. 阅读理解

材料 1: 课后练习 13.1 (1) 的第 6 题, 如果 $\frac{3}{a+1}$ 是整数, 那么整数 a 可以取哪些值?

解答过程如下:

解: 因为 $\frac{3}{a+1}$ 是整数; 于是 $a+1$ 的值为 1、-1、3 或 -3;

所以, 整数 a 的取值是 0、-2、2 或 -4.

材料 2: 如果一个分式, 它只含有一个字母且分子、分母的次数都是一次, 那么可以将这样的分式变形为整数与新的分式的和的形式, 其中新的分式的分子中不含字母.

例如: $\frac{a+4}{a+1} = \frac{(a+1)+3}{a+1} = \frac{(a+1)}{a+1} + \frac{3}{a+1} = 1 + \frac{3}{a+1}.$

阅读材料 1、材料 2, 并解答下列问题.

问题 1: 如果分式 $\frac{a+3}{a+1}$ 的值是整数, 那么整数 a 的所有取值是_____.

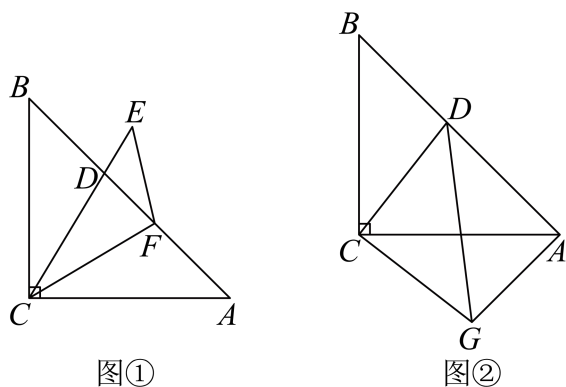
问题 2: 如果分式 $\frac{2x+4}{2x-3}$ 的值是整数, 那么所有满足条件的整数 x 的和是多少?

29. 腊八节喝腊八粥是中华民族的传统习俗. 市场上玫瑰味腊八粥每罐的进价比原味腊八粥每罐的进价多 5 元, 某商家用 4000 元购进玫瑰味腊八粥的罐数与 3000 元购进的原味腊八粥的罐数相同.

(1) 玫瑰味腊八粥和原味腊八粥每罐的进价分别是多少元?

(2) 在两种口味腊八粥销售中, 该商家都增加了进价的 20% 作为售价, 最后两种口味的腊八粥全部售完, 那么商家总共盈利多少元?

30. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $AB = 8$, $\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, 点 D 在边 AB 上, $BD = a$.



图①

图②

(1) 如图①, $\triangle CBD$ 绕着点 C 顺时针方向旋转, 点 B 的对应点 E 落在射线 CD 上, 点 D 的对应点 F 落在边 AB 上, 而点 E 关于直线 CF 的对称点恰好是点 A , 那么 DF 的长度为_____ (结果用含 a 的代数式表示); 旋转角的度数为_____;

(2) 如图②, $\triangle CBD$ 绕着点 C 顺时针方向旋转 90° 后得到 $\triangle CAG$, 点 B 和点 D 的对应点分别是点 A 和点

G . 连接 DG , 用含 a 的代数式表示 $S_{\triangle ADG}$.