

2023 学年第二学期八年级数学学科期中考试

完卷时间：100 分钟 总分：100 分

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共 26 题；
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤。
4. 第 24 题只需要写本学期新学的理由，其余题目不需要写理由

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 以下函数中，属于一次函数的是（ ）

A. $y = -\frac{x}{2}$ B. $y = kx + b$ (k, b 是常数) C. $y = c$ (c 为常数) D. $y = \frac{2}{x}$

2. 在下列关于 x 的方程中，不是二项方程的是（ ）

A. $81x^4 - 16 = 0$ B. $x^3 - 1 = 0$ C. $x^2 = 8$ D. $x^3 - x = 1$

3. 用换元法解方程 $\frac{x-1}{x^2} - \frac{x^2}{x-1} = 3$ 时，如果设 $\frac{x-1}{x^2} = y$ ，那么原方程可化为关于 y 的方程是（ ）

A. $y^2 + 3y - 1 = 0$ B. $y^2 - 3y - 1 = 0$ C. $y^2 - 3y + 1 = 0$ D. $y^2 + 3y + 1 = 0$

4. 下列方程中，有实数根的方程是（ ）

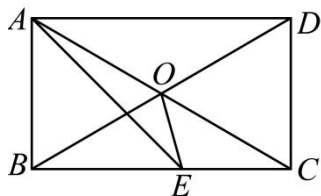
A. $\frac{1}{x^2 + 1} + 1 = 0$ B. $\sqrt{x+1} + 2 = 0$

C. $\frac{2}{2-x} = \frac{x}{2-x}$ D. $\sqrt{x+2} = -x$

5. 下列命题错误的是（ ）.

- A. 四条边相等的四边形是菱形
B. 两组对角分别相等的四边形是平行四边形
C. 一组对角相等且一组对边相等的四边形是平行四边形
D. 一组对角相等且一组对边平行的四边形是平行四边形

6. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O ， AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E ，如果 $\angle CAE = 15^\circ$ ，那么 $\angle BOE$ 的度数为（ ）



- A. 55° B. 65° C. 75° D. 67.5°

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 直线 $y = \frac{x-2}{2}$ 在 y 轴上的截距是_____.

8. 已知一次函数 $y = (k+1)x - 3$ 的函数值 y 随着自变量 x 的值的增大而增大, 则 k 的取值范围是_____.

9. 一次函数 $y = 2x + b$ 的图象沿 y 轴向上平移 3 个单位后得到一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象, 则 b 值为_____.

10. 方程组 $\begin{cases} x=1 \\ y^2=2 \end{cases}$ _____ 二元二次方程组 (填“是”或“不是”).

11. 方程 $x^4 - 16 = 0$ 的根是_____.

12. 方程 $\sqrt{2x+8} - x = 0$ 的解是_____.

13. 若一个多边形的内角和等于 720° , 则从这个多边形的一个顶点引出对角线_____条.

14. 已知一个菱形的周长为 24, 一个锐角为 60° , 则这个菱形的面积为_____.

15. 矩形 $ABCD$ 的两条对角线交于点 O , $\angle AOD = 120^\circ$, $AC + AB = 12$, 则 $BD =$ _____.

16. 已知某汽车油箱中的剩余油量 y (升) 与该汽车行驶里程数 x (千米) 是一次函数关系. 当汽车加满油后, 行驶 100 千米, 油箱中还剩油 138 升; 行驶 150 千米, 油箱中还剩油 132 升. 那么, 当这辆汽车行驶 350 千米时, 油箱中还剩油_____升.

17. 已知: 线段 AB , BC .

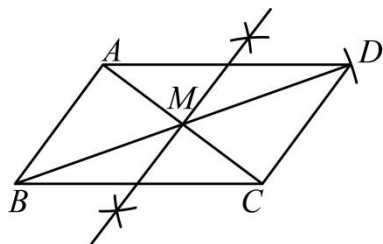
求作: 平行四边形 $ABCD$.

以下是甲同学的作业.

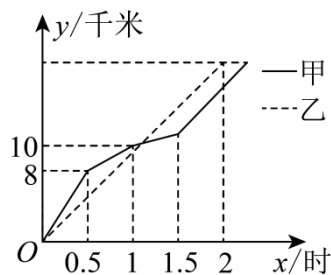
①联结 AC , 作线段 AC 的垂直平分线, 交 AC 于点 M ;

②联结 BM 并延长, 在延长线上取一点 D , 使 $MD = MB$, 联结 AD , CD . 四边形 $ABCD$ 即为所求平行四边形.

如图, 甲同学的作图依据是: _____.



18. 在无锡全民健身越野赛中，甲、乙两选手的行程 y (千米)随时间(时)变化的图像(全程)如图所示. 下列四种说法：①起跑后 1 小时内，甲在乙的前面；②第 1 小时两人都跑了 10 千米；③ 甲比乙先到达终点；④ 两人都跑了 20 千米. 正确的有_____。(填写序号)



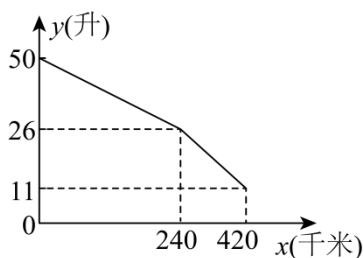
三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 58 分)

19. 解方程: $\frac{1}{x-4} + \frac{8}{16-x^2} = 1$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 1 \end{cases}$$

21. 解关于 y 的方程: $by^2 - 1 = y^2 + 2$.

22. 如图是某辆汽车加满油后，油箱剩油量 y (升) 关于已行驶路程 x (千米) 的函数图像 (由两条线段构成).

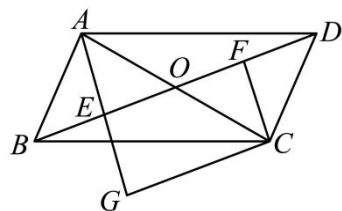


- (1) 根据图像，当油箱剩油量为 26 升时，汽车已行驶的路程为_____千米；当 $0 \leq x \leq 240$ 时，消耗一升油汽车能行驶的路程为_____千米.

- (2) 当 $240 \leq x \leq 420$ 时，求 y 关于 x 的函数表达式，并计算当汽车已行驶 300 千米时油箱的剩油量.

23. 某口罩厂计划在一定时间内生产 240 万个口罩，后因为防控需要，不但需要增产 50%，而且要提前 4 天完成任务. 经测算，每天需要多生产 8 万个口罩. 问原计划每天生产多少万个口罩？

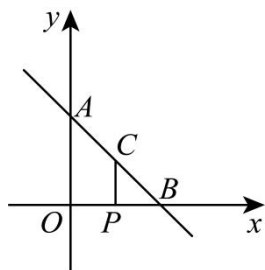
24. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，点 E 、 F 分别为 OB 、 OD 的中点，延长 AE 至点 G ，使 $EG = AE$ ，连接 GC 、 CF .



- (1) 求证: $AE \parallel CF$;

(2) 当 $AC = 2AB$ 时, 求证: 四边形 $EGCF$ 是矩形.

25. 已知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像经过 $A(0, 2)$ 、 $B(2, 0)$, 点 C 是线段 AB 的中点, $CP \parallel OA$ 交 x 轴于点 P , 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' , 把线段 CC' 以点 C 为旋转中心, 顺时针旋转 45° , 点 C' 的对应点为点 D .

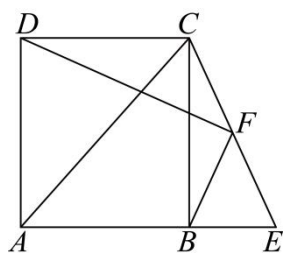


(1) 求一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的解析式.

(2) 求点 D 的坐标.

(3) 若点 C 、 C' 、 D 、 M 为顶点的四边形是平行四边形, 且 CC' 是平行四边形的一条边, 直接写出点 M 的坐标.

26. 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, 点 E 在 AB 的延长线上, 且 $AE = AC$, 连接 CE , 取 CE 的中点 F , 连接 BF 、 DF .



(1) 求证: $DF \perp BF$;

(2) 设 $AC = x$, $DF = y$, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出定义域;

(3) 当 $DF = 2BF$ 时, 求 BC 的长.