

2023 学年第二学期期末考试八年级数学试卷

考生注意：

1. 本试卷共 25 题；试卷满分 150 分，考试时间 100 分钟.
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特殊说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 下列方程为无理方程的是（ ）

A. $\sqrt{3}x - 2 = 0$

B. $\sqrt{x} - 3 = 0$

C. $x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$

D. $\frac{1}{x+1} - \sqrt{2} = 0$

2. 已知 $f(x) = 2x - 1$ ，那么 $f(-1)$ 的值是（ ）

A. 1

B. 3

C. -3

D. -1

3. 已知菱形的边长是 8，一个内角是 60° ，那么这个菱形的面积是（ ）

A. 64

B. 32

C. $64\sqrt{3}$

D. $32\sqrt{3}$

4. 下列事件中，属于确定事件的是（ ）

A. 直线 $y = 2x - 1$ 与直线 $y = 2x$ 有公共点

B. 当 a 取某个实数值时，关于 x 的方程 $x^2 - a = 0$ 有实数根

C. 抛掷一枚质地均匀的硬币，结果硬币的正面朝上

D. 有两条边及其中一边的对角对应相等的两个三角形全等

5. 下面是两位同学对于某个一次函数 $y = kx + b$ （ k 、 b 为常数，且 $k \neq 0$ ）图象的描述：

同学甲：不经过第三象限；

同学乙：经过点 $(3, 0)$ 。

根据这两位同学的描述，下列结论中错误的是（ ）

A. $k < 0$

B. $kb < 0$

C. $k + b < 0$

D. $k = -\frac{1}{3}b$

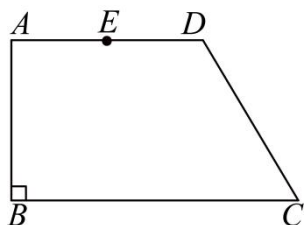
6. 如图，已知梯形 $ABCD$ 是某菜园的一块空地， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AD = CD = 8$ 米，

$\angle BCD = 60^\circ$ ，某同学由上述条件得到以下两个结论：

① 对角线 AC 将梯形分成的两个三角形的面积之比 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$ ；

② 现准备过 AD 的中点 E 修一条笔直的小路 EF （点 F 在 BC 边上，小路面积极忽略不计），将这块空地分成面积相等的两部分，分别种植不同的蔬菜，那么小路 EF 的长是 $2\sqrt{13}$ 米。

对于结论①和②，下列说法正确的是（ ）



A. ①正确，②错误

B. ①错误，②正确

C. ①和②都正确

D. ①和②都错误

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 一次函数 $y = x - 3$ 的图像在 y 轴上的截距是_____.

8. 方程 $\frac{1}{3}x^3 = 9$ 的解是_____.

9. 方程 $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-2} = 0$ 的根是_____.

10. 用换元法解方程 $\frac{x^2+1}{4x} + \frac{4x}{x^2+1} = 2$ 时，如果设 $\frac{x^2+1}{4x} = y$ ，那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

11. 化简： $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} =$ _____.

12. 随着绿色发展理念的倡导，新能源汽车逐渐普及，市民对充电桩的使用需求日益增强，某停车场计划购买 A 、 B 两种型号的充电桩，已知 B 型充电桩比 A 型充电桩的单价多 0.4 万元，且用 10 万元购买 A 型充电桩与用 12 万元购买 B 型充电桩的数量相等. 设 A 型充电桩的单价是 x 万元，那么根据题意可列方程_____.

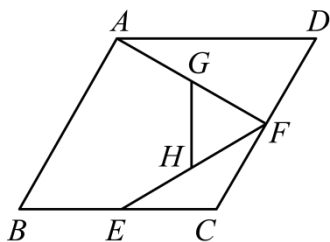
13. 如果直线 $y = -2x + 1$ 平移后经过点 $A(2, 3)$ ，那么平移后的直线表达式是_____.

14. 先后两次掷一枚材质均匀的骰子，第一次掷得的点数记为 a ，第二次掷得的点数记为 b ，那么点 (a, b) 落在直线 $y = 2x$ 上的概率是_____.

15. 一个多边形的内角和是其外角和的 4 倍，则这个多边形的边数是_____.

16. 如图，已知菱形 $ABCD$ 的边长是 4， $\angle B = 60^\circ$ ， E 、 F 是边 BC 、 CD 的中点， G 、 H 是线段 AF 、 EF 的

中点, 那么 $GH =$ _____.



17. 在平面直角坐标系中, 如果两个点的横坐标、纵坐标都是整数, 且这两个点的横坐标与纵坐标的积相等, 我们就称这两个点互为等积点. 如: 点 $P(2,3)$ 与点 $Q(3,2)$ 互为等积点. 那么以点 $M(-1,3)$ 和它的所有等积点为顶点的凸多边形的面积是_____.

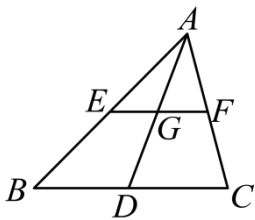
18. 已知矩形 $ABCD$, $AB=10$, 将 $\triangle ACD$ 沿着直线 AC 翻折, 点 D 落在点 E 处, 如果点 E 到直线 BC 的距离是 6, 那么 AD 的长是_____.

三、解答题 (本大题共 7 题, 其中第 19 至 22 题每题 10 分, 第 23 至 24 题每题 12 分, 第 25 题 14 分, 满分 78 分)

19. 解方程: $\frac{4}{x^2-4} - \frac{x-3}{2-x} = 2$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} 3x+2y=4 \\ x^2-xy-2y^2=0 \end{cases}$$

21. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 、 F 分别是 AB 、 BC 、 CA 三边的中点, 连接 EF 、 AD , 交于点 G , 设 $\overrightarrow{AE} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$.



(1) 试用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AD} =$ _____;

(2) 在图中求作: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FC}$. (不要写出过程, 只需写出结论即可)

22. 暑期将至, 某健身俱乐部为了促销, 面向学生推出三种优惠活动.

活动一: 购买一张学生暑期 VIP 卡 (800 元/张), 每次凭卡不需要再付费;

活动二: 购买一张学生暑期乐享卡 (200 元/张), 每次费用按平常价格的六折优惠;

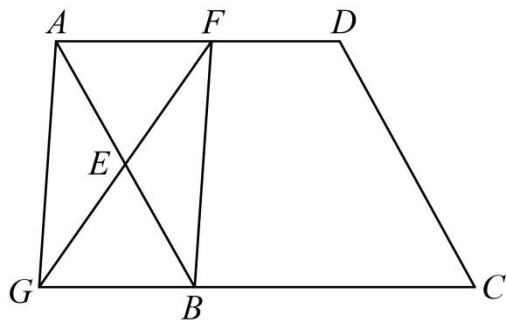
活动三: 不购买上述暑期卡, 凭学生证每次费用按平常价格的九折优惠.

三种活动仅限暑期 (7 月 1 日至 8 月 31 日期间) 使用, 次数不限.

又知学生甲计划暑期前往该健身俱乐部 15 次，如果选择活动二，共需支付费用 650 元。请根据上述信息，解答下列问题：

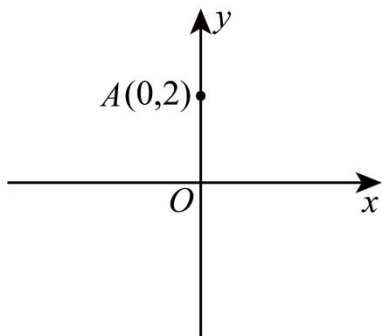
- (1) 每次健身的平常价格是_____元；
- (2) 设健身 x 次时，所需总费用为 y 元。当选择活动三时， y 与 x 的函数关系式是_____。
- (3) 学生乙计划暑期前往健身俱乐部 25 次，选择哪种活动所需费用最少？说明理由。

23. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ ， E 是边 AB 的中点，点 F 在边 AD 上，连接 FE 并延长交 CB 的延长线于点 G ，连接 BF 、 AG 。

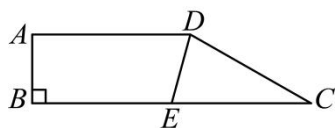


- (1) 如果 $\angle AFG = \angle C$ ，求证：四边形 $AGBF$ 是矩形；
- (2) 如果 F 是边 AD 的中点，且 $\angle AFG = \frac{1}{2} \angle ADC$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形。

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(0,2)$ 、 $B(m+2, m-3)$ ，将点 B 向左平移 2 个单位后落在 y 轴上的点 P 处。



- (1) 求 m 的值；
 - (2) 将线段 PA 绕点 P 逆时针旋转 90° ，点 A 落在点 C 处，求直线 AC 的表达式；
 - (3) 设 (2) 中的直线 AC 与 x 轴交于点 D ，在直角坐标平面内找点 Q ，使得以点 A 、 D 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，求点 Q 的坐标。
25. 如图，梯形 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ， $AD < BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BC = 4$ ， $\angle ADC$ 的平分线交边 BC 于点 E 。



- (1) 如果 $AB = 1$, $CD = 2$, 求 AD 的长;
- (2) 如果 $\angle C = 45^\circ$, 设 $AB = x$, 四边形 $ABED$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;
- (3) 设 F 是 DE 的中点, 连接 AF , 如果 $AF \parallel CD$, 且 $BE = 2AB$, 求 AB 的长.